

Bab 1

Pengantar Studi Simulasi (Kuliah 1-2)

Bahasan:

- 2 Pendahuluan studi simulasi
 - Pengertian dan tujuan simulasi
 - Manfaat dan kelebihan pendekatan simulasi
 - Penerapan Simulasi
- 2 Sistem, Model & Simulasi
 - Definisi dari sistem dan model
 - Sistem, Model & Simulasi

TIU:

- 2 Mahasiswa mengerti arti dan manfaat studi simulasi, serta mendapat gambaran tentang cakupan studi simulasi
- 2 Mahasiswa dapat membangun model yang akan disimulasikan dan memahami definisi simulasi.

TIK:

- 2 Mahasiswa mampu mengikhtisarkan pentingnya simulasi sehingga lebih termotivasi untuk memahaminya lebih lanjut
- 2 Mahasiswa dapat menyebutkan manfaat dan kelebihan-kelebihan pendekatan simulasi.

- ² Mahasiswa dapat menyebutkan bidang-bidang atau ilmu-ilmu yang sering menggunakan pendekatan simulasi.
- ² Mahasiswa mampu membandingkan sistem dan model, dan menyimpulkan perlunya model untuk kebutuhan simulasi.
- ² Mahasiswa mampu menggolongkan model ...sis dan model matematis, baik yang statis maupun dinamis.
- ² Mahasiswa dapat menyimpulkan langkah-langkah dalam studi simulasi secara garis besar.

Deskripsi Singkat:

Pada perkuliahan ini gambaran umum studi simulasi akan diberikan, mulai dari pengertian, tujuan, manfaat, sampai penerapannya. Deskripsi sistem, model, komponen sistem serta kaitannya dengan simulasi akan dijelaskan.

Bahan Bacaan:

- ² [1] J. Banks, et.al., "Discrete Event System Simulation", 3ed., Prentice-Hall (Chap. 1)
- ² [2] Law & Kelton, et.al., "Simulation Modeling & Analysis", Mc. Graw-Hill Inc., Singapore (Chap. 1)

1.1 Definisi Simulasi

- ² Simulasi adalah peniruan operasi, menurut waktu, sebuah proses atau sistem dunia nyata.
 - 1. Dapat dilakukan secara manual maupun dengan bantuan komputer.
 - 2. Menyertakan pembentukan data dan sejarah buatan (artificial history) dari sebuah sistem, pengamatan data dan sejarah, dan kesimpulan yang terkait dengan karakteristik sistem-sistem.
- ² Untuk mempelajari sebuah sistem, biasanya kita harus membuat asumsi-asumsi tentang operasi sistem tersebut.
- ² Asumsi-asumsi membentuk sebuah model, yang akan digunakan untuk memahami sifat/perilaku sebuah sistem.
- ² Solusi Analitik: Jika keterkaitan (relationship) model cukup sederhana, sehingga memungkinkan penggunaan metode matematis untuk memperoleh informasi eksak dari sistem
- ² Langkah riil simulasi: Mengembangkan sebuah model simulasi dan mengevaluasi model, biasanya dengan menggunakan komputer, untuk mengestimasi karakteristik yang diharapkan dari model tersebut.

1.2 Model Simulasi

- ² Suatu representasi sederhana dari sebuah sistem (atau proses atau teori), bukan sistem itu sendiri.
- ² Model-model tidak harus memiliki seluruh atribut; mereka disederhanakan, dikontrol, digeneralisasi, atau diidealkan.
- ² Untuk sebuah model yang akan digunakan, seluruh sifat-sifat relevannya harus ditetapkan dalam suatu cara yang praktis, dinyatakan dalam suatu set deskripsi terbatas yang masuk akal (reasonably).
- ² Sebuah model harus divalidasi.
- ² Setelah divalidasi, sebuah model dapat digunakan untuk menyelidiki dan memprediksi perilaku-perilaku (sifat) sistem, atau menjawab "what-if questions" untuk mempertajam pemahaman, pelatihan, prediksi, dan evaluasi alternatif.

1.3 Dimana Simulasi Cocok digunakan?

- 2 Mempelajari interaksi internal (sub)-sistem yang kompleks.
- 2 Mengamati sifat model dan hasil keluaran akibat perubahan lingkungan luar atau variabel internal.
- 2 Meningkatkan kinerja sistem melalui pembangunan/pembentukan model.
- 2 Eksperimen desain dan aturan baru sebelum diimplementasikan.
- 2 Memahami dan memverifikasi solusi analitik.
- 2 Mengidentifikasi dan menetapkan persyaratan-persyaratan.
- 2 Alat bantu pelatihan dan pembelajaran dengan biaya lebih rendah.
- 2 Visualisasi operasi melalui animasi.
- 2 Masalahnya sulit, memakan waktu, atau tidak mungkin diselesaikan melalui metode analitik atau numerik konvensional.

1.4 Dimana Simulasi Tidak Cocok digunakan?

- 2 Jika masalah dapat diselesaikan dengan metode sederhana.
- 2 Jika masalah dapat diselesaikan secara analitik.
- 2 Jika eksperimen langsung lebih mudah dilakukan.
- 2 Jika biaya terlalu mahal.
- 2 Jika sumber daya atau waktu tidak tersedia.
- 2 Jika tidak ada data yang tersedia.
- 2 Jika verifikasi dan validasi tidak dapat dilakukan.
- 2 Jika daya melebihi kapasitas (overestimated).
- 2 Jika sistem terlalu kompleks atau tidak dapat didemonstrasikan.

