

MODUL 1

SISTEM BILANGAN DAN PANGKAT



Mata Kuliah : **MATEMATIKA TEKNIK I**
Kode / sks : **B2220 / 3 sks**
Prodi : **TEKNIK MESIN**

Disusun oleh :

MAFRUDDIN, S.T., M.T

PRODI TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH METRO

Dibiayai Oleh:

Direktorat Pembelajaran Dan Kemahasiswaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Riset Dan Teknologi
Kemertrian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
2023



MODUL 1 SISTEM BILANGAN DAN PANGKAT

1. Pengantar

Assalamu'alaikum wr. Wb.

Kegiatan belajar mengajar untuk mata kuliah Matematika Teknik I dilakukan dengan dua metode yaitu Daring (online) dan Luring (offline). Untuk mempermudah dalam memahami materi yang diberikan dan mencapai kompetensi yang diharapkan maka perlu diperhatikan beberapa petunjuk belajar berikut:

- a. Pelajarilah setiap materi yang terdapat pada modul ini (Modul 1. Sistem Bilangan Dan Pangkat) dengan sungguh-sungguh, apabila terdapat uraian materi atau pokok bahasan yang kurang dipahami atau belum dimengerti segera tanyakan pada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- b. Bacalah dengan teliti dan pahami apa yang menjadi capaian akhir dari setiap materi yang akan dipelajari
- c. Bacalah dengan teliti dan pahami apa saja indikator capaian pembelajaran yang harus dikuasai
- d. Berikan tanda pada bagian-bagian materi yang dianggap penting atau bagian yang belum dimengerti untuk ditanyakan kepada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- e. Buka dan pelajari setiap link materi (video atau dokumen lainnya) yang diberikan oleh tutor/dosen pengampu mata kuliah untuk menambah pemahaman Anda terkait materi yang dipelajari dalam kegiatan belajar pada modul ini
- f. *Download* dan Putarlah video penjelasan yang ada terkait materi atau pokok bahasan agar dapat memahami isi materi pada kegiatan ini secara lebih jelas dan paham serta dapat menyelesaikan tugas-tugas yang diberikan. Jika diperlukan, putarlah video penjelasan berulang-ulang supaya benar-benar paham
- g. Carilah sumber referensi lainnya untuk menambah materi bahan ajar (baik dalam bentuk materi penjelasan maupun contoh-contoh soal) dan melengkapi tugas pada masing-masing topik perkuliahan serta memperluas wawasan Anda
- h. Pahami tugas yang harus didiskusikan dengan teman-temanmu (tugas kelompok) pada bagian forum diskusi pada topik bahasan tertentu. Gunakan pengetahuan dan pengalaman Anda sebelumnya untuk mendiskusikan penyelesaian masalah yang diberikan dalam forum diskusi tersebut
- i. Bacalah dan pahami pada bagian rangkuman materi untuk lebih meningkatkan pemahaman substansi materi dari materi kegiatan belajar yang telah dipelajari dan diskusikan
- j. Kerjakan tugas dengan semaksimal mungkin dan ikuti panduan yang diberikan serta gunakan rambu-rambu jawaban untuk menilai apakah jawaban Anda sudah memadai atau belum
- k. Kumpulkan tugas sesuai dengan batas waktu yang telah ditetapkan
- l. Kerjakan tugas Anda dengan jujur dan jangan mencontek
- m. Tugas dikumpulkan di SPADA UM METRO.

2. Capaian pembelajaran

Setelah mempelajari keseluruhan materi pada modul ini diharapkan mahasiswa mampu menjelaskan tentang Sistem bilangan dan pangkat, Memiliki moral, etika dan kepribadian yang baik di dalam menyelesaikan tugasnya.

3. Indikator Capaian Pembelajaran

Adapun tingkat penguasaan mahasiswa terhadap Capaian Pembelajaran Kegiatan Belajar ini secara rinci akan diukur dari kemampuan mahasiswa dalam:

- Menjelaskan tentang Sistem bilangan dan pangkat.
- Menentukan nilai suatu pernyataan aljabar secara numerik dengan mensubstitusi bilangan-bilangan pada variabel-variabelnya
- Mengenali jenis-jenis persamaan dan menentukan variabel independen
- Mengubah subjek suatu persamaan dengan transposisi
- Memiliki moral, etika dan kepribadian yang baik di dalam menyelesaikan tugasnya.

4. Alokasi Jam Pembelajaran (JP) per pertemuan

- Total alokasi waktu : 3 x 50 Menit
- Mode pembelajaran : Daring (online)
- Pertemuan : 2 (dua)

5. Pokok-pokok materi

- Sistem bilangan (Sistem desiman, Sistem biner, Sistem oktal dan Sistem heksadesimal)
- Pangkat (Memangkatkan suatu bilangan, Hukum pangkat, Pangkat dan akar berbentuk pecahan dan tanda akar dan Aturan-aturan indeks)
- Menentukan nilai pernyataan
- Menentukan nilai variabel independen
- Transposisi rumus-rumus.

