

# **MODUL 8**

## **DIFERENSIAL PARSIAL I**



**Mata Kuliah** : **MATEMATIKA TEKNIK I**  
**Kode / sks** : **B2220 / 3 sks**  
**Prodi** : **TEKNIK MESIN**  
**Semester** : **III (Tiga)**

Disusun oleh :

**MAFRUDDIN, S.T., M.T**

**PRODI TEKNIK MESIN**  
**FAKULTAS TEKNIK**  
**UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH METRO**

**Dibiayai Oleh:**

**Direktorat Pembelajaran Dan Kemahasiswaan**  
**Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Riset Dan Teknologi**  
**Kemetrician Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi**  
**2023**



## MODUL 8 DIFERENSIAL PARSIAL I

### 1. Pengantar

Assalamu'alaikum wr. Wb.

Kegiatan belajar mengajar untuk mata kuliah Matematika Teknik I dilakukan dengan dua metode yaitu Daring (online) dan Luring (offline). Untuk mempermudah dalam memahani materi yang diberikan dan mencapai kompetensi yang diharapkan maka perlu diperhatikan beberapa petunjuk belajar berikut:

- a. Pelajarilah setiap materi yang terdapat pada modul ini (Modul 8. Diferensial Parsial I) dengan sungguh-sungguh, apabila terdapat uraian materi atau pokok bahasan yang kurang dipahami atau belum dimengerti segera tanyakan pada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- b. Bacalah dengan teliti dan pahami apa yang menjadi capaian akhir dari setiap materi yang akan dipelajari
- c. Bacalah dengan teliti dan pahami apa saja indikator capaian pembelajaran yang harus dikuasai
- d. Berikan tanda pada bagian-bagian materi yang dianggap penting atau bagian yang belum dimengerti untuk ditanyakan kepada tutor/dosen pengampu mata kuliah.
- e. Buka dan pelajari setiap link materi (video atau dokumen lainnya) yang diberikan oleh tutor/dosen pengampu mata kuliah untuk menambah pemahaman Anda terkait materi yang dipelajari dalam kegiatan belajar pada modul ini
- f. *Download* dan Putarlah video penjelasan yang ada terkait materi atau pokok bahasan agar dapat memahami isi materi pada kegiatan ini secara lebih jelas dan paham serta dapat menyelesaikan tugas-tugas yang diberikan. Jika diperlukan, putarlah video penjelasan berulang-ulang supaya benar-benar paham
- g. Carilah sumber referensi lainnya untuk menambah materi bahan ajar (baik dalam bentuk materi penjelasan maupun contoh-contoh soal) dan melengkapi tugas pada masing-masing topik perkuliahan serta memperluas wawasan Anda
- h. Pahami tugas yang harus didiskusikan dengan teman-temanmu (tugas kelompok) pada bagian forum diskusi pada topik bahasan tertentu. Gunakan pengetahuan dan pengalaman Anda sebelumnya untuk mendiskusikan penyelesaian masalah yang diberikan dalam forum diskusi tersebut
- i. Bacalah dan pahami pada bagian rangkuman materi untuk lebih meningkatkan pemahaman substansi materi dari materi kegiatan belajar yang telah dipelajari dan diskusikan
- j. Kerjakan tugas dengan semaksimal mungkin dan ikuti panduan yang diberikan serta gunakan rambu-rambu jawaban untuk menilai apakah jawaban Anda sudah memadai atau belum
- k. Kumpulkan tugas sesuai dengan batas waktu yang telah ditetapkan
- l. Kerjakan tugas Anda dengan jujur dan jangan mencontek
- m. Tugas dikumpulkan di SPADA UM METRO.