1.5 Bidang-Bidang Aplikasi

- ² Perancangan dan analisis sistem manufacturing.
- ² Evaluasi persyaratan hardware dan software untuk sistem komputer.
- ² Evaluasi sistem senjata atau taktik militer yang baru.
- ² Perancangan sistem komunikasi dan message protocol.
- ² Perancangan dan pengoperasian fasilitas transportasi, mis. jalan tol, bandara, rel kereta, atau pelabuhan.
- ² Evaluasi perancangan organisasi jasa, mis. rumah sakit, kantor pos, atau restoran fast food.
- ² Analisis sistem keuangan atau ekonomi.

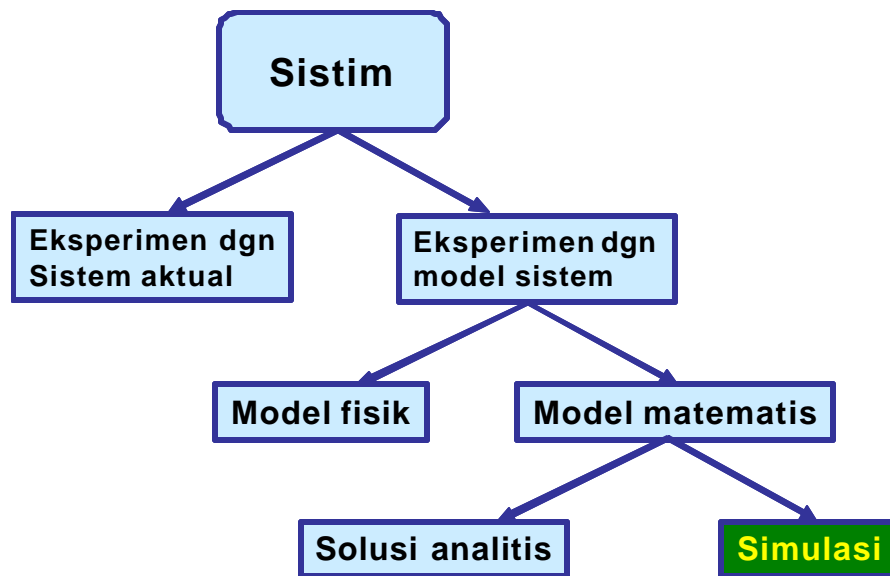
1.6 Sistem dan Lingkungan Sistem

- ² Sistem adalah sekumpulan obyek yang dihubungkan satu sama lain melalui beberapa interaksi reguler atau secara bebas untuk mencapai suatu tujuan.
- ² Sistem biasanya dipengaruhi oleh perubahan yang terjadi di luar sistem. Perubahan ini terjadi di lingkungan sistem. Dalam pemodelan sistem, perlu ditetapkan batas (boundary) antara sistem dan lingkungannya. Contoh, pada studi memori cache menggunakan, kita harus menetapkan dimana batas sistem. Batas ini dapat antara CPU dan cache, atau dapat memasukan memori utama, disk, OS, kompilator, ataupun program-program aplikasi.
- ² Cara mempelajari sebuah sistem

Mempelajari sistem dengan simulasi, secara numerik menjalankan model dengan memberi input dan melihat pengaruhnya terhadap output.

1.7 Komponen Sistem

- ² Entitas merupakan obyek dalam sistem. Contoh, customers pada suatu bank.



Gambar 1.1: Cara mempelajari sebuah sistem

- ² **Atribut** merupakan suatu sifat dari suatu entitas. Contoh, pengecekan neraca rekening customer.
- ² **Aktivitas** merepresentasikan suatu periode waktu dengan lama tertentu (specified length). Periode waktu sangat penting karena biasanya simulasi menyertakan besaran waktu. Contoh deposito uang ke rekening pada waktu dan tanggal tertentu.
- ² **Keadaan sistem** didefinisikan sebagai kumpulan variabel-variabel yang diperlukan untuk menggambarkan sistem kapanpun, relatif terhadap obyektif dari studi. Contoh, jumlah teller yang sibuk, jumlah customer yang menunggu dibaris antrian.
- ² **Peristiwa** didefinisikan sebagai kejadian sesaat yang dapat mengubah keadaan sistem. Contoh, kedatangan customer, pejumlahan jumlah teller, keberangkatan customer.

Contoh-contoh entitas, atribut, aktivitas, peristiwa dan variabel-variabel keadaan dari berbagai sistim dapat dilihat pada referensi [1] tabel 1.1. halaman 11.

1.8 Sistem Diskrit dan Kontinyu

² Sistem Diskrit: variabel-variabel keadaan hanya berubah pada set titik waktu yang diskrit.

- Contoh: jumlah customer yang menunggu diantrian

² Sistem Kontinyu: variabel-variabel berubah secara kontinyu menurut waktu.