6. Integrasi nilai-nilai islam

- Al-quran surat Al Hajj: 30

الْأَنْعَامَ لَكُمْ وَأَجَلَتْ رَبِّي عِنْدَ لَّهِ خَيْرٌ فَهُوَ اللَّهُ حُرْمَتٌ يُعَظَّمُ وَمَنْ ذَلِكَ
الزُّورِ قَوْلٌ وَأَجْتَنِبُوا الْاَوْثَانَ مِنَ الرَّجْسِ فَاجْتَنِبُوا عَلَيْكُمْ يُتْلَى مَا اِلَّا
٥

“Demikianlah (perintah Allah). Dan barang siapa mengagungkan apa yang terhormat di sisi Allah (hurumat) maka itu lebih baik baginya di sisi Tuhannya. Dan diharamkan bagi kamu semua hewan ternak, kecuali yang diterangkan kepadamu (keharamannya), maka jauhilah olehmu (penyembahan) berhala-berhala yang najis itu dan jauhilah perkataan dusta”.

b. Hadist

دَعَا قَالَ أَوْفَى أَبِي بِنِ اللَّهِ عَبْدِ عَنِ خَالِدِ أَبِي بْنِ إِسْمَاعِيلَ عَنِ اللَّهِ عَبْدِ بْنِ خَالِدِ حَدَّثَنَا مَنْصُورُ بْنُ سَعِيدٍ حَدَّثَنَا اللَّهُمَّ الْأَحْزَابَ اهْزِمِ الْحِسَابَ سَرِيعَ الْكِتَابِ مُنْزِلَ اللَّهُمَّ فَقَالَ الْأَحْزَابِ عَلَيَّ وَسَلَّمَ عَلَيْهِ اللَّهُ صَلَّى اللَّهُ رَسُولُ سَمِعْتُ قَالَ خَالِدِ أَبِي بْنِ إِسْمَاعِيلَ عَنِ الْجَرَّاحِ بْنِ وَكَيْعٍ حَدَّثَنَا شَيْبَةَ أَبِي بْنِ بَكْرٍ أَبُو حَدَّثَنَا وَوَزَلُّهُمْ زِمَهُمْ أَهْ وَلَمْ الْأَحْزَابِ هَازِمَ قَالَ أَنَّهُ غَيْرَ خَالِدِ يَثْحَدِ بِمَثَلٍ وَسَلَّمَ عَلَيْهِ اللَّهُ صَلَّى اللَّهُ رَسُولُ دَعَا يَقُولُ أَوْفَى أَبِي ابْنِ الْإِسْنَادِ بِهَذَا إِسْمَاعِيلَ عَنِ عِيْنَةَ ابْنِ عَنِ جَمِيعًا عَمْرَ أَبِي وَابْنِ إِبْرَاهِيمَ بْنِ إِسْحَقَ حَدَّثَنَا وَ اللَّهُمَّ قَوْلَهُ يَذْكُرُ السَّحَابِ مُجْرِي ابْتِهَرُوا فِي عَمْرَ أَبِي ابْنِ وَرَادَ.

Telah menceritakan kepada kami Sa'id bin Manshur telah menceritakan kepada kami Khalid bin Abdullah dari Isma'il bin Abu Khalid dari Abdullah bin Abu Aufa dia berkata, "Rasulullah shallallahu 'alaihi wasallam mendo'akan kehancuran bagi pasukan Ahzab, beliau bersabda: "Ya Allah, dzat yang menurunkan kitab, dzat yang segera membuat perhitungan, hancurkanlah pasukan Ahzab. Ya Allah, hancurkanlah mereka dan cerai-beraikanlah mereka." Dan telah menceritakan kepada kami Abu Bakar bin Abu Syaibah telah menceritakan kepada kami Waki' bin Jarrah dari Isma'il bin Abu Khalid dia berkata; aku pernah mendengar Ibnu Abu Aufa berkata, "Rasulullah shallallahu 'alaihi wasallam pernah mendo'akan...seperti hadits riwayat Khalid, hanya saja ia menyebutkan, 'Hancurkanlah pasukan Ahzab', dan tidak menyebutkan, 'Ya Allah'." Dan telah menceritakan kepada kami Ishaq bin Ibrahim dan Ibnu Abu Umar semuanya dari Ibnu Uyainah dari Isma'il dengan isnad ini, dan dalam riwayat Ibnu Abu Umar disebutkan, 'Dzat yang menggerakkan awan'." (HR Muslim No: 3277).

7. Uraian Materi**a. Sistem Bilangan**

Sistem bilangan merupakan sebuah metode atau cara untuk merepresentasikan nilai numerik menggunakan simbol-simbol tertentu. Sistem bilangan umumnya dinyatakan dalam bentuk digit. Digit yang umum digunakan dalam sistem bilangan yaitu angka 0 sampai 9. Posisi digit dalam sistem bilangan akan menentukan berapa nilai dari digit tersebut. Nilai pangkat dari basis sistem bilangan juga ditentukan dari posisi digit dalam sebuah bilangan. Sistem bilangan terdapat beberapa jenis seperti sistem bilangan desimal, sistem bilangan biner, sistem bilangan oktal, sistem bilangan heksadesimal dan lain-lain. Masing-masing sistem bilangan tersebut dapat dirubah atau dikorversi ke sistem bilangan lainnya.