## 2. Capaian pembelajaran

Setelah mempelajari keseluruhan materi pada modul ini diharapkan mahasiswa mampu menjelaskan tentang turunan parsial pertama suatu fungsi, turunan parsial orde kedua dan menghitung menggunakan diferensial parsial. Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim dan mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

## 3. Indikator Capaian Pembelajaran

Adapun tingkat penguasaan mahasiswa terhadap Capaian Pembelajaran Kegiatan Belajar ini secara rinci akan diukur dari kemampuan mahasiswa dalam:

- Menjelaskan tentang turunan parsial pertama suatu fungsi
- Menjelaskan tentang turunan parsial orde kedua dan menghitung menggunakan diferensial parsial
- Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim
- Mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

## 4. Alokasi Jam Pembelajaran (JP) per pertemuan

- Total alokasi waktu : 3 x 50 menit
- Mode pembelajaran : Daring (online)
- Pertemuan : 10 (sepuluh)

## 5. Pokok-pokok materi

- Pengantar Diferensial parsial I
- Pertambahan kecil

## 6. Integrasi nilai islam

- Al-quran Qs Al Jinn ;72:28

لَيَعْلَمَ أَنْ قَدْ أَبْلَغُوا رَسُولَاتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا ﴿٢٨﴾

28. supaya Dia mengetahui, bahwa Sesungguhnya Rasul-rasul itu telah menyampaikan risalah-risalah Tuhannya, sedang (sebenarnya) ilmu-Nya meliputi apa yang ada pada mereka, dan Dia menghitung segala sesuatu satu persatu.

- Hadist Tirmidzi 3089

سنن الترمذي ٣٠٨٩: حَدَّثَنَا مُجَاهِدُ بْنُ مُوسَى الْبَغْدَادِيُّ وَالْفَضْلُ بْنُ سَهْلٍ الْأَعْرَجُ بَعْدَايِي وَعَبْرُ وَاجِدٍ قَالُوا حَدَّثَنَا عَبْدُ الرَّحْمَنِ بْنُ غَزْوَانَ أَبُو نُوحٍ حَدَّثَنَا اللَّيْثُ بْنُ سَعْدٍ عَنْ مَالِكِ بْنِ أَنَسٍ عَنِ الزُّهْرِيِّ عَنْ عُرْوَةَ عَنْ عَائِشَةَ أَنَّ رَجُلًا قَعَدَ بَيْنَ يَدَيْ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَقَالَ يَا رَسُولَ اللَّهِ إِنَّ لِي مَمْلُوكِينَ يُكذِّبُونِي وَيُخُونُونِي وَيَعْصُونَنِي وَأَسْتُمُّهُمْ وَأَضْرِبُهُمْ فَكَيْفَ أَنَا مِنْهُمْ قَالَ يُحْسَبُ مَا خَانُوكَ وَعَصَاكَ وَكَذَّبُوكَ وَعَقَابَكَ إِيَاهُمْ فَإِنْ كَانَ عِقَابُكَ إِيَاهُمْ بِقَدْرِ ذُنُوبِهِمْ كَانَ كَفَافًا لَا لَكَ وَلَا عَلَيْكَ وَإِنْ كَانَ عِقَابُكَ إِيَاهُمْ دُونَ ذُنُوبِهِمْ كَانَ فَضْلًا لَكَ وَإِنْ كَانَ عِقَابُكَ إِيَاهُمْ فَرَقَ ذُنُوبَهُمْ أَقْتَصَّ لَهُمْ مِنْكَ الْفَضْلُ قَالَ فَتَنَحَّى الرَّجُلُ فَجَعَلَ يَبْكِي وَيَهْتِفُ فَقَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَمَا تَقْرَأُ كِتَابَ اللَّهِ { وَنَضَعُ الْمَوَازِينَ الْقِسْطَ لِيَوْمِ الْقِيَامَةِ فَلَا تُظْلَمُ نَفْسٌ شَيْئًا وَإِنْ كَانَ مِثْقَالَ حَبِّ خَلْتٍ } الْآيَةَ فَقَالَ الرَّجُلُ وَاللَّهِ يَا رَسُولَ اللَّهِ مَا أَجِدُ لِي

وَلِهَؤُلَاءِ شَيْبًا خَيْرًا مِنْ مُفَارَقَتِهِمْ أَشْهَدُكُمْ أَنَّهُمْ أَحْرَارٌ كُلُّهُمْ قَالَ أَبُو عِيْسَى هَذَا حَدِيثٌ غَرِيبٌ لَا نَعْرِفُهُ إِلَّا مِنْ حَدِيثِ عَبْدِ الرَّحْمَنِ بْنِ غَزْوَانَ وَقَدْ رَوَى أَحْمَدُ بْنُ حَنْبَلٍ عَنْ عَبْدِ الرَّحْمَنِ بْنِ غَزْوَانَ هَذَا الْحَدِيثَ.

