



# MUG2A3/ Matematika Diskret

Mahmud Imrona – Rian Febrian Umbara

Pemodelan dan Simulasi



## Himpunan



# Sifat Operasi Himpunan



## Hukum-hukum Himpunan

### 1. Hukum identitas:

a.  $A \cup \emptyset = A$

b.  $A \cap U = A$

### 2. Hukum

*null/dominasi:*

a.  $A \cap \emptyset = \emptyset$

b.  $A \cup U = U$

### 3. Hukum komplemen:

a.  $A \cup \bar{A} = U$

b.  $A \cap \bar{A} = \emptyset$

### 4. Hukum idempoten:

a.  $A \cap A = A$

b.  $A \cup A = A$

### 5. Hukum involusi:

a.  $\overline{(\bar{A})} = A$

### 6. Hukum penyerapan (absorpsi):

a.  $A \cup (A \cap B) = A$

b.  $A \cap (A \cup B) = A$

### 7. Hukum komutatif:

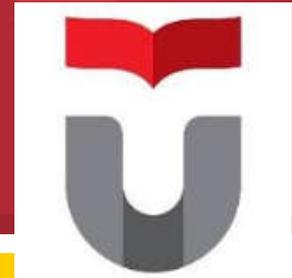
a.  $A \cup B = B \cup A$

b.  $A \cap B = B \cap A$

### 8. Hukum asosiatif:

a.  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

b.  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$



## Hukum Distributif dan De Morgan

9. Hukum distributif:

a.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

b.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

10. Hukum De Morgan:

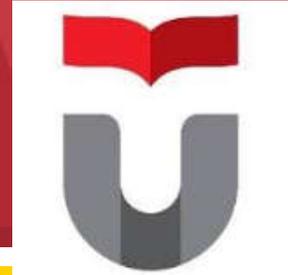
a.  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

b.  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

11. Hukum 0/1

a.  $\overline{\emptyset} = U$

b.  $\overline{U} = \emptyset$



## Dualitas

- ▶ Prinsip dualitas: dua konsep yang berbeda dapat dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang valid.
- ▶ Misalkan  $S$  adalah suatu kesamaan (*identitas*) yang melibatkan himpunan dan operasi:  $\cup$ ,  $\cap$ , dan komplemen. Jika  $S^*$  diperoleh dari  $S$  dengan mengganti:

$\cup \Leftrightarrow \cap$ ,  $\cap \Leftrightarrow \cup$ ,  $\emptyset \Leftrightarrow U$ ,  $U \Leftrightarrow \emptyset$  sedangkan komplemen tetap seperti semula,

maka identitas  $S^*$  valid dan disebut *dual* dari identitas  $S$ .

## Contoh Dualitas

- ▶ Hukum de Morgan pertama merupakan dualitas dari hukum de Morgan kedua dan sebaliknya:

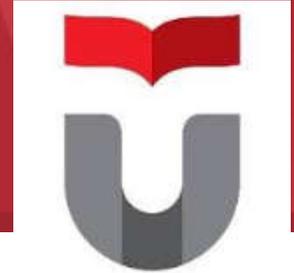
$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C \quad \{\text{hukum de Morgan pertama}\}$$

Pada ruas kiri gantilah:  $\cup$  dengan  $\cap$

Pada ruas kanan gantilah:  $\cap$  dengan  $\cup$

Maka didapat :

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C \quad \{\text{hukum de Morgan kedua}\}$$



## Teorema Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

**TEOREMA:** Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

$$(a) \quad A \oplus B = B \oplus A \quad \{hukum\ komutatif\}$$

$$(b) \quad (A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C) \quad \{hukum\ asosiatif\}$$



## Sifat CARTESIAN PRODUCT (PERKALIAN CARTESIAN)

- ▶ Jika  $A$  dan  $B$  merupakan himpunan berhingga, maka:  $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ .
- ▶ Pasangan berurutan  $(a, b)$  berbeda dengan  $(b, a)$ , dengan kata lain  $(a, b) \neq (b, a)$ .
- ▶ Perkalian kartesian tidak komutatif, yaitu  $A \times B \neq B \times A$  dengan syarat  $A$  atau  $B$  tidak kosong.
- ▶ Jika  $A = \emptyset$  atau  $B = \emptyset$ , maka  $A \times B = B \times A = \emptyset$