1. Sistem Bilangan Desimal

Sistem bilangan desimal atau disebut bilangan denari merupakan sistem bilangan yang menggunakan basis 10 dan terdapat 10 digit yang digunakan yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Dalam kehidupan sehari-hari sistem bilangan desimal merupakan sistem bilangan yang paling banyak atau paling umum digunakan. Contoh penggunaan bilangan desimal yaitu pada sistem keuangan, perhitungan matematika, pengukuran, komputasi ilmiah dan teknik. Untuk merubah atau mengonversi bilangan dari sistem bilangan lain menjadi sistem bilangan desimal menggunakan langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Tuliskan bilangan dalam bentuk posisi dengan digit-digitnya ditulis sebagai perkalian dari pangkat 10, dengan pangkat tertinggi pada digit terdepan.
- Hitung nilai dari setiap digit yang dituliskan pada langkah ke-1, dengan cara mengalikan digit tersebut dengan pangkat 10 yang sesuai.
- Jumlahkan hasil perkalian dari setiap digit pada langkah ke-2, sehingga didapatkan nilai bilangan dalam sistem bilangan desimal.

Contoh:

Ubah atau konversikan bilangan biner 11011 ke dalam bilangan desimal.

Tuliskan bilangan biner 11011 dalam bentuk posisi:

$$11011 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Hitung nilai dari setiap digit:

$$1 \times 2^4 = 16$$

$$1 \times 2^3 = 8$$

$$0 \times 2^2 = 0$$

$$1 \times 2^1 = 2$$

$$1 \times 2^0 = 1$$

Jumlahkan hasil perkalian dari setiap digit:

$$16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27$$

Oleh karena itu, bilangan biner 11011 dapat direpresentasikan dalam bilangan desimal 27.

2. Sistem Bilangan Biner

Sistem bilangan yang kedua yaitu sistem bilangan biner. Sistem bilangan ini banyak digunakan dalam bentuk aplikasi pensaklaran dalam bidang teknologi digital dan komputer. Sistem bilangan ini banyak digunakan dalam sistem kontrol otomatis atau teknik kontrol. Bilangan biner digunakan untuk merepresentasikan informasi dalam bentuk sinyal elektronik yang dapat diproses oleh komputer. Bilangan biner dapat digunakan untuk merepresentasikan suara, teks, gambar dan informasi digital lainnya. Simbol yang digunakan hanya dua digit atau bit (*binary digit*) yaitu 0 dan 1. Dalam sistem bilangan biner, satuan terkecil disebut dengan bit. Pada sistem biner, Digit pertama adalah 1, kemudian diikuti oleh 2, 4, 8, dan seterusnya. Setiap digit pada sistem biner merupakan hasil dari perpangkatan 2. Sebagai contoh, digit pertama (dari kiri) pada bilangan biner 1010 adalah 1, yang mewakili 8. Digit kedua adalah 0, sehingga tidak mewakili satupun. Digit ketiga adalah 1, yang mewakili 2. Dan digit keempat adalah 0, sehingga tidak mewakili satupun. Dengan demikian, bilangan biner 1010 sama dengan bilangan desimal 10.

Untuk mengonversi bilangan desimal ke bilangan biner, langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Bagi bilangan desimal dengan 2.
2. Catat sisa hasil bagi sebagai digit pertama pada bilangan biner.
3. Bagi hasil bagi tersebut dengan 2, dan catat sisa hasil bagi sebagai digit kedua pada bilangan biner.
4. Ulangi langkah ke-3 sampai hasil bagi menjadi 0.
5. Ubah urutan digit dari hasil sisa tersebut, sehingga didapatkan bilangan biner.

Contoh:

Ubah bilangan desimal 27 ke dalam bilangan biner.

27 dibagi 2 = 13 sisa 1

13 dibagi 2 = 6 sisa 1

6 dibagi 2 = 3 sisa 0

3 dibagi 2 = 1 sisa 1

1 dibagi 2 = 0 sisa 1

Dari sisa-sisa hasil bagi tersebut, digit biner yang dihasilkan adalah 11011. Oleh karena itu, bilangan desimal 27 dapat direpresentasikan dalam bilangan biner 11011.

Tabel 1. Nilai bilangan desimal dan biner

Kolom desimal			Kolom biner		
C	B	A	C	B	A
$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
(ratusan)	(puluhan)	(satuan)	(empatan)	(duaan)	(satuan)

Tabel 2. Contoh pengubahan bilangan biner menjadi desimal

Biner	Kolom biner						Desimal
	32	16	8	4	2	1	
1110	-	-	1	1	1	0	$8 + 4 + 2 = 14$
1011	-	-	1	0	1	1	$8 + 2 + 1 = 11$
11001	-	1	1	0	0	1	$16 + 8 + 1 = 25$
10111	-	1	0	1	1	1	$16 + 4 + 2 + 1 = 23$
110010	1	1	0	0	1	0	$32 + 16 + 2 = 50$

3. Sistem Bilangan Oktal

Pada sistem operasi *Unix* dan *Linux*, Sistem bilangan oktal digunakan untuk merepresentasikan informasi dalam bentuk kode (*kode oktal*). Kode oktal tersebut digunakan untuk merepresentasikan izin akses *file* dan direktori. Digit yang digunakan dalam sistem bilangan oktal yaitu 8 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7). Sama halnya dengan sistem bilangan biner, sistem bilangan oktal juga menggunakan digit pertama adalah 1, yang kemudian diikuti oleh 2, 4, 8, dan seterusnya. Setiap digit pada sistem oktal merupakan hasil dari perpangkatan 8.

