Selang Kepercayaan Untuk Satu Populasi

Bab 6

- **Estimasi Titik** adalah satu nilai,
  - Karena dia hanya satu nilai, seberapa kuat keyakinan untuk mempercayai bahwa ia adalah estimasi terbaik untuk parameter?
- **Estimasi Selang** memberikan informasi yang lebih mengenai sifat populasi. Estimasi selang memberikan selang untuk estimasi, selang yang demikian disebut **selang kepercayaan**.

- **Sebuah selang memberikan jangkauan sebuah nilai**:
  - Yang dipengaruhi oleh variasi antar sampel
  - Didasarkan dari observasi dari satu sample
  - Memberikan informasi tentang kedekatan dari sebuah populasi parameter yang tidak diketahui
  - Dinyatakan dalam bentuk tingkat kepercayaan (tidak pernah pada tingkat 100%)
- **Rumus umum untuk semua selang epercayaan adalah:**

  Estimasi Titik $\pm$ (Titik Kritis) x (Standard Error)

- Misal diberikan tingkat kepercayaan = 95%
- Biasa juga dituliskan sebagai $(1 - \alpha) = .95$
- α adalah proporsi dari distribusi dalam daerah dua sisi yang berada diluar selang kepercayaan
- Pemahaman frekuensi relatif:
  - Jiak semua sampel ukuran n yang mungkin diambil dan nilai mean dan selang mereka diperkirakan, maka 95% dari semua selang tersebut akan **mengandung nilai sebenarnya dari parameter populasi yang tidak diketahui**.
- Sebuah selang yang spesifik bisa jadi mengandung atau tidak mengandung parameter yang sebenarnya (karena terdapat 5% yang diluar selang)

Estimasi Selang Kepercayaan untuk Mean Populasi, μ, ketika σ diketahui

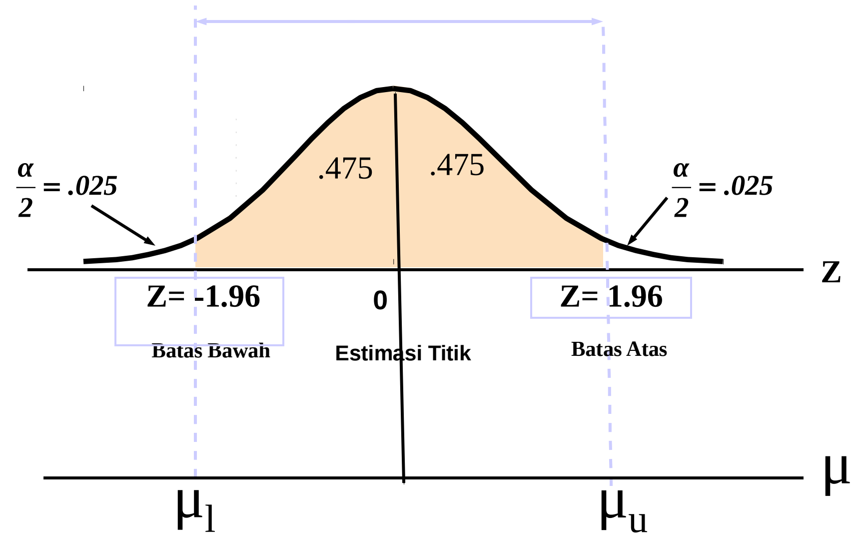
- Assumsi
  - Standar deviasi populasi (σ) diketahui
  - Populasi berdistribusi normal
  - Jika populasi tidak berdistribusi normal, maka harus menggunakan data yang besar (jumlah data lebih dari 30)
- Estimasi selang kepercayaan:

$$\mu_{\bar{x}} = \bar{X} \pm Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(Dimana Z adalah titik kritis dari distribusi normal untuk peluang α/2 dalam tiap sisi)

95% selang kepercayaan:

- $1-\alpha = .95 \qquad \alpha = .05 \qquad \alpha/2 = .025$



- **Contoh:**

Terdapat bermacam jeruk di Indonesia. 2 sampel diambil dari jeruk-jeruk tersebut, dimana tiap sampel terdiri dari 10 jeruk yang berbeda. Dari kedua sampel tersebut (katakan sampel A dan B), diambil nilai rata-rata harga penjualan perjeruk. Lebih jauh, misal kita diketahui bahwa standar deviasi populasi (σ) adalah 1.45. Berikut adalah informasi sampel yang didapatkan:

Sampel A: Mean=5.20, Std.Dev.=1.41=S

Sampel B: Mean=5.59, Std.Dev.=1.27=S

Dapatkan 95% selang kepercayaan dari harga penjualan jeruk yang sebenarnya (harga populasi).