- Contoh: arus listrik

1.9 Tipe-Tipe Model

² Model:

- Fisik: model rumah, model jembatan

- Matematis (symbolic): $\dot{x} = Ax + b$

- Model simulasi

- † Statik (pada beberapa titik waktu) vs. Dinamik (berubah menurut waktu)

- † Deterministik (masukan diketahui) vs. Stokastik (variabel acak, masukan/keluaran)

- † Diskrit vs. Kontinyu

1.10 Klasifikasi Model Simulasi

² Model Simulasi Statik vs. Dinamik

- Model statik: representasi sistem pada waktu tertentu. Waktu tidak berperan di sini. Contoh: model Monte Carlo.

- Model dinamik: merepresentasikan sistem dalam perubahannya terhadap waktu. Contoh: sistem conveyor di pabrik.

² Model Simulasi Deterministik vs. Stokastik

- Model deterministik: tidak memiliki komponen probabilistik (random).

- Model stokastik: memiliki komponen input random, dan menghasilkan output yang random pula.

² Model Simulasi Kontinyu vs. Diskrit

- Model kontinyu: status berubah secara kontinyu terhadap waktu, mis. gerakan pesawat terbang.
- Model diskrit: status berubah secara instan pada titik-titik waktu yang terpisah, mis. jumlah customer di bank.

Model yang akan dipelajari selanjutnya adalah diskrit, dinamik, dan stokastik, dan disebut model simulasi (sistem) peristiwa diskrit (discrete-event).

1.11 Simulasi Sistem Peristiwa Diskrit

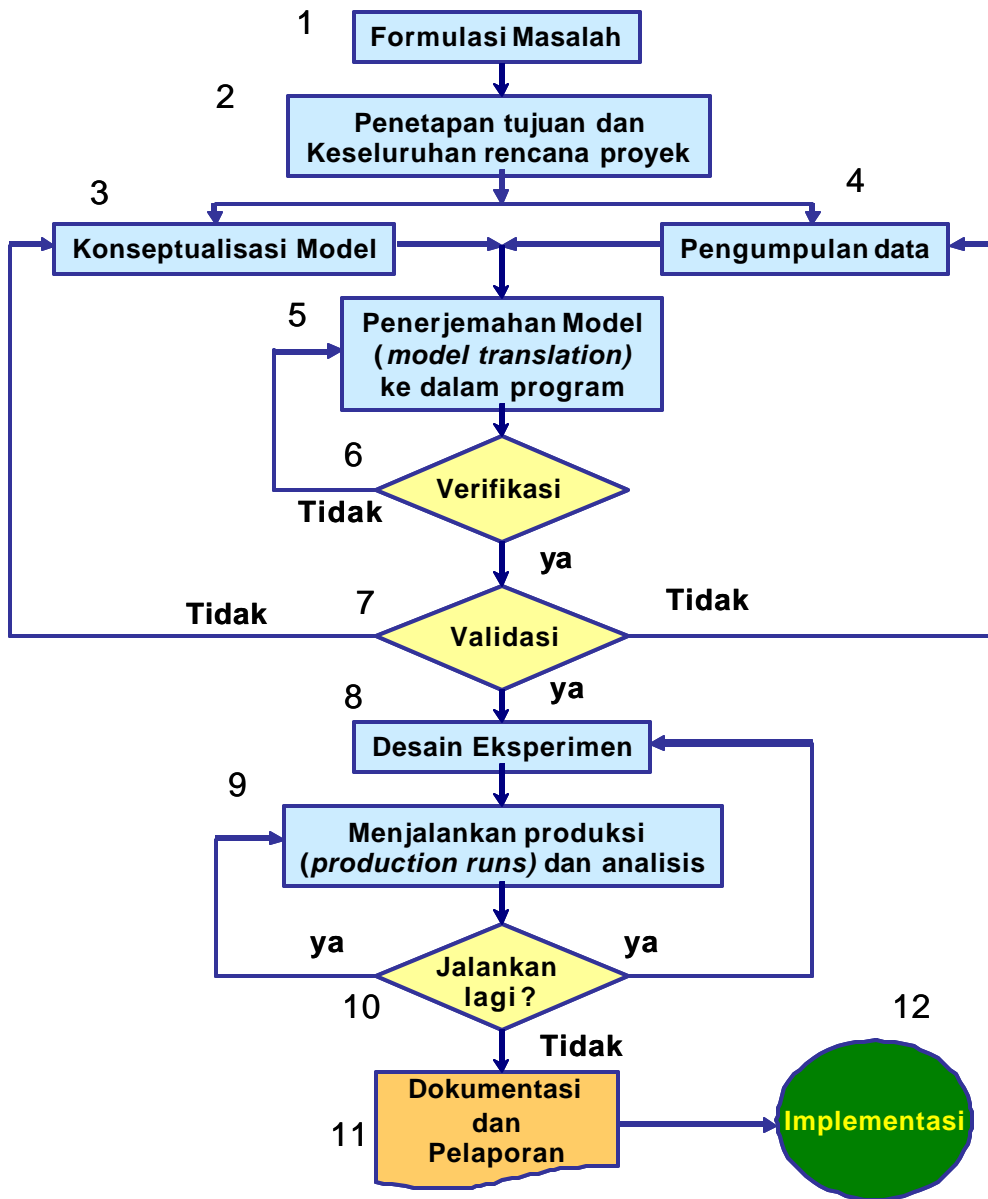
- ² Pemodelan sistim dimana variabel keadaan berubah pada set waktu yang diskrit.
- ² Metode: numerik (bukan analitik)
 - Analitik: alasan deduktif secara matematis; akurat
 - Numerik: prosedur komputasional; aproksimasi
- ² Model simulasi di-run (bukan diselesaikan (solved)).
 - Observasi sistem riil, entitas, interaksi
 - Asumsi model
 - Pengumpulan data
 - Analisis dan estimasi kinerja sistem