Contoh 1;

Bilangan oktal 56 adalah $5 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 40 + 6 = 46$ dalam bilangan desimal.



Contoh 3:

Bilangan oktal 352 adalah $3 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 192 + 40 + 2 = 234$ dalam bilangan desimal.

Untuk merubah atau mengonversi bilangan desimal ke bilangan oktal, langkah-langkahnya sebagai berikut:

- a. Bagi bilangan desimal dengan 8.
- b. Catat sisa hasil bagi sebagai digit pertama pada bilangan oktal.
- c. Bagi hasil bagi tersebut dengan 8, dan catat sisa hasil bagi sebagai digit kedua pada bilangan oktal.
- d. Ulangi langkah ke-3 sampai hasil bagi menjadi 0.
- e. Ubah urutan digit dari hasil sisa tersebut, sehingga didapatkan bilangan oktal.

Contoh 3:

Ubah bilangan desimal 234 ke dalam bilangan oktal.

$$234 \text{ dibagi } 8 = 29 \text{ sisa } 2$$

$$29 \text{ dibagi } 8 = 3 \text{ sisa } 5$$

$$3 \text{ dibagi } 8 = 0 \text{ sisa } 3$$

Dari sisa-sisa hasil bagi tersebut, digit oktal yang dihasilkan adalah 352. Oleh karena itu, bilangan desimal 234 dapat direpresentasikan dalam bilangan oktal 352.

Setiap digit pada bilangan oktal dapat disajikan dengan 3 digit bilangan biner, sehingga untuk mengubah atau mengkonversi bilangan oktal ke bilangan biner, setiap digit oktal diubah secara terpisah. Sebagai contoh, 3527_8 akan diubah sebagai berikut:

$$3_8 = 011_2, (0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 3)$$

$$5_8 = 101_2, (1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5)$$

$$2_8 = 010_2, (0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2)$$

$$7_8 = 111_2, (1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 7)$$

Sehingga bilangan oktal 3527_8 sama dengan bilangan $011\ 101\ 010\ 111_2$.

Sebaliknya, pengubahan dari bilangan biner ke bilangan oktal dilakukan dengan mengelompokkan setiap tiga digit biner dimulai dari digit paling kanan. Kemudian, setiap kelompok diubah secara terpisah ke dalam bilangan oktal. Sebagai contoh, bilangan 11110011001_2 akan dikelompokkan menjadi $11\ 110\ 011\ 001_2$, sehingga.

$$11_2 = 3_8$$

$$110_2 = 6_8$$

$$011_2 = 3_8$$

$$001_2 = 1_8$$

Jadi, bilangan biner 11110011001 apabila diubah menjadi bilangan oktal akan diperoleh 3631_8 .

4. Sistem Bilangan Heksadesimal

Sistem bilangan heksadesimal atau sering disingkat dengan hex merupakan sistem bilangan yang menggunakan basis 16 dan terdapat 16 digit simbol yang digunakan, yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, dan F. Teknologi komputer dan informasi menggunakan Sistem bilangan heksadesimal dalam representasi alamat memori, alamat I/O, dan kode warna pada monitor komputer dan dapat juga digunakan untuk pengujian perangkat keras dan perangkat lunak pada komputer. Untuk mengonversi bilangan desimal ke bilangan heksadesimal, langkah-langkahnya sama seperti saat mengonversi bilangan desimal ke bilangan oktal. Namun, dalam sistem bilangan heksadesimal, setiap digit dapat merepresentasikan nilai hingga 15, sehingga jika terdapat hasil bagi yang lebih dari 9, maka perlu menggunakan huruf A hingga F untuk merepresentasikan nilai 10 hingga 15.

Contoh 1:

Ubah bilangan desimal 423 ke dalam bilangan heksadesimal.

- Bagi bilangan desimal dengan 16.
- Catat sisa hasil bagi sebagai digit pertama pada bilangan heksadesimal.
- Jika hasil bagi lebih besar dari 9, gunakan huruf A hingga F sebagai pengganti nilai 10 hingga 15.
- Ulangi langkah 1-3 pada hasil bagi hingga mendapatkan sisa 0.

Berikut adalah langkah-langkahnya:

- $423 / 16 = 26$ sisa 7
- Digit pertama pada bilangan heksadesimal adalah 7.
- Ulangi langkah 1-2 pada hasil bagi 26.
- $26 / 16 = 1$ sisa 10, maka digit kedua pada bilangan heksadesimal adalah A.
- Hasil bagi sudah sama dengan 1, dan sisa adalah 1, sehingga digit terakhir pada bilangan heksadesimal adalah 1.

Oleh karena itu, bilangan desimal 423 dapat direpresentasikan dalam bilangan heksadesimal dengan nilai 1A7.