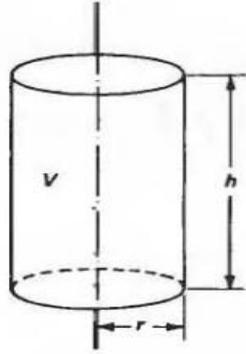
Sunan Tirmidzi 3089: Telah menceritakan kepada kami Mujahid bin Musa Al Baghdadi dan Al Fadll bin Sahal Al A'raj Baghdadi dan lainnya, mereka berkata: Telah menceritakan kepada kami Abdurrahman bin Ghazwan Abu Nuh telah menceritakan kepada kami Al Laits bin Sa'ad dari Malik bin Anas dari Az Zuhri dari Urwah dari Aisyah bahwa seseorang duduk di depan Nabi Shallallahu 'alaihi wa Salam lalu berkata: Wahai Rasulullah, sesungguhnya saya memiliki dua orang budak mereka mendustai dan mengkhianati saya, mereka juga membangkang terhadap (perintah) saya, lalu saya umpat dan saya pukul mereka apakah saya berdosa kepada mereka? beliau menjawab "Pengkhianatan, pembangkangan, dan kedustaan mereka terhadapmu, juga hukumanmu atas mereka, semua itu ada perhitungannya. Jika hukumanmu sebanding dengan kesalahan mereka, maka impaslah urusanmu dengannya. Tapi jika hukumanmu lebih ringan dibanding kesalahan mereka, maka kamu mendapat keutamaan. Namun jika hukuman yang kamu timpakan kepada mereka lebih berat dibanding kesalahan mereka, maka merekalah yang akan mendapat keutamaan darimu sebagai qishash." ia berkata: lalu menyessallah lelaki itu kemudian ia menangis dan berteriak lalu Rasulullah Shallallahu 'alaihi wa Salam bersabda: "Tidakkah engkau membaca kitab Allah: 'Kami akan memasang timbangan yang tepat pada hari kiamat, maka tiadalah seseorang dirugikan barang sedikitpun.'" (Al Anbiyaa` : 47) lelaki itu berkata: Wahai Rasulullah, demi Allah, tidak ada sesuatu yang lebih baik bagi saya kecuali dengan memerdekakan mereka. Karena itu saksikanlah bahwa mereka semua saya merdekakan." Abu Isa mengatakan bahwa hadits ini gharib, kami hanya mengetahuinya dari hadits Abdurrahman bin Ghazwan. Ahmad bin Hambal meriwayatkan hadits ini dari Abdurrahman bin Ghazwan.

## 7. Uraian Materi

### a. Pengantar Diferensial parsial I

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan yang memuat satu atau lebih turunan parsial dengan dua atau lebih variabel bebas. Diferensial parsial menganggap bahwa setiap variabel independen adalah konstan kecuali variabel yang terhadapnya dilakukan diferensial. Salah satu aplikasi dari diferensial parsial yaitu untuk menentukan perubahan volume sebuah silinder. Diketahui bahwa volume silinder dipengaruhi oleh besarnya radius dan tinggi dari silinder tersebut. Sehingga ketika radius mengalami perubahan maka volume silinder juga akan mengalami perubahan. Begitu juga dengan tinggi silinder, pada kondisi tinggi mengalami perubahan maka volume silinder tentunya juga akan mengalami perubahan. Volume silinder dinyatakan dalam persamaan berikut.