1.12 Langkah-Langkah Studi Simulasi

- ² Formulasi masalah:
 - mengidenti...kasikan maslah yang akan diselesaikan
 - mendeskripsikan operasi sistim dalam term-term obyek dan aktivitas dd dalam suatau layout ...sik

- mengidentifikasi sistem dalam term-term variabel input (eksogen), dan output (endogen)
 - mengkatagorikan variabel input sebagai decision (controllable) dan parameters (uncontrollable)
 - mendefinisikan pengukuran kinerja sistem (sebagai fungsi dari variabel endogen) dan fungsi obyek (kombinasi beberapa pengukuran)
 - mengembangkan struktur model awal (preliminary)
 - mengembangkan struktur mode lebih rinci yang mengidentifikasi seluruh obyek berikut atribut dan interface-nya
- 2 Penetapan tujuan dan rencana proyek: pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.
- 2 Konseptualisasi model: membangun model yang masuk akal.
- memahami sistem
 - Pendekatan proses (atau pendekatan aliran fisik (physical flow approach)) didasarkan pada tracking flow dari entitas-entitas keseluruhan sistem berikut titik pemrosesan dan aturan keputusan percabangan
 - Pendekatan peristiwa (event) (atau pendekatan perubahan keadaan (state change approach)) didasarkan pada definisi variabel keadaan internal dan events sistem yang mengubahnya, diikuti oleh deskripsi operasi sistem ketika suatu event terjadi
 - konstruksi model
 - definisi obyek, atribut, metode
 - flowchart metode yang relevan
 - pemilihan bahasa implementasi
 - penggunaan random variates dan statistik kinerja
 - coding dan debugging
- 2 Pengumpulan data: mengumpulkan data yang diperlukan untuk merun simulasi (seperti laju ketibaan, proses ketibaan, disiplin layanan, laju pelayanan dsb.).
- observasi langsung dan perekaman manual variabel yang diseleksi(selected)

- time-stamping untuk men-track aliran suatu entitas keseluruhan sistem
 - menyeleksi ukuran sample yang valid secara statistik
 - menyeleksi suatu format data yang dapat diproses oleh komputer
 - analisis statistik untuk menetapkan distribusi dan parameter data acak
 - memutuskan data mana yang dipandang sebagai acak dan yang mana diasumsikan deterministik
- 2 Penerjemahan Model: konversi model suatu bahas pemrograman.
- 2 Verifikasi: Verifikasi model melalui pengecekan apakah program bekerja dengan baik.
- 2 Validasi: Check apakah sistim merepresentasi sistim riil secara akurat.
- 2 Desain Eksperimen: Berapa banyak runs? Untuk berapa lama? Jenis variasi masukannya seperti apa ?
- evaluasi statistik output untuk mementapkan beberapa level presisi yang diterima dari pengukuran kinerja
 - analisi terminasi digunakan jika interval waktu riil tertentu akan disimulasikan
 - steady state analysis digunakan jika obyek of interest merupakan rata-rata long-term
 -
- 2 Produksi runs dan analisis: running aktual simulasi, mengumpulkan dan menganalisis keluaran.
- 2 Jalankan lagi (More runs) ?: mengulangi eksperimen jika perlu.
- 2 Dokumentasi dan pelaporan: Dokumen dan laporan hasil
- 2 Implementasi



Gambar 1.2: Langkah dalam studi simulasi

1.13 Veri...kasi dan Validasi

- ² Langkah terpenting dalam studi simulasi: validasi
- ² Validasi bukan merupakan tugas tersendiri yang mengikuti pengembangan model, namun merupakan satu kesatuan yang terintegrasi dalam pengembangan model.
- ² Veri...kasi: Apakah kita membangun model yang benar?
 - Apakah model diprogram secara benar (input parameters dan logical structure)?
- ² Validasi:
 - Apakah model merupakan representasi akurat dari sistem riil?
 - Proses interaktif dari perbandingan model terhadap sifat sistem aktual dan memperbaiki model.

1.14 Pembangunan Model

Proses iteratif yang mengandung tiga langkah utama:

- ² Observasi sistem riil dan interaksi komponen dan pengumpulan data
 - Domain pengetahuan tertentu
 - Stakeholders: operator, teknisi, engineers
- ² Konstruksi model konseptual
 - Asumsi dan hipotesa komponen dan nilai-nilai parameter
 - Struktur sistem
- ² Penerjemahan model operasional ke bentuk yang dikenal oleh komputer

1.15 Kelebihan, Kekurangan, 'Pitfalls' dari Simulasi

1.15.1 Kelebihan

- ² Sebagian besar sistem riil dengan elemen-elemen stokastik tidak dapat dideskripsikan secara akurat dengan model matematik yang dievaluasi secara analitik. Dengan demikian simulasi seringkali merupakan satu-satunya cara.
- ² Simulasi memungkinkan estimasi kinerja sistem yang ada dengan beberapa kondisi operasi yang berbeda.
- ² Rancangan-rancangan sistem alternatif yang dianjurkan dapat dibandingkan via simulasi untuk mendapatkan yang terbaik.
- ² Pada simulasi bisa dipertahankan kontrol yang lebih baik terhadap kondisi eksperimen.
- ² Simulasi memungkinkan studi sistem dengan kerangka waktu lama dalam waktu yang lebih singkat, atau mempelajari cara kerja rinci dalam waktu yang diperpanjang.