Contoh 2:

Ubah bilangan desimal 3409 ke dalam bilangan heksadesimal.

$3409/16=213$ sisa 1, Digit pertama pada bilangan heksadesimal adalah 1

$213/16 = 13$ sisa 5, digit kedua pada bilangan heksadesimal adalah 5

$13/16 = 0$ sisa 13, maka digit ketiga pada bilangan heksadesimal adalah D

Oleh karena itu, bilangan desimal 3409 dapat direpresentasikan dalam bilangan heksadesimal dengan nilai D51.

Untuk mengonversi bilangan heksadesimal ke bilangan desimal, langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Tuliskan bilangan heksadesimal dalam bentuk posisi dengan digit-digitnya ditulis sebagai perkalian dari pangkat 16, dengan pangkat tertinggi pada digit terdepan.
2. Hitung nilai dari setiap digit yang dituliskan pada langkah ke-1, dengan cara mengalikan digit tersebut dengan pangkat 16 yang sesuai.
3. Jumlahkan hasil perkalian dari setiap digit pada langkah ke-2, sehingga didapatkan nilai bilangan dalam sistem bilangan desimal.

Contoh 3:

Ubah bilangan heksadesimal 2A5 ke dalam bilangan desimal.

Tuliskan bilangan heksadesimal 2A5 dalam bentuk posisi:

$$2A5 = 2 \times 16^2 + A \times 16^1 + 5 \times 16^0$$

Hitung nilai dari setiap digit:

$$2 \times 16^2 = 512$$

$$A \times 16^1 = 10 \times 16 = 160$$

$$5 \times 16^0 = 5$$

Jumlahkan hasil perkalian dari setiap digit:

$$512 + 160 + 5 = 677$$

Oleh karena itu, bilangan heksadesimal 2A5 dapat direpresentasikan dalam bilangan desimal 677.

Contoh 4:

Konversi bilangan heksadesimal ke desimal.

$$\begin{aligned} 152B_{16} &= (1 \times 16^3) + (5 \times 16^2) + (2 \times 16^1) + (11 \times 16^0) \\ &= 1 \times 4096 + 5 \times 256 + 2 \times 16 + 11 \times 1 \\ &= 4096 + 1280 + 32 + 11 \\ &= 5419_{10} \end{aligned}$$

Untuk mengubah bilangan heksadesimal menjadi bilangan biner, setiap digit dari bilangan heksadesimal diubah secara terpisah ke dalam empat bit bilangan biner.

Sebagai contoh, $2A5C_{16}$ dapat diubah ke bilangan biner sebagai berikut.

$$2_{16} = 0010, \quad \rightarrow (0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2)$$

$$A_{16} = 1010, \quad \rightarrow (1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10)$$

$$5_{16} = 0101, \quad \rightarrow (0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5)$$

$$C_{16} = 1100, \quad \rightarrow (1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 12)$$

Sehingga, bilangan heksadesimal 2A5C akan diubah menjadi bilangan biner 0010 1010 0101 1100.

Sebaliknya, bilangan biner dapat diubah menjadi bilangan heksadesimal dengan cara mengelompokkan setiap empat digit dari bilangan biner tersebut

dimulai dari sigit paling kanan. Sebagai contoh, 0100111101011110_2 dapat dikelompokkan menjadi 0100 1111 0101 1110.

Sehingga:

$$0100_2 = 4_{16},$$

$$1111_2 = F_{16}$$

$$0101_2 = 5_{16}$$

$$1110_2 = E_{16},$$

Dengan demikian, bilangan $0100111101011110_2 = 4F5E_{16}$.

b. Pangkat

Pangkat atau yang disebut juga dengan indeks atau eksponen merupakan salah satu bentuk notasi aljabar yang sangat praktis dan umum digunakan. Jika a bilangan real dan n bilangan bulat positif, maka a^n , didefinisikan oleh :

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times n \quad \text{Contoh : } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Lambang a^n dibaca “ a pangkat n “. Bilangan a dinamakan bilangan pokok atau basis dengan $a \neq 0$ sedangkan n dinamakan pangkat atau eksponen.



1) Pangkat bulat positif

Sifat Bilangan Berpangkat bulat Positif

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \text{ jika } a \neq 0 \quad \rightarrow \text{ contoh : } 2^3 \cdot 2^4 = 2^7$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}, \text{ jika } a \neq 0 \quad \rightarrow \text{ contoh : } 5^6 : 5^2 = 5^4$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \rightarrow \text{ contoh : } 3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n \quad \rightarrow \text{ contoh : } 16^2 : 2^2 = (16 : 2)^2 = 8^2$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \rightarrow \text{ contoh : } (3^2)^4 = 3^8$$

Contoh lainnya:

- a) $a^2 \times a^3 = a^5$
b) $b^2 \times 5b^8 = 5b^{10}$
c) $3^6 \times 3^6 = 3^{12}$
- a) $z^3 : z^2 = z$
b) $8b^5 : 2b = 4b^4$
c) $2d^2 : 2d^2 = d$
- a) $(y^2)^3 = y^6$
b) $(z^3)^5 = z^{15}$
c) $(x^4)^4 = x^{16}$