$$V = \pi r^2 \cdot h$$



Berdasarkan gambar disamping diketahui bahwa volume silinder akan mengalami perubahan ketika  $r$  dan  $h$  berubah. Pada kondisi  $r$  konstan dan  $h$  bertambah volume juga akan naik. Hal tersebut dapat di definisikan dengan turunan  $V$  terhadap  $h$  dengan  $r$  konstan dan dapat dituliskan dengan:

$\left(\frac{dV}{dh}\right)_{r \text{ konstan}}$  ditulis  $\frac{\partial V}{\partial h}$  dan disebut dengan **diferensial parsial atau turunan parsial**  $V$  terhadap  $h$ .

Diketahui bahwa volume silinder dinyatakan dalam:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Maka untuk mencari  $\frac{\partial V}{\partial h}$  (*diferensial parsial*)  $V$  terhadap  $h$  perlu diasumsikan bahwa kecuali  $V$  dan  $h$  sebagai konstanta, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$\frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2 \cdot 1 \quad \implies \quad \frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2$$

Pertambahan kecil  $\frac{\partial V}{\partial r}$  (*diferensial parsial*)  $V$  terhadap  $r$  perlu diasumsikan bahwa kecuali  $V$  dan  $r$  sebagai konstanta, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$\frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r^{2-1} \cdot h \quad \implies \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r \cdot h$$

Sehingga  $V = \pi r^2 \cdot h$  memiliki dua turunan parsial yaitu terhadap  $h$  dan  $r$ .

Contoh 1:

$$u = x^2 + xy + y^3$$

- 1) Untuk mencari nilai diferensial atau turunan parsial  $\frac{\partial u}{\partial x}$  maka perlu diasumsikan bahwa  $y$  sebagai konstanta, sehingga diferensial parsialnya sebagai berikut:

$$\text{Diferensiasi parsial } x \text{ terhadap } x^2 = 2x$$

$$\text{Diferensiasi parsial } x \text{ terhadap } xy = y \text{ (} y \text{ merupakan faktor konstanta)}$$

$$\text{Diferensiasi parsial } x \text{ terhadap } y^3 = 0 \text{ (} y^3 \text{ merupakan suku konstanta)}$$

$$\text{Sehingga diperoleh diferensial } u \text{ terhadap } x \text{ yaitu } \frac{\partial u}{\partial x} = 2x + y$$

- 2) Untuk mencari nilai diferensial atau turunan parsial  $\frac{\partial u}{\partial y}$  maka perlu diasumsikan bahwa  $x$  sebagai konstanta, sehingga diferensial parsialnya sebagai berikut:

$$\text{Diferensiasi parsial } y \text{ terhadap } x^2 = 0 \text{ (} x^2 \text{ merupakan suku konstanta)}$$

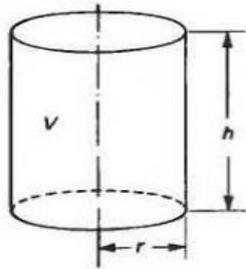
Diferensiasi parsial  $y$  terhadap  $xy = x$  ( $x$  merupakan faktor konstanta)

Diferensiasi parsial  $y$  terhadap  $y^3 = 3y^2$

Sehingga diperoleh diferensial parsial  $u$  terhadap  $y$  yaitu  $\frac{\partial u}{\partial y} = x + 3y^2$

## b. Pertambahan kecil

Penerapan diferensial parsial salah satunya yaitu untuk mengentukan pertambahan kecil suatu silinder. Penambahan kecil suatu silinder didefinisikan sebagai perubahan volume silinder yang disebabkan oleh perubahan  $r$  dan  $h$  secara simultan.



Seperti diketahui bahwa untuk menentukan  $\frac{\partial V}{\partial r}$  yaitu dengan mengasumsikan bahwa  $h$  konstan dan  $\frac{\partial V}{\partial h}$  dengan mengasumsikan  $r$  konstan.