1.15.2 Kekurangan

- ² Setiap langkah percobaan model simulasi stokastik hanya menghasilkan estimasi dari karakteristik sistem yang sebenarnya untuk parameter input tertentu. Model analitik lebih valid.
- ² Model simulasi seringkali mahal dan makan waktu lama untuk dikembangkan.
- ² Output dalam jumlah besar yang dihasilkan dari simulasi biasanya tampak meyakinkan, padahal belum tentu modelnya valid.

1.15.3 Pitfalls

- ² Gagal mengidentifikasi tujuan secara jelas
- ² Desain dan analisis eksperimen simulasi tidak memadai
- ² Pendidikan dan pelatihan yang tidak memadai

1.16 Fitur-...tur software simulasi yang dibutuhkan

- ² Membangkitkan bilangan random dari distribusi probabilitas $U(0,1)$.
- ² Membangkitkan nilai-nilai random dari distribusi probabilitas tertentu, mis. eksponensial.
- ² Memajukan waktu simulasi.
- ² Menentukan event berikutnya dari daftar event dan memberikan kontrol ke blok kode yang benar.
- ² Menambah atau menghapus record pada list.
- ² Mengumpulkan dan menganalisa data.
- ² Melaporkan hasil.
- ² Mendeteksi kondisi error.

Bab 2

Contoh-Contoh Simulasi (Kuliah 1-2)

Bahan Bacaan:

- ² [1] J. Banks, et.al., "Discrete Event System Simulation", 3ed., Prent-Hall (Chap.2)
- ² [2] Law & Kelton, et.al., "Simulation Modeling & Analysis", Mc. Graw-Hill Inc., Singapore (Chap.1)

2.1 Langkah-Langkah Dasar

- ² Menetapkan karakteristik masukan.
 - Biasanya dimodelkan sebagai distribusi probabilitas
- ² Menkonstruksi tabel simulasi.
 - Spesi...kasi masalah
 - Biasanya terdiri dari sekumpulan masukan dan lebih dari satu respon
 - Pengulangan
- ² Membangkitkan nilai secara berulanag untuk setiap masukan dan mengevaluasi fungsi.

	Masukan							Respon
Pengulangan	$X_{i;1}$	$X_{i;2}$	\vdots	$X_{i;j}$	\vdots	\vdots	$X_{i;p}$	y_i
1								
2								
3								
\vdots								
\vdots								
n								

Tabel 2.1: Tabel Simulasi

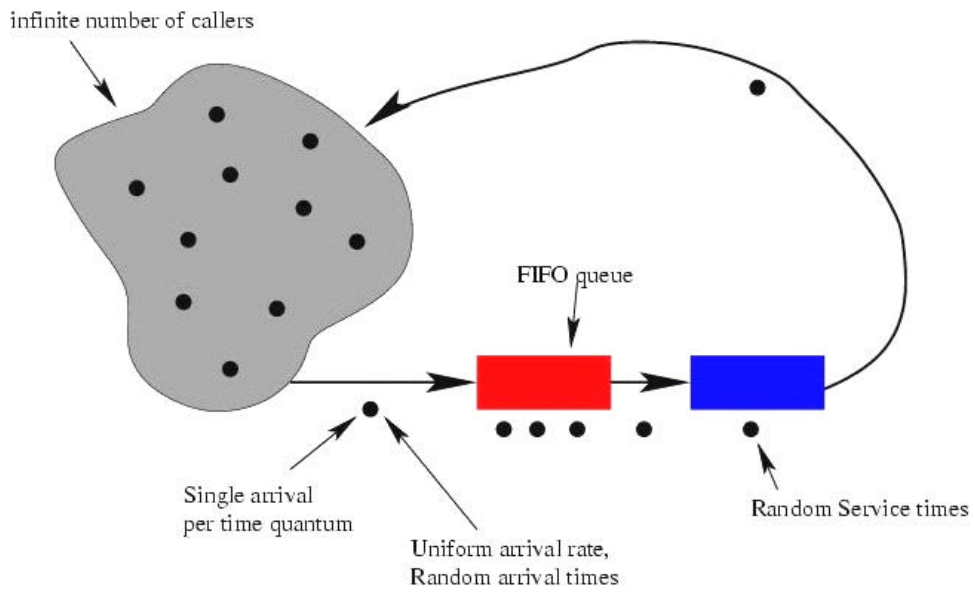
2.2 Simulasi Sistem Antrian

Sistem antrina terdiri dari:

