

# Fungsi naik/turun

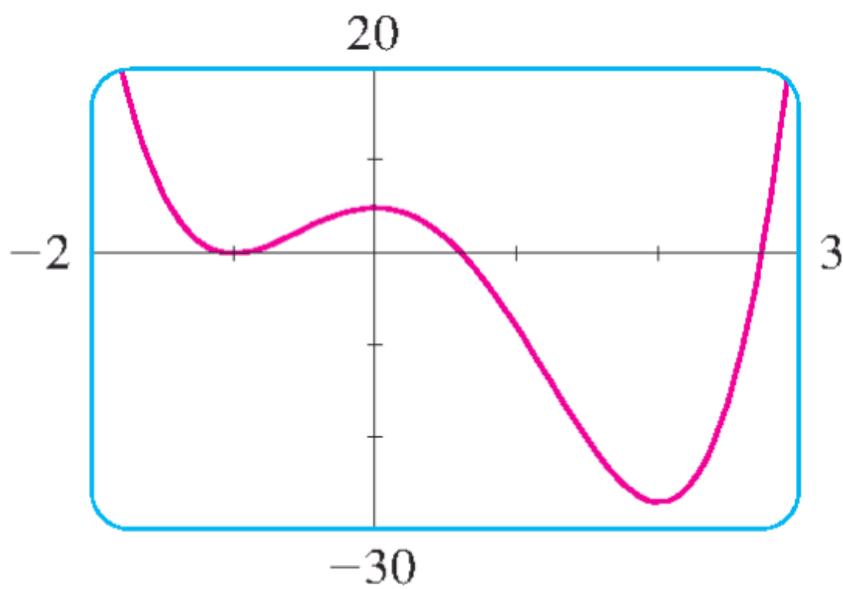
## Fungsi naik/turun

- (a) Jika  $f'(x) > 0$  pada suatu selang, maka  $f$  naik pada selang tersebut.
- (b) Jika  $f'(x) < 0$  pada suatu selang, maka  $f$  turun pada selang tersebut.

# Latihan

Carilah di mana fungsi  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$  naik dan di mana fungsi tersebut turun.

## Ilustrasi gambar



# Uji Turunan Pertama

## Uji Turunan Pertama

Andaikan  $c$  adalah titik kritis dari fungsi kontinu  $f$ .

- (a) Jika  $f'$  berubah dari positif ke negatif pada  $c$ , maka  $f$  mempunyai maksimum lokal di  $c$ .
- (b) Jika  $f'$  berubah dari negatif ke positif pada  $c$ , maka  $f$  mempunyai minimum lokal di  $c$ .
- (c) Jika  $f'$  tidak berubah tanda pada  $c$  maka tidak mempunyai maksimum atau minimum.

# Latihan

Jika diketahui fungsi  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x}$ , tentukan

- (a) Semua titik kritis
- (b) Selang kemonotonan
- (c) Semua titik ekstrim (Jika ada)

## Kecekungan suatu grafik

### Definisi

Jika grafik  $f$  terletak di atas semua garis singgungnya pada suatu selang  $I$ , maka grafik disebut **cekung ke atas** pada  $I$ . Jika grafik  $f$  terletak di bawah semua garis singgungnya pada suatu selang  $I$ , maka disebut **cekung ke bawah** pada interval  $I$ .

### Uji Kecekungan

- (a) Jika  $f''(x) > 0$  untuk semua  $x$  dalam  $I$ , maka grafik  $f$  cekung ke atas pada  $I$ .
- (b) Jika  $f''(x) < 0$  untuk semua  $x$  dalam  $I$ , maka grafik  $f$  cekung ke bawah pada  $I$ .

# Titik Belok

## Definisi

Titik  $P$  pada kurva disebut **titik belok** jika kurva berubah dari cekung ke atas menjadi cekung ke bawah atau dari cekung ke bawah menjadi cekung ke atas pada  $P$ .

Contoh :

Jika diketahui

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

Tentukan

- 1 Titik Kritis
- 2 Selang atau interval Kemonotonan
- 3 Titik ekstrim (Maksimum dan minimum), Jika ada!
- 4 Selang kecekungan (Cekung ke atas dan cekung ke bawah)
- 5 Titik Belok (Jika ada)