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r.h$$

Pada kondisi  $r$  dan  $h$  yang keduanya mengalami perubahan secara simultan maka akan diperoleh beberapa persamaan berikut:

- a.  $r$  menjadi  $r + \delta r$   $\Rightarrow \delta r = \text{perubahan jari-jari } (r)$
- b.  $h$  menjadi  $h + \delta h$   $\Rightarrow \delta h = \text{perubahan tinggi } (h)$
- c.  $V$  menjadi  $V + \delta V$   $\Rightarrow \delta V = \text{perubahan volume } (V)$

Sehingga perubahan volume silinder didefinisikan sebagai berikut:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V + \delta V = \pi (r + \delta r)^2 \cdot (h + \delta h)$$

$$V + \delta V = \pi (r + \delta r) \cdot (r + \delta r) \cdot (h + \delta h)$$

$$V + \delta V = \pi (r^2 + 2r\delta r + [\delta r]^2) \cdot (h + \delta h)$$

$$V + \delta V = \pi (r^2 h + 2rh\delta r + h[\delta r]^2 + r^2 \delta h + 2r\delta r \delta h + [\delta r]^2 \delta h)$$

$V$  dipindahkan ke ruas sebelah kanan maka persamaannya menjadi,

$$\delta V = \pi (r^2 h + 2rh\delta r + h[\delta r]^2 + r^2 \delta h + 2r\delta r \delta h + [\delta r]^2 \delta h) - V$$

$$\delta V = \pi (r^2 h + 2rh\delta r + h[\delta r]^2 + r^2 \delta h + 2r\delta r \delta h + [\delta r]^2 \delta h) - \pi r^2 \cdot h$$

$$\delta V = \pi (2rh\delta r + h[\delta r]^2 + r^2 \delta h + 2r\delta r \delta h + [\delta r]^2 \delta h)$$

Karena  $\delta r$  dan  $\delta h$  bernilai kecil dan semua suku-suku yang lain akan jauh lebih kecil, sehingga persamaan dapat disederhanakan menjadi,

$$\delta V = 2\pi r h \delta r + \pi r^2 \delta h$$

atau

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial r} \delta r + \frac{\partial V}{\partial h} \delta h$$

Contoh:

Sebuah silinder mesin sepeda motor memiliki dimensi jari-jari  $r = 5 \text{ cm}$  dengan panjang langkah  $h = 10 \text{ cm}$ . Carilah perubahan (kenaikan) volume silinder jika  $r$  ditambah sebesar  $0,2 \text{ cm}$  dan panjang langkah mesin  $h$  tersebut dikurangi sebesar  $0,1 \text{ cm}$ .

Diketahui:

$$r = 5 \text{ cm dan } h = 10 \text{ cm}$$

$$\text{perubahan jari-jari } \delta r = 0,2 \text{ cm}$$

$$\text{perubahan langkah } \delta h = -0,1 \text{ cm ( " " karena berkurang)}$$

ditanya:

$$\delta V : \dots ?$$

jawab:

$$V = \pi r^2 \cdot h \quad \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (5 \text{ cm})^2 = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r h = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 314 \text{ cm}^2$$

maka

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial r} \delta r + \frac{\partial V}{\partial h} \delta h$$

$$\delta V = 314 \text{ cm}^2 \cdot 0,2 \text{ cm} + 78,5 \text{ cm}^2 \cdot (-0,1 \text{ cm})$$

$$\delta V = 62,8 \text{ cm}^3 - 7,85 \text{ cm}^3 = 54,95 \text{ cm}^3$$

dapat disimpulkan bahwa volume mesin sepeda motor mengalami kenaikan sebesar  $54,95 \text{ cm}^3$ .