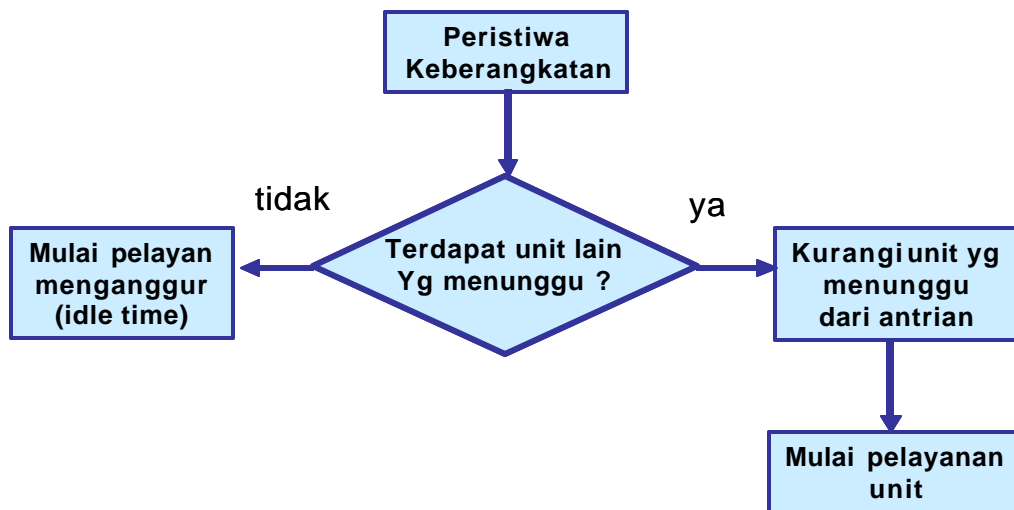
- 2 Pemanggilan populasi (Calling population): Biasa tidak terbatas: jika sebuah unit keluar, tidak ada perubahan pada laju ketibaan/kedatangan.
- 2 Kedatangan/ketibaan: terjadi secara acak.
- 2 Mekanisme pelayanan: Sebuah unit akan dilayani dalam panjang waktu yang acak berdasarkan suatu distribusi probabilitas.
- 2 Kapasitas sistem: tidak ada batasan
- 2 Displin antrian
 - Urutan layanan, misal, FIFO.

2.2.1 Sistem Antrian

- 2 Kedatangan dan pelayanan dide...nisikan melalui distribusi probabilitas waktu antara kedatangan dan distribusi waktu pelayanan.
- 2 Laju pelayanan vs. laju kedatangan: tidak stabil atau eksplosif
- 2 Keadaan: jumlah unit dalam sistem dan status dari pelayan
- 2 Peristiwa: Stimulan yang menyebabkan keadaan sistem berubah.
- 2 Clock simulasi: Trace waktu simulasi.



Gambar 2.1: Sistem Antrian



Gambar 2.2: Diagram Aliran Layan yang telah selesai

		Status Antrian	
		tidak kosong antri	kosong antri
status pelayan	sibuk	tidak mungkin	masuk layanan
	idle	tidak mungkin	masuk layanan

Tabel 2.2: Aksi-Aksi Potensial saat kedatangan



Gambar 2.3: Diagram Aliran unit memasuki sistem

		Status Antrian	
		tidak kosong	kosong
keluaran pelayan	sibuk	ya	tidak mungkin
	idle	tidak mungkin	ya

Tabel 2.3: Keluaran (outcomes) Pelayan setelah layanan selesai

2.2.2 Keacakan dalam simulasi

² Contoh aplikasi:

- Waktu pelayanan
- Waktu antar kedatangan

² Bilangan acak: terdistribusi secara uniform dalam interval (0,1)

² Digit acak: terdistribusi secara uniform pada himpunan {0; 1; 2; ...; 9}

² Bilangan acak yang sebenarnya sangat sulit dibuat:

- Bilangan acak bayangan (pseudo-random numbers)
- Membangkitkan bilangan acak dari tabel digit acak.

² Pembangkitan suatu distribusi sederhana

Pseudo-code:

```
int service_time( void )
```

```
    r = rand()/RAND_MAX /* pseudo random on (0,1) */
```

Waktu Layanan (menit)	Probabilitas	Probabilitas Kumulatif
1	0.10	0.10
2	0.20	0.30
3	0.30	0.60
4	0.25	0.85
5	0.10	0.95
6	0.05	1.00

Tabel 2.4: Contoh hasil pembangkitan distribusi yang sederhana

```

if( r < .1 ) return 1;
  else if( r < .3 ) return 2;
    else if( r < .6 ) return 3;
      else if( r < .85 ) return 4;
        else if( r < .95 ) return 5;

```

```

return 6;

```

2.3 Sistem Antrian Layanan Tunggal

- 2 Entitas apa ? Keadaan apa ? Persitiwa seperti apa ?
- 2 Kapan peristiwa terjadi atau bagaiman memodelkan peristiwa ?
- 2 Bagaimana keadaan berubah ketika peristiwa terjadi?