2) Pangkat Bulat Negatif

Untuk setiap bilangan real a dan bilangan rasional n , berlaku :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ jika } a \neq 0 \quad \rightarrow \quad \text{contoh : } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Contoh :

Bentuk sederhana dari : $\left(\frac{a^{-2} \cdot b^3}{a^4 \cdot b^{-1}}\right)^{-2}$ adalah :

Jawab :

$$\left(\frac{a^{-2} \cdot b^3}{a^4 \cdot b^{-1}}\right)^{-2} = \left(\frac{a^4 \cdot b^{-6}}{a^{-8} \cdot b^2}\right) = a^{4-(-8)} \cdot b^{-6-2} = a^{12} \cdot b^{-8} = \frac{a^{12}}{b^8}$$

c. Pernyataan dan persamaan

Pernyataan dalam logika matematika dapat diartikan sebagai suatu kalimat yang dapat bernilai benar atau dapat bernilai salah. Jika dalam suatu kalimat tidak dapat ditentukan nilai benar atau salahnya, maka kalimat tersebut bukanlah suatu pernyataan.

Persamaan atau dalam bahasa Inggris disebut dengan *equation* merupakan suatu pernyataan matematika dalam bentuk simbol yang menyatakan bahwa dua hal adalah persis sama. Umumnya suatu persamaan ditulis dengan tanda “sama dengan” (=).

Misalnya, persamaan:

$$r = 2s^3 + 3t$$

menyatakan bahwa variabel “ r ” dapat diberi nilai dengan berurutan memberikan nilai untuk “ s ” dan “ t ”, setiap kali menentukan nilai $2s^3 + 3t$. Variabel “ r ” disebut variabel *dependen* dan *subjek* persamaan yang nilainya bergantung *dependen* pada nilai variabel *independen* “ s ” dan “ t ”.

Terdapat beberapa jenis persamaan yang berbeda yaitu:

a. Persamaan bersyarat

Suatu persamaan bersyarat (*conditional equation*) umumnya disebut dengan persamaan, berlaku hanya untuk nilai simbol tertentu yang terlihat. Sebagai contoh persamaan:

$$x^2 = 4$$

Merupakan persamaan yang hanya berlaku untuk masing-masing dari kedua nilai yaitu $x = +2$ dan $x = -2$.

b. Identitas

Suatu identitas merupakan pernyataan matematis tentang kesamaan dari dua pernyataan yang berlaku untuk semua nilai dari simbol yang didefinisikan pada kedua persamaan. Sebagai contoh persamaan yaitu:

$$2(5 - x) = 10 - 2x$$

Berlaku intuk berapapun nilai x yang dipilih – persamaan itu merupakan identitas. Pernyataan bada bagian kiri tidak saja sama dengan pernyataan di kanan, persamaan pada bagian kiri disebut *ekuivalen* dengan persamaan pada bagian kanan. Satu pernyataan merupakan suatu bentuk *ekuivalen* pernyataan lain.

c. Persamaan pendefinisian

Suatu persamaan pendefinisian merupakan suatu pernyataan matematis tentang kesamaan yang mendefinisikan suatu pernyataan. Sebagai contoh:

$$a^2 \triangleq a x a$$

di sini simbolisme a^2 didefinisikan untuk mengartikan $a x a$ di mana \triangleq berarti ‘didefinisikan sebagai’.

d. Persamaan penguntuk

Persamaan penguntuk atau dalam bahasa inggris disebut dengan *assigning equation* merupakan suatu pernyataan matematis tentang kesamaan yang memperuntukan nilai khusus untuk suatu variabel. Sebagai contoh:

$$p := 4$$

Di sini nilai 4 diperuntukkan buat variabel p .

e. Rumus

Sebuah rumus merupakan suatu pernyataan tentang kesamaan yang menyatakan suatu fakta matematis di mana semua variabel, dependen dan independen, didefinisikan dengan jelas. Sebagai contoh persamaan yaitu sebagai berikut:

$$A = \pi r^2$$

Menyatakan fakta bahwa luas A suatu lingkaran yang beradius r adalah πr^2 .

d. Menentukan nilai pernyataan

Apabila nilai numerik digunakan untuk variabel dan konstanta dalam suatu pernyataan (*expression*), pernyataan itu sendiri memiliki nilai numerik yang diperoleh dengan mengikuti aturan prioritas yang biasa. Proses ini disebut dengan penentuan nilai (*evaluating*) pernyataan.

Sebagai contoh, juka $l = 2$ dan $g = 9,81$ maka pernyataan:

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Jika ditentukan nilainya sehingga menghasilkan:

$$2\pi \sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2,84 \text{ hingga 2 tempat desimal di mana } \pi = 3,14159 \dots$$

Contoh:

Jika $V = \frac{\pi h}{6}(3R^2 + h^2)$, tentukan nilai V apabila $h = 2,85$, $R = 6,24$ dan $\pi = 3,142$.