Penerapan persamaan diferensial juga berlaku untuk semua fungsi dengan dua variabel independen atau lebih. Jika  $z$  merupakan fungsi dari  $x$  dan  $y$  dan dinotasikan dengan  $z = f(x,y)$ . Dari fungsi tersebut diketahui bahwa jika  $x$  dan  $y$  mengalami perubahan naik sekecil  $\delta x$  dan  $\delta y$  maka kenaikan  $\delta z$  juga akan relatif kecil. Jika diuraikan kenaikan  $\delta z$  dalam pangkat  $\delta x$  dan  $\delta y$  maka diperoleh persamaan berikut.

$$\delta z = A \delta x + B \delta y + \text{pangkat } \delta x \text{ dan } \delta y \text{ yang relatif tinggi}$$

dimana  $A$  merupakan fungsi  $x$  dan  $B$  merupakan fungsi  $y$ .

Jika persamaan didiferensial parsialkan terhadap  $y$  sehingga nilai  $y = 0$ , maka:

$\delta z = A \delta x + \delta x$  pangkat yang tinggi. Jika  $\delta x$  sangat kecil dan mendekati 0 maka diperoleh persamaan berikut:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = A$$

Jika persamaan didiferensial parsialkan terhadap  $x$  sehingga nilai  $x = 0$ , maka:

$\delta z = A \delta y + \delta y$  pangkat yang tinggi. Jika  $\delta y$  sangat kecil dan mendekati 0 maka diperoleh persamaan berikut:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = B$$

$\delta z = A \delta x + \delta y +$  kualitas yang sangat kecil perpanjang lebih tinggi diabaikan  
maka:

$\delta z = A \delta x + B \delta y$  menjadi,

$$\delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y$$

Jika  $z = f(x, y)$  maka  $\delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y$

dengan cara yang sama jika  $z = f(x, y, w)$  maka:

$$\delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y + \frac{\partial z}{\partial w} \delta w$$

Contoh 2:

Jika persamaan untuk menghitung kuat arus listrik adalah  $I = V/R$ , dengan  $V = 220$  volt dan  $R = 75$  ohm. Tentukan perubahan arus listrik ( $I$ ) jika voltase ( $V$ ) mengalami kenaikan sebesar 2 volt dan hambatan mengalami kenaikan 1 ohm.

Jawab:

Diketahui bahwa arus listrik merupakan fungsi dari  $V$  dan  $R$ , sehingga jika  $V$  dan  $R$  mengalami perubahan maka  $I$  juga akan berubah.

$$I = f(V, R)$$

Sehingga perubahan  $I$  yang terjadi yaitu

$$\delta I = \frac{\partial I}{\partial V} \delta V + \frac{\partial I}{\partial R} \delta R$$

Langkah-langkah penyelesaian:

- a. Diferensial parsialkan fungsi  $I$  terhadap  $V$  ( $\frac{\partial I}{\partial V}$ )

$$I = V/R$$

Merupakan bentuk diferensial  $u/v$  sehingga,

$$u = V \quad \Rightarrow \frac{du}{dV} = 1$$

$$v = R \quad \Rightarrow \frac{dv}{dV} = 0$$

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{v \cdot \frac{du}{dV} - u \frac{dv}{dV}}{v^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{R \cdot 1 - V \cdot 0}{R^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{R}{R^2} = \frac{1}{R}$$

dimana  $R = 75$  ohm

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{1}{75}$$

- b. Diferensial parsialkan fungsi I terhadap R  $\left(\frac{\partial I}{\partial R}\right)$

$$I = V/R$$

Merupakan bentuk diferensial  $u/v$  sehingga,

$$u = V \quad \Rightarrow \frac{du}{dR} = 0$$

$$v = R \quad \Rightarrow \frac{dv}{dR} = 1$$

$$\frac{\partial I}{\partial R} = \frac{v \cdot \frac{du}{dR} - u \frac{dv}{dR}}{v^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial R} = \frac{R \cdot 0 - V \cdot 1}{R^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial R} = \frac{-V}{R^2}$$

Dimana  $V = 220$  volt dan  $R = 75$  ohm.

$$\frac{\partial I}{\partial R} = \frac{-220}{75^2} = \frac{-220}{5625}$$

- c. Tentukan perubahan I

Diketahui perubahan voltase  $\delta V = 2$  volt dan perubahan  $\delta R = 1$  ohm.