Contoh: Simulasi kedatangan, pelayanan 20 customer
Statistik dan analisis contoh sistem antrian tunggal

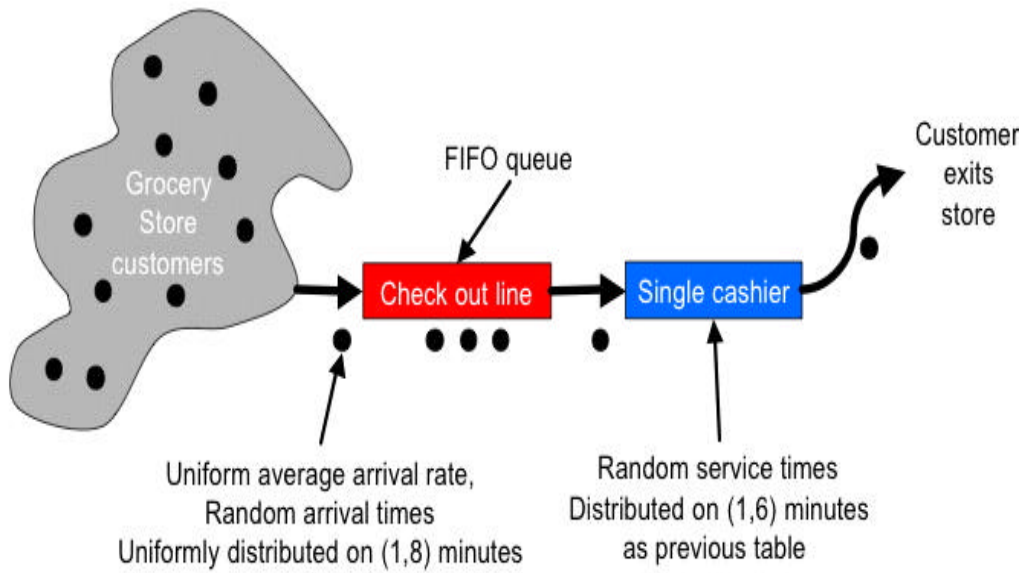
- 2 Rata-rat waktu tunggu = (Total waktu tunggu customer)/(total jumlah customers)

$$= 56 \div 20 = 2:8 \text{ menit}$$

- 2 Probabilitas customer yang harus menunggu di antrian = P (menunggu)

$$P(\text{menunggu}) = (\text{jumlah customer yang menunggu}) / (\text{total jumlah customers})$$

$$P(\text{menunggu}) = 13 \div 20 = 0:65$$



Gambar 2.4: Sistem Antrian Pelayan Tunggal

Customer	Random Digits	Time between Arrivals (minutes)	Customer	Random Digits	Time between arrivals (minutes)
1	-	-	11	109	1
2	913	8	12	093	1
3	727	6	13	607	5
4	015	1	14	738	6
5	948	8	15	359	3
6	309	3	16	888	8
7	922	8	17	106	1
8	753	7	18	212	2
9	235	2	19	493	4
10	302	3	20	535	5

Gambar 2.5: Penentuan waktu antar ketibaan

Customer	Time Since Last Arrival	Arrival Time	Service Time Lookup	Time Service Begins	Time Service Ends	Time Customer Waits in Queue	Time Customer Spends in System (minutes)	Idle Time of Server (minutes)	Customer Wait?
1		0	4	0	4	0	4	0	0
2	8	8	1	8	9	0	1	4	0
3	6	14	4	14	18	0	4	5	0
4	1	15	3	18	21	3	6	0	1
5	8	23	2	23	25	0	2	2	0
6	3	26	4	26	30	0	4	1	0
7	8	34	5	34	39	0	5	4	0
8	7	41	4	41	45	0	4	2	0
9	2	43	5	45	50	2	7	0	1
10	3	46	3	50	53	4	7	0	1
11	1	47	3	53	56	6	9	0	1
12	1	48	5	56	61	8	13	0	1
13	5	53	4	61	65	8	12	0	1
14	6	59	1	65	66	6	7	0	1
15	3	62	5	66	71	4	9	0	1
16	8	70	4	71	75	1	5	0	1
17	1	71	3	75	78	4	7	0	1
18	2	73	3	78	81	5	8	0	1
19	4	77	2	81	83	4	6	0	1
20	5	82	3	83	86	1	4	0	1
			68			56	124	18	13

Gambar 2.6: Hasil Simulasi

2 Fraksi waktu mengganggu pelayan:

$$P(\text{idle}) = (\text{total waktu idle}) / (\text{total waktu run simulasi})$$

$$P(\text{idle}) = 18/86 = 0:21$$

2 Rata-rata waktu pelayanan = (total waktu pelayanan) / (total jumlah customers)

$$= 68/20 = 3:4 \text{ menit}$$

2 Waktu layanan yang diharapkan (expectation):

$$E(S) = \sum (\text{waktu layanan}) \times p(\text{waktu layanan})$$

$$= 1 \times (0:10) + 2 \times (0:20) + 3 \times (0:30) + 4 \times (0:25) + 5 \times (0:10) + 6 \times (0:05) = 3:2 \text{ menit}$$

Waktu layanan yang diharapkan lebih kecil ketimbang hasil simulasi. Semakin lama waktu simulasi akan semakin dekat ke nilai ekspektasi E(s).