## Contoh 1 Pembuktian Identitas Himpunan dengan sifat

- ▶ Tunjukkan bahwa persamaan himpunan di bawah ini adalah valid:

$$B \cap (B - A) = B - A$$

Jawab:

$$\begin{aligned} B \cap (B - A) &= B \cap (B \cap A^c) \quad \{\text{Definisi operasi selisih}\} \\ &= (B \cap B) \cap A^c \quad \{\text{Hukum komutatif}\} \\ &= B \cap A^c \quad \{\text{Hukum idempotent}\} \\ &= B - A \quad \{\text{definisi operasi selisih}\} \end{aligned}$$



## Contoh 2 Pembuktian Identitas Himpunan dengan sifat

- ▶ Tunjukkan bahwa persamaan himpunan di bawah ini adalah valid:

$$A \cup (B - A^c) = A$$

Jawab:

$$\begin{aligned} A \cup (B - A^c) &= A \cup (B \cap (A^c)^c) && \{definisi operasi selisih\} \\ &= A \cup (B \cap A) && \{karena B \cap A \subseteq A\} \\ &= A \end{aligned}$$



## Prinsip Inklusi-Eksklusi

- ▶ Untuk dua himpunan  $A$  dan  $B$ :
  - $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  - $|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$
  
- ▶ Untuk tiga buah himpunan  $A$ ,  $B$ , dan  $C$ , berlaku
  - $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$
  
- ▶ Bagaimana untuk  $n$  himpunan?
  - Irisan dengan jumlah himpunan ganjil: +
  - Irisan dengan jumlah himpunan genap: -



## Contoh Prinsip Inklusi-Eksklusi

- ▶ Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

$$|A| = \lfloor 100/3 \rfloor = 33,$$

$$|B| = \lfloor 100/5 \rfloor = 20,$$

$$|A \cap B| = \lfloor 100/15 \rfloor = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.



## Partisi

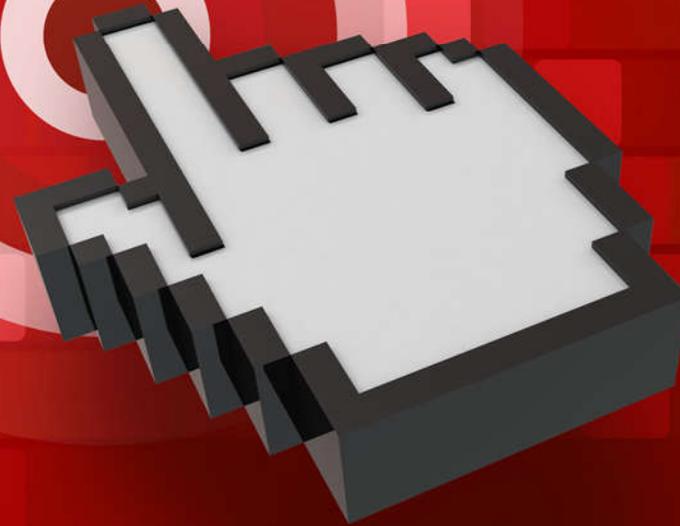
Partisi dari sebuah himpunan  $A$  adalah sekumpulan himpunan bagian tidak kosong  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sedemikian sehingga:

- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$ , dan
- $A_i \cap A_j = \emptyset$  untuk  $i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$

- **Contoh :** Misalkan  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,
- maka  $\{ \{1\}, \{2, 3, 4\}, \{7, 8\}, \{5, 6\} \}$  adalah partisi dari  $A$ .
  - maka  $\{ \{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\} \}$  juga partisi dari  $A$ .



**Fakultas Informatika**  
School of Computing  
Telkom University



**THANK YOU**