Dengan mensubstitusi nilai h , R dan π maka diperoleh:

$$V = \frac{3,142 \cdot 2,85}{6} (3 \cdot 6,24^2 + 2,85^2)$$

$$V = \frac{3,142 \cdot 2,85}{6} (3 \cdot 38,938 + 8,123)$$

$$V = 186,46$$

e. Menentukan nilai variabel independen

Nilai numerik yang diberikan pada variabel dan konstanta dalam suatu rumus mencakup suatu nilai untuk variabel *dependen* dan mengecualikan suatu nilai salah satu variabel-variabel *independen* yang sesuai. Sebagai contoh, diketahui bahwa:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ di mana } \pi = 3,14 \text{ dan } g = 9,81.$$

Berapakah panjang l yang sesuai dengan $T = 1,03$. Dengan mensubstitusikan nilai T maka diperoleh:

$$1,03 = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{l}{9,81}} \text{ tentukan nilai } l.$$

Untuk menentukan nilai l maka perlu dilakukan pemisahan l dari persamaan.

$$1,03 = 6,28 \sqrt{\frac{l}{9,81}}$$

Langkah pertama dilakukan dengan membagi kedua sisi dengan 6,28, sehingga persamaan menjadi,

$$\frac{1,03}{6,28} = \frac{6,28}{6,28} \sqrt{\frac{l}{9,81}}$$

$$\frac{1,03}{6,28} = \sqrt{\frac{l}{9,81}}$$

Langkah selanjutnya dengan mengkuadratkan kedua sisi sehingga menjadi:

$$\left(\frac{1,03}{6,28}\right)^2 = \frac{l}{9,81}$$

Kemudian kalikan kedua sisi dengan 9,81 maka:

$$9,81 \left(\frac{1,03}{6,28}\right)^2 = l$$

Sehingga $l = 0,264$ hingga 3 angka signifikan.

f. Transposisi rumus-rumus

Soal-soal dalam bidang teknik maupun bidang lainnya tentu tidak lepas dari rumus. Umumnya dalam menyelesaikan soal tersebut perlu dilakukan dengan mentransposisi rumus. Sebagai contoh rumus untuk periode osilasi, T detik, suatu bandul diberikan oleh:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Di mana:

l = panjang bandul (m),

g = konstanta gravitasi ($9,81 \text{ m/s}^2$)

$\pi = 3,14$

T merupakan variabel *dependen* atau sering disebut juga dengan *subjek rumus*.

Jika pada rumus tersebut yang diminta l sebagai variabel *dependen* atau *subjek rumus*, maka ada beberapa langkah yang perlu dilakukan.

Diawali dengan:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Karena yang diminta adalah l sebagai subjek rumus maka l perlu di isolasi dengan memindahkan 2π ke bagian kanan sehingga menghasilkan:

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pada rumus tersebut masih dalam bentuk akar, sehingga langkah selanjut yaitu dengan mengkuadratkan kedua sisi sehingga menghasilkan:

$$\frac{T^2}{2^2 \pi^2} = \frac{l}{g}$$
$$\frac{T^2}{4 \pi^2} = \frac{l}{g}$$

Langkah selanjutnya yaitu dengan memindahkan “ g ” ke bagian kiri sehingga rumus menjadi:

$$\frac{g \cdot T^2}{4 \pi^2} = l$$

Karena umumnya subjek rumus berada disebelah kiri maka diperoleh rumus berikut.

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4 \pi^2}$$

Contoh:

Daya turbin air *Cross-flow* dapat dihitung dengan rumus $P = \frac{2\pi \cdot n}{60} T$.

Dimana:

P = daya turbin air (*watt*)

n = putaran turbin (*rpm*)

T = torsi yang dihasilkan turbin (*Nm*)

Pada sebuah pengujian turbin air *Cross-flow* diperoleh daya turbin yaitu *1000 watt* pada putaran *250 rpm*. Tentukan torsi yang dihasilkan turbin air *Cross-flow* pada pengujian tersebut.

Jawab:

Untuk mengetahui torsi yang dihasilkan turbin maka perlu dilakukan transposisi rumus dan merubah T menjadi *subjek rumus*:

$$P = \frac{2\pi \cdot n}{60} T$$

Untuk menjadikan T menjadi *subjek rumus* langkah pertama dengan memindahkan $\frac{2\pi \cdot n}{60}$ ke sisi sebelah kiri.

$$60 P = 2\pi \cdot n \cdot T$$
$$\frac{60}{2\pi \cdot n} P = T$$

Sehingga,

$$T = \frac{60}{2\pi \cdot n} P$$
$$T = \frac{60}{2 \cdot 3,14 \cdot 250 \text{ rpm}} 1000 \text{ watt}$$
$$T = 38,22 \text{ Nm.}$$

Jadi torsi yang dihasilkan turbin yaitu *38,22 Nm*.

