

# Hampiran Linier dan Diferensial

## Latihan Hampiran Linier

Carilah linierisasi dari fungsi  $f(x) = \sqrt{x+3}$  di  $x = 1$ . Gunakan linierisasi ini untuk mencari nilai dari  $\sqrt{3,98}$  dan  $\sqrt{4,05}$

# Outline

- 1 Sistem Bilangan Real
  - Pertaksamaan dan Nilai Mutlak
  - Fungsi Real
- 2 LIMIT
  - Limit Fungsi
  - Limit Kiri dan Limit Kanan
  - Limit Fungsi Trigonometri
  - Bentuk Tak Tentu Limit Fungsi
- 3 Kekontinuan Fungsi
  - Fungsi Kontinu
- 4 Turunan
  - Turunan di satu titik
  - Turunan pada suatu selang
  - Laju Yang berkaitan
  - Aplikasi Turunan
  - Aplikasi turunan pada perhitungan limit fungsi

## Laju yang berkaitan

Jika suatu variabel  $y$  bergantung pada waktu  $t$ , maka turunan turunan pertama terhadap  $t$ , yaitu  $\frac{dy}{dt}$  disebut sebagai **Laju Perubahan Sesaat**. Sedangkan jika  $y$  bergantung pada jarak  $x$ , maka laju sesaat ini disebut sebagai **kecepatan**.

# Contoh

- 1 Sebuah balon kecil dilepas pada jarak 150 m dari seorang pengamat yang berdiri di tanah. Jika balon naik secara lurus keatas dengan laju 8 feet per detik, seberapa cepat jarak antara pengamat dan balon bertambah pada waktu balon pada ketinggian 50 feet.
- 2 Air dituangkan ke dalam bak berbentuk kerucut dengan laju 8 feet kubik per menit. Jika tinggi bak adalah 12 feet dan jari-jari permukaan atas adalah 6 feet, seberapa cepat permukaan air naik ketika kedalaman air 4 feet?

# Tugas Kelompok

- 1 Tentukan konstanta  $c$  sedemikian sehingga fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 3 - cx & \text{Jika } x < 1 \\ x^2 + c & \text{Jika } x \geq 1 \\ 1 + x & \text{Jika } x \geq 1 \end{cases}$$

mempunyai limit di  $x = 1$

- 2 Tunjukkan apakah fungsi  $h(x) = \begin{cases} -3x + 7 & \text{Jika } x \leq 3 \\ -2 & \text{Jika } x > 3 \end{cases}$

kontinu di titik  $x = 3$ ?

- 3 Tentukan nilai limit di bawah ini! (jika ada)

- $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x \tan 3x}{\sin(2x^2)}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+8x^2}{x^2+4} \right)^{1/3}$

- 4 Tentukan persamaan garis singgung pada kurva

$$y \sqrt{x} + x \sqrt{xy} = 2 \text{ di titik } (1, 1)$$

# Tugas Kelompok (Lanjutan)

- (5) Cairan dibersihkan dari endapan dengan cara menuangkan cairan tersebut melalui saringan berbentuk kerucut. Misalkan tinggi kerucut 16 cm, dan jari-jari atas permukaan atas kerucut 4 cm. Jika mula-mula saringan berisi penuh cairan, dan pada saat tinggi air 8 cm dari ujung bawah kerucut, cairan mengalir keluar dengan laju  $2 \text{ cm}^3$  per menit, berapakah laju penurunan tinggi air terhadap waktu?

# Outline

- 1 Sistem Bilangan Real
  - Pertaksamaan dan Nilai Mutlak
  - Fungsi Real
- 2 LIMIT
  - Limit Fungsi
  - Limit Kiri dan Limit Kanan
  - Limit Fungsi Trigonometri
  - Bentuk Tak Tentu Limit Fungsi
- 3 Kekontinuan Fungsi
  - Fungsi Kontinu
- 4 Turunan
  - Turunan di satu titik
  - Turunan pada suatu selang
  - Laju Yang berkaitan
  - Aplikasi Turunan
  - Aplikasi turunan pada perhitungan limit fungsi

# Nilai Maksimum dan Minimum Global

## Definisi Maksimum Mutlak

Fungsi  $f$  mempunyai **maksimum mutlak (maksimum global)** di  $c$  jika  $f(c) \geq f(x)$  untuk semua  $x$  di  $D$ , dengan  $D$  adalah daerah asal  $f$ .  
dalam hal ini

**(a)** Bilangan  $f(c)$  disebut nilai maksimum  $f$  pada  $D$ .

## Definisi Minimum mutlak

Fungsi  $f$  mempunyai **minimum mutlak (minimum global)** di  $c$  jika  $f(c) \leq f(x)$  untuk semua  $x$  di  $D$ , dengan  $D$  adalah daerah asal  $f$ .  
dalam hal ini

**(b)** Bilangan  $f(c)$  disebut nilai minimum  $f$  pada  $D$ .

Nilai maksimum dan minimum  $f$  disebut **nilai ekstrim  $f$** .



# Nilai Maksimum dan Minimum Lokal

## Definisi Maksimum Lokal

Fungsi  $f$  mempunyai **maksimum lokal (maksimum relatif)** di  $c$  jika  $f(c) \geq f(x)$  bilamana  $x$  dekat  $c$ , artinya bahwa  $f(c) \geq f(x)$  untuk semua  $x$  di dalam selang terbuka yang memuat  $c$ .

## Definisi Minimum lokal

Fungsi  $f$  mempunyai **minimum lokal (minimum relatif)** di  $c$  jika  $f(c) \leq f(x)$  bilamana  $x$  dekat ke  $c$  artinya bahwa  $f(c) \leq f(x)$  untuk semua  $x$  di dalam selang terbuka yang memuat  $c$ .

# Definisi Bilangan Kritis

## Definisi Bilangan kritis

Bilangan kritis dari suatu fungsi  $f$  adalah suatu bilangan  $c$  di dalam daerah asal  $f$  sedemikian sehingga  $f'(c) = 0$  atau  $f'(c)$  = tidak ada. Dan titik ujung pada interval  $I$ , jika  $I$  merupakan interval tutup.

Contoh :

Jika diketahui  $f(x) = 3x^4 - 4x^3$ ,  $-1 \leq x \leq 2$ . Tentukan:

- (a) Semua titik kritis dari fungsi diatas.
- (b) Titik ekstrim mutlak dari fungsi diatas.

# Latihan

Tentukan titik kritis dan titik ekstrim mutlak dari fungsi di bawah ini!

(a)  $f(x) = x^{3/5}(4 - x)$

(b)  $f(x) = 5x^{2/3} - x^{5/3}, \quad -1 \leq x \leq 5$