- Interpretasi hasil
  - Dari sampel “A”
    - **95%** kepercayaan dari nilai tengah harga sesungguhnya adalah antara 4.63 dan 5.77.
    - **99%** kepercayaan dari nilai tengah harga sesungguhnya adalah antara 4.45 dan 5.95.
  - Dari sampel “B”
    - **95%** kepercayaan dari nilai tengah harga sesungguhnya adalah antara 5.02 dan 6.16. (gagal)
    - **99%** kepercayaan dari nilai tengah harga sesungguhnya adalah antara 4.84 dan 6.36.
- Jika kemudian diketahui bahwa mean dari populasi adalah 4.96, selang kepercayaan mana yang bisa dipakai?
  - Artinya, walapun terkadang selang kepercayaan tidak mengandung mean yang sebenarnya, namun bentuk 95% selang kepercayaan akan mengandung nilai mean yang sebenarnya jika dilakukan berulang-ulang.

Estimasi Selang Kepercayaan untuk mean Populasi, μ, ketika σ tidak diketahui

- Jika standar deviasi populasi σ tidak diketahui, maka digantikan dengan standar deviasi sampel, S
- Hal ini akan menambah krtidakpastian mengenai mean populasi karena S beragam antara satu sampel dan lainnya
- Menggunakan distribusi student’s t

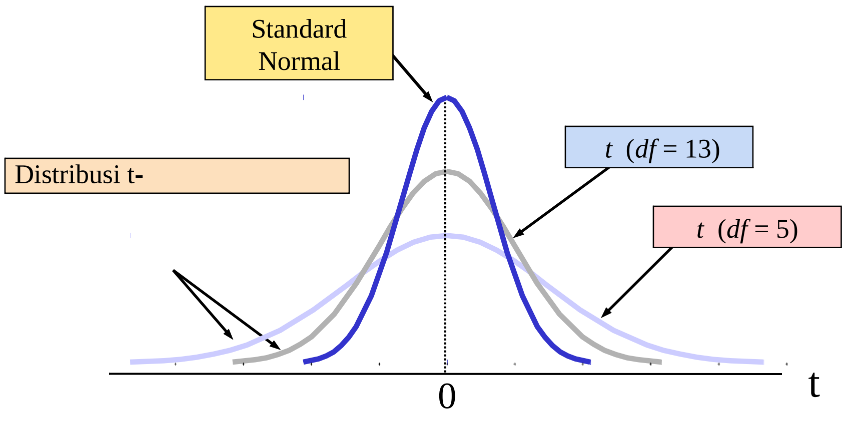
- Estimasi Selang Kepercayaan Menggunakan Distribusi Student’s t :

$$\mu = \overline{X} \pm t_{n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

(dimana t adalah titik kritis dari distribusi t dengan df (n-1) dan daerah penolakan α/2 pada tiap sisi)

- Distribusi student's t bersifar simetri sekitar mean, sama seperti distribusi normal.
- Untuk n yang besar, distribusi t mendekati distribusi standard normal (Z).
- Nilai t tergantung pada derajat kebebeasan (df).

- Distribusi Student’s t
- Catatan: t $\longrightarrow$ Z saat n semakin besar



Mendapatkan Ukuran Sampel

- Ukuran sampel yang dibutuhkan untuk mendapatkan margin of error (e) dengan tingkat kepercayaan (1 - α) yang diinginkan bisa didapatkan.
- Margin of error biasa juga disebut kesalahan sampling
  - Besaran ketidak akuratan estimasi parapetr populasi
  - Beasaran yang ditambahkan dan dikurangkan kepada estimasi titik untuk membentuk selang kepercayaan

- Menguunakan
- $$Z = \frac{(\overline{X} - \mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \longrightarrow \left|\overline{X} - \mu\right| = Z * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sampling Error, e

$$\longrightarrow \quad n = \frac{Z^2 \sigma^2}{e^2}$$

Untuk mendapatkan ukuran sampel yang dibutuhkan, maka harus diketahu:

1. Tingkat kepercayaan (1 - α), yang menentukan nilai titik kritiswhich Z
2. Kesalahan smapling yang boleh diterima (margin of error), e
3. Standar deviasi, σ

- Jika σ tidak diketahui, maka σ bisa diperkirakan dengan cara
  - Menggunakan nilai untuk σ sedemikian hingga diharapakan mirip/sama dengan nilai σ yang sebenarnya
  - Ambil sebuah sampel dan perkirakan σ dengan menggunakan standar deviasi sampel, S

- Contoh: Jika σ = 20, berapa ukuran sampel yang dibutuhkan untuk mendapatkan estimasi mean diantara ± 4 margin of error dengan kepercayaan 95%?

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{e^2} = \frac{1.64^2\, 20^2}{4^2} = 67.24 \approx 68$$