## Jawaban

Turunan Pertama dari fungsi tersebut :

$$f'(x) = 4x^2(x - 3)$$

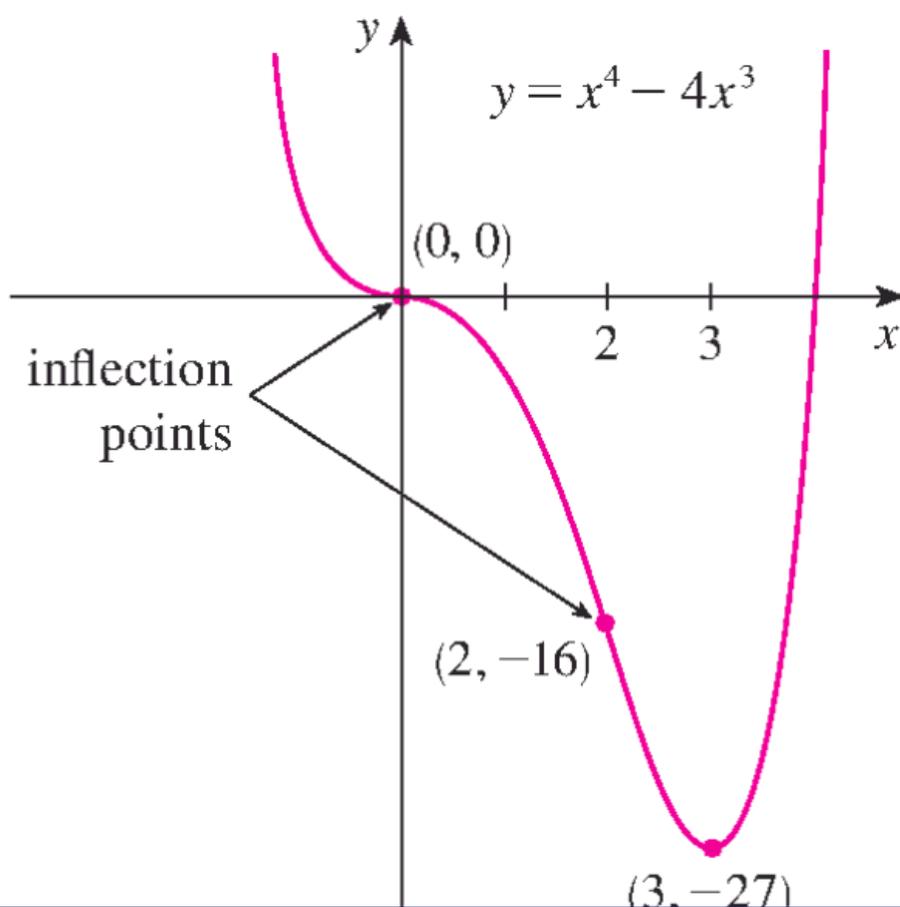
dan turunan kedua dari fungsi tersebut :

$$f''(x) = 12x(x - 2)$$

Interval	$f''(x) = 12x(x - 2)$	Kecekungan
$(-\infty, 0)$	+	Ke atas
$(0, 2)$	-	Ke bawah
$(2, \infty)$	+	Ke atas

Jadi diperoleh titik belok  $(0, 0)$  dan  $(2, -16)$ .

## Ilustrasi gambar



## Uji turunan kedua

### Uji Turunan Kedua

- (a) Andaikan  $f'(c) = 0$  dan  $f''(c) > 0$ , maka  $f$  mempunyai minimum lokal pada  $c$ .
- (b) Andaikan  $f'(c) = 0$  dan  $f''(c) < 0$ , maka  $f$  mempunyai maksimum lokal pada  $c$ .

## Latihan

Tentukan selang kemonotonan, semua titik ekstrim lokal, selang kecekungan dan semua titik belok dari fungsi di bawah ini!  
Kemudian dari data tersebut, gambarkan graiknya!

$$F(x) = 2x^2 - x^4$$

# Asimtot Fungsi dan Grafik Fungsi Kontinu

## Uji Turunan Kedua

### (a) Asimtot Tegak

Garis  $x = c$  adalah asimtot tegak dari grafik fungsi kontinu  $y = f(x)$  jika salah satu dari syarat berikut dipenuhi

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \infty \text{ atau } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = -\infty$$

### (b) Asimtot Miring/datar

Garis  $y = ax + b$  adalah asimtot miring/datar dari grafik fungsi kontinu  $y = f(x)$  jika

1  $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$

2  $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$

Jika  $a = 0$ , garis  $y = b$  dengan  $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  adalah asimtot datar dari grafik fungsi  $f$ .

## Contoh

Tentukan selang kemonotonan, semua titik ekstrim lokal, selang kecekungan, semua titik belok dan semua asimtot dari fungsi di bawah ini! Kemudian dari data tersebut, gambarkan graiknya!

$$f(x) = \frac{(x + 1)^2}{x}$$