Sehingga:

$$\delta I = \frac{\partial I}{\partial V} \delta V + \frac{\partial I}{\partial R} \delta R$$

$$\delta I = \frac{1}{75} \cdot 2 + \frac{-220}{5625} \cdot 1$$

$$\delta I = -0,012 \text{ ampere.}$$

Dapat diartikan bahwa arus listrik ( $I$ ) turun  $-0,012$  ampere.

## 8. Rangkuman

- a. Volume silinder dinyatakan dalam  $V = \pi r^2 \cdot h$

$$\text{Turunan parsial } V \text{ terhadap } h \text{ dinyatakan } \frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2$$

$$\text{Turunan parsial } V \text{ terhadap } r \text{ dinyatakan } \frac{\partial V}{\partial r} = 2 \pi r \cdot h$$

$$\text{Perubahan volume silinder } \delta V = \frac{\partial V}{\partial r} \delta r + \frac{\partial V}{\partial h} \delta h$$

- b. Jika  $z = f(x, y, w)$  maka  $\delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \delta y + \frac{\partial z}{\partial w} \delta w$ .

## 9. Tugas

1. Membuat resume dari video penjelasan sesuai dengan topik bahasan dan jawab pertanyaan berikut.

- a. Jelaskan sampai dimana tingkat pemahaman anda tentang materi yang diberikan



- b. Jelaskan menurut pendapat anda pentingnya video penjelasan terhadap proses belajar
  - c. Langkah apasaja yang telah anda lakukan untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang materi yang diberikan
  - d. Berikan contoh penerapan atau aplikasi tentang diferensial parsial I dalam kehidupan sehari-hari.
2. Membuat makalah (pengembangan materi) tentang diferensial parsial I dari sumber referensi yang relevan dalam bentuk materi atau contoh-contoh soal.
  3. Menyelesaikan tugas mandiri sesuai bahan kajian sebagai berikut:
    - a. Sebuah silinder mesin sepeda motor memiliki dimensi jari-jari  $r = 7,5 \text{ cm}$  dengan panjang langkah  $h = 10 \text{ cm}$ . Carilah perubahan (kenaikan) volume silinder jika  $r$  ditambah sebesar  $0,2 \text{ cm}$  dan panjang langkah mesin  $h$  tersebut bertambah sebesar  $0,1 \text{ cm}$ .
    - b. Jika kuat arus listrik dinyatakan dalam  $I = V/R$ , dengan  $V = 220 \text{ volt}$  dan  $R 50 \text{ ohm}$ . Tentukan nilai perubahan arus listrik ( $I$ ) jika voltase ( $V$ ) naik sebesar  $5 \text{ volt}$  dan hambatan ( $R$ ) juga mengalami kenaikan sebesar  $1 \text{ ohm}$ .
    - c. Seorang mekanik mesin sepeda motor ingin melakukan modifikasi mesin sepeda motor milik pelanggannya. Modifikasi yang hendak dilakukan yaitu memperbesar volume silinder mesin sepeda motor tersebut. Jika jari-jari  $r$  silinder motor yaitu  $5 \text{ cm}$ , dengan panjang langkah  $h = 10 \text{ cm}$ . pelanggan ingin menambah volume silinder motornya sebesar  $55 \text{ cm}^3$ . Berapakah penambahan panjang langkah yang dibutuhkan jika jari-jari silinder bertambah  $0,01 \text{ cm}$ .
  4. Membuat resume Qs Al Jinn ;72:28, Hadist: Tirmidzi 3089

## 10. Daftar pustaka

- a. Al-Quran dan As-Sunnah
- b. Erwin Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", Edisi 6, John Wiley & Sons, Singapore, 1988.
- c. K.A Stroud, "Matematika Teknik". Edisi 5 Jilid 1. Erlangga. 2003.
- d. Edwin J. Purcell Dale Varberg. "Kalkulus Dan Geometri Analitis". Edisi kelima. Erlangga 1987. Jakarta. Terjemah.