

Asimtot Fungsi dan Grafik Fungsi Kontinu

Uji Turunan Kedua

(a) Asimtot Tegak

Garis $x = c$ adalah asimtot tegak dari grafik fungsi kontinu $y = f(x)$ jika salah satu dari syarat berikut dipenuhi

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \infty \text{ atau } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = -\infty$$

(b) Asimtot Miring/datar

Garis $y = ax + b$ adalah asimtot miring/datar dari grafik fungsi kontinu $y = f(x)$ jika

1 $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$

2 $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$

Jika $a = 0$, garis $y = b$ dengan $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ adalah asimtot datar dari grafik fungsi f .

Contoh

Tentukan selang kemonotonan, semua titik ekstrim lokal, selang kecekungan, semua titik belok dan semua asimtot dari fungsi di bawah ini! Kemudian dari data tersebut, gambarkan graiknya!

$$f(x) = \frac{(x + 1)^2}{x}$$

Outline

- 1 Sistem Bilangan Real
 - Pertaksamaan dan Nilai Mutlak
 - Fungsi Real
- 2 LIMIT
 - Limit Fungsi
 - Limit Kiri dan Limit Kanan
 - Limit Fungsi Trigonometri
 - Bentuk Tak Tentu Limit Fungsi
- 3 Kekontinuan Fungsi
 - Fungsi Kontinu
- 4 Turunan
 - Turunan di satu titik
 - Turunan pada suatu selang
 - Laju Yang berkaitan
 - Aplikasi Turunan
 - **Aplikasi turunan pada perhitungan limit fungsi**

Rumus L'Hospital

Bentuk Tak Tentu 0/0

Misalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$. Jika $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L, \infty$, atau $-\infty$ maka

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Bentuk Tak Tentu ∞/∞

Misalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = \pm\infty$. Jika $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L, \infty$, atau $-\infty$ maka

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$(x \rightarrow c)$ dapat diganti oleh $x \rightarrow c^+$, $x \rightarrow c^-$, $x \rightarrow \infty$, atau $x \rightarrow -\infty$

Contoh

1 Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 4}$

2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan \pi x}{x^2 - 4}$

3 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

5 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x \sin^2 x}{\cos x + \cos 2x}$

6 $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 + 2 \sec x}{\tan x}$

Penggunaan Fungsi Logaritma Natural

Menghitung Limit Fungsi 0^0

Akan dihitung $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)^{g(x)})$ dimana $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

$(x \rightarrow c)$ dapat diganti oleh $x \rightarrow c^+$, $x \rightarrow c^-$, $x \rightarrow \infty$, atau $x \rightarrow -\infty$

Contoh

Hitung nilai limit di bawah ini!

1

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{3}{4+2 \ln x}}$$

Penggunaan Fungsi Logaritma Natural

Menghitung Limit Fungsi ∞^0

Akan dihitung $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)^{g(x)})$ dimana $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

$(x \rightarrow c)$ dapat diganti oleh $x \rightarrow c^+$, $x \rightarrow c^-$, $x \rightarrow \infty$, atau $x \rightarrow -\infty$

Contoh

Hitung nilai limit di bawah ini!

1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

2

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

Penggunaan Fungsi Logaritma Natural

Menghitung Limit Fungsi 1^∞

Akan dihitung $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)^{g(x)})$ dimana $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$

$(x \rightarrow c)$ dapat diganti oleh $x \rightarrow c^+$, $x \rightarrow c^-$, $x \rightarrow \infty$, atau $x \rightarrow -\infty$

Contoh

Hitung nilai limit di bawah ini!

1 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}$

2 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{\sin x}}$