8. Rangkuman

a. Jenis-jenis Sistem Bilangan

Sistem	Radiks	Himpunan/elemen Digit	Contoh
Desimal	$r=10$	$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$	255_{10}
Biner	$r=2$	$\{0,1\}$	11111111_2
Oktal	$r=8$	$\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$	377_8
Heksadesimal	$r=16$	$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, B, C, D, E, F\}$	FF_{16}

Desimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Heksa	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Biner	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

b. Pangkat

- 1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- 2) $a^m : a^n = a^{m-n}$
- 3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 4) $(ab)^n = a^n b^n$
- 5) $a^0 = 1, a \neq 0$
- 6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$
- 7) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- 8) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
- 9) $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$
- 10) $\frac{1}{a^{-\frac{m}{n}}} = a^{\frac{m}{n}}$
- 11) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- 12) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- 13) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

c. Pernyataan dalam logika matematika dapat diartikan sebagai suatu kalimat yang dapat bernilai benar atau dapat bernilai salah.

d. Persamaan atau dalam bahasa Inggris disebut dengan *equation* merupakan suatu pernyataan matematika dalam bentuk simbol yang menyatakan bahwa dua hal adalah persis sama. Misalnya, persamaan $r = 2s^3 + 3t$

Terdapat beberapa jenis persamaan yang berbeda yaitu:

- a. Persamaan bersyarat. Sebagai contoh: $x^2 = 4$
- b. Identitas. Sebagai contoh yaitu: $2(5 - x) = 10 - 2x$
- c. Persamaan pendefinisian. Sebagai contoh: $a^2 \triangleq a \times a$
- d. Persamaan penguntuk. Sebagai contoh: $p := 4$
- e. Rumus. Sebagai contoh: $A = \pi r^2$

9. Tugas

1. Membuat resume dari video penjelasan sesuai dengan topik bahasan dan jawab pertanyaan berikut.
 - a. Jelaskan sampai dimana tingkat pemahaman anda tentang materi yang diberikan
 - b. Jelaskan menurut pendapat anda pentingnya video penjelasan terhadap proses belajar
 - c. Langkah apasaja yang telah anda lakukan untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang materi yang diberikan
 - d. Berikan contoh penerapan atau aplikasi tentang sistem bilangan dan pangkat, pernyataan dan persamaan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Membuat makalah (pengembangan materi) tentang sistem bilangan dan pangkat, pernyataan dan persamaan dari sumber referensi yang relevan dalam bentuk materi atau contoh-contoh soal.
3. Menyelesaikan tugas mandiri sesuai bahan kajian sebagai berikut:
 - a. Ubah bilangan biner berikut ini menjadi bilangan desimal.
 - (a) 110
 - (b) 1110
 - (c) 10101
 - (d) 101101
 - b. Ubah bilangan desimal berikut ini menjadi bilangan biner.
 - (a) 5
 - (b) 17
 - (c) 42
 - (d) 31
 - c. Ubah bilangan oktal berikut ini menjadi bilangan biner
 - (a) 27_8
 - (b) 210_8
 - (c) 55_8
 - d. Ubah bilangan biner berikut ini menjadi bilangan oktal
 - (a) 010
 - (b) 110011
 - e. Sederhanakan bentuk persamaan berikut: $E = (5X^2Y^{3/2}Z^{1/4})^2 \times (4X^4Y^2Z)^{-1/2}$
 - f. Kinerja mesin sepeda motor (motor bakar) dapat diukur dari beberapa parameter salah satunya yaitu daya indikator. Untuk mengetahui besarnya daya indikator yang dihasilkan mesin sepeda motor dapat dihitung dengan persamaan (*equation*) berikut.

$$N_i = \frac{P_{rata} \cdot n \cdot V_d \cdot a}{60 \cdot z}$$

Dimana:

N_i = Daya indikator (Watt)

P_{rata} = BMEP atau tekanan efektif rata-rata (N/m^2)

a = Jumlah silinder

z = Sistem siklus (4 langkah/tak = 2, dan 2 langkah/tak =1)



n = Putaran mesin (rpm)

V_d = Volume langkah silinder (m^3)

Berdasarkan hasil pengujian diperoleh daya indikator mesin sepeda motor 4 tak (langkah) satu silinder yaitu 11,1 kW atau 11100 watt pada putaran 8000 rpm. Mesin motor tersebut memiliki volume langkah silinder $0,000155 m^3$.

Dengan melakukan **transposisi rumus**, Tentukan:

- a. BMEP atau tekanan efektif rata-rata (N/m^2)
 - b. Jelaskan menurut Anda bagaimana hubungan antara BMEP atau tekanan efektif rata-rata (N/m^2) dengan daya indikator
 - c. Jelaskan menurut Anda langkah apa saja yang dapat dilakukan untuk meningkatkan daya indikator mesin sepeda motor (motor bakar).
4. Membuat resume makna (tafsir) Qs Al Hajj: 30 dan hadist Shahih Muslim 3277

10. Daftar pustaka

- a. Al-Quran dan As-Sunnah
- b. Erwin Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", Edisi 6, John Wiley & Sons, Singapore, 1988.
- c. K.A Stroud, "Matematika Teknik". Edisi 5 Jilid 1. Erlangga. 2003.
- d. Edwin J. Purcell Dale Varberg. "Kalkulus Dan Geometri Analitis". Edisi kelima. Erlangga 1987. Jakarta. Terjemah.
- e. https://spada.uns.ac.id/pluginfile.php/462980/mod_resource/content/0/Pembelajaran%20Digital.pdf
- f. <https://www.trivusi.web.id/2023/04/sistem-bilangan.html>
- g. <https://staffnew.uny.ac.id/upload/132233216/pendidikan/buku+teknik+digital.pdf>