2 Rata-rata waktu antar kedatangan = (jumlah seluruh waktu antar kedatangan) / (jumlah ketibaan - 1)

$$82=19 = 4:3$$

- ² Waktu yang diharapkan antara kedatangan (mean distribusi uniform diskrit, yang memiliki titik ujung $a = 1; b = 8$).

$$E(A) = (1 + 8) \cdot 2 = 4:5 \text{ menit}$$

Rata-rata nilai ekspektasi berbeda

- ² Rata-rata waktu tunggu bagi pelanggan yang menunggu:

(total waktu customers menunggu di antrian) / (total customer yang menunggu)

$$= 56=13 = 4:3 \text{ menit}$$

- ² Rata-rata waktu berada di sistem:

(total waktu customers berada di sistem) / (total jumlah customers)

$$= 124=20 = 6:2 \text{ menit}$$

(waktu rata di antrian) + (waktu rata dalam pelayanan) = $2:8 + 3:4 = 6:2$ menit

2.4 Contoh-Contoh Lain

2.4.1 Masalah Able Baker Carhop: Dua Pelayan.

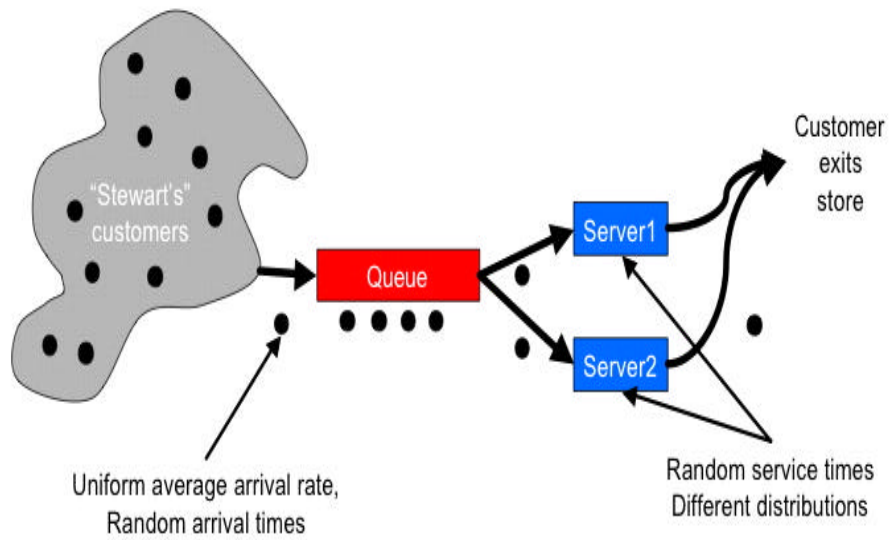
Able kemampuan kerjanya lebih baik dan bekerja lebih cepat ketimbang Baker. Penyederhanaan aturan (rule) — Able mendapat customer jika kedua carhops menganggur.

Waktu antar kedatangan (mnt)	Probabilitas
1	0.25
2	0.40
3	0.20
4	0.15

Tabel 2.5: Distribusi waktu antar ketibaan

Analisis hasil simulasi:

Able sibuk 90% dari waktu yang ada. Baker sibuk hanya 69 %. Sembilan dari 26 kedatangan (S 35%) harus meunggu. Rata-rata waktu tunggu untuk



Gambar 2.7: Sistem Antrian Dua Pelayan

Waktu layanan (menit)	Probabilitas
2	0.30
3	0.28
4	0.25
5	0.17

Tabel 2.6: Distribusi waktu pelayanan dari Able

Waktu layanan (menit)	Probabilitas
2	0.35
3	0.25
4	0.20
5	0.20

Tabel 2.7: Distribusi waktu pelayanan dari Baker

Customer Digits for Arrival	Time Between Arrivals	Clock Time of Arrival	Able			Baker			Time in Queue
			Time Service Begins	Service Time	Time Service Ends	Time Service Begins	Service Time	Time Service Ends	
1		0	0	5		5			0
2	2	2					3	5	0
3	4	6	6	3	9	9			0
4	4	10	10	5	15	15			0
5	2	12					6	18	0
6	2	14	15	3	18	18			1
7	3	17	18	2	20	20			1
8	3	20	20	4	24	24			0
9	3	23					4	27	0
10	1	24	24	3	27	27			0
11	2	26	27	3	30	30			1
12	2	28					4	32	0
13	2	30	30	5	35	35			0
14	1	31					3	35	1
15	2	33	35	4	39	39			2
16	2	35					4	39	0
17	2	37	39	4	43	43			2
18	3	40					5	45	0
19	2	42	43	2	45	45			1
20	2	44	45	4	49	49			1
21	4	48					3	51	0
22	1	49	49	3	52	52			0
23	2	51					5	56	0
24	3	54	54	3	57	57			0
25	1	55					6	62	1
26	4	59	59	3	62	62			0
				56			43		11

Gambar 2.8: Hasil simulasi sistem antrian dua pelayan

seluruh hanya sekita 0.42 menit (25 detik), sangat kecil. Kesembilan customer yang harus menunggu, hanya menunggu rata-rata 1,22 menit, cukup rendah. Kesimpulan, sistem ini tampak seimbang dengan baik. Satu pelayan tidak cukup, tiga pelayan mungkin akan terlalu banyak.

2.4.2 Sistem Inventory

- Simulasikan sistem inventory (M; N).

2.4.3 Masalah Reabilitas

- Evaluasi alternatif

2.4.4 Masalah Militer

- Bilangan normal acak

2.4.5 Lead-Time Demand

- Histogram

2.5 Ringkasan

² Konsep Dasar Simulasi:

- Menetapkan karakteristik data masukan.
- Mengkonstruksi tabel simulasi.
- Membangkitkan variabel acak berdasarkan model masukan dan menghitung nilai respon.
- Menganalisis hasil-hasil.

² Masalah utama dengan pendekatan tabel simulasi:

- Tidak dapat digunakan atau mengatasi ketergantungan yang kompleks antar entitas.