



KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS UDAYANA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Kampus Bukit Jimbaran – Gedung UKM Lantai 2 – Telp. (0361)701783

A

Ujian Tengah Semester
PENGANTAR PROSES STOKASTIK

Kamis, 26 Oktober 2017 ; Waktu : 100 menit

1. Tentukan dekomposisi ruang *state* suatu proses Markov dengan matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$$

Selanjutnya hitung semua peluang absorpsinya! (25)

2. Suatu proses Markov $X_n, n \geq 0$, dengan state space $S = \{0,1,\dots,m\}$ dengan elemen matriks transisi didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} p_{i,i+1} &= p, & i &= 2, 3, \dots, m-1; \\ p_{i,i-1} &= q, & i &= 2, 3, \dots, m-1; \\ p_{1,2} &= 1, & p_{m,m-1} &= 1; \\ p_{ij} &= 0 & \text{otherwise.} \end{aligned} \quad \text{dengan } p > 0, q > 0, p + q = 1$$

Tentukan:

- Matriks peluang transisi dari Proses Markov tersebut
- Tunjukkan bahwa Proses Markov tersebut bersifat Irreducible
- Tentukan distribusi jangka panjangnya (*limiting / stationary distribution*)

(30)

3. Suatu proses Markov X_0, X_1, X_2, \dots dengan matriks peluang transisi sebagai berikut :

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$$

Tentukan peluang untuk :

- $P(X_2 = 2, X_3 = 1 \mid X_1 = 0)$
- Jika diketahui proses berawal dari $X_0 = 1$, tentukan nilai peluang untuk

$$P(X_0 = 1, X_1 = 1, X_2 = 1) \text{ dan } P(X_2 = 1) \quad (25)$$

4. Definiskan suatu variabel random yang merupakan proses stokastik dengan :

- State space diskret dan parameter space diskret
 - State space kontinu dan parameter space kontinu
- (20)



**KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS UDAYANA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

Kampus Bukit Jimbaran – Gedung UKM Lantai 2 – Telp. (0361)701783

B

**Ujian Tengah Semester
PENGANTAR PROSES STOKASTIK
Kamis, 26 Oktober 2017 ; Waktu : 100 menit**

1. Definisikan suatu variabel random yang merupakan proses stokastik dengan :
 - a. State space diskret dan parameter space kontinu
 - b. State space kontinu dan parameter space
 (20)
2. Suatu proses Markov $X_n, n \geq 0$, dengan state space $S = \{0,1,\dots,m\}$ dengan elemen matriks transisi didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 p_{i,i+1} &= p, & i &= 2, 3, \dots, m-1; \\
 p_{i,i-1} &= q, & i &= 2, 3, \dots, m-1; \\
 p_{1,2} &= 1, & p_{m,m-1} &= 1; \\
 p_{ij} &= 0 & \text{otherwise.}
 \end{aligned}
 \qquad \text{dengan } p > 0, q > 0, p + q = 1$$

Tentukan:

- a. Matriks peluang transisi dari Proses Markov tersebut
 - b. Tunjukkan bahwa Proses Markov tersebut bersifat Irreducible
 - c. Tentukan distribusi jangka panjangnya (*limiting/stationary distribution*)
- (30)
3. Tentukan dekomposisi ruang *state* suatu proses Markov dengan matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0,2 & 0,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8 & 0,2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$$

Selanjutnya hitung semua peluang absorpsinya! (25)

4. Suatu proses Markov X_0, X_1, X_2, \dots dengan matriks peluang transisi sebagai berikut :

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \left\| \begin{matrix} 0,1 & 0,1 & 0,8 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{matrix} \right\| \end{matrix}$$

Tentukan peluang untuk :

- a. $P(X_2 = 1, X_3 = 0 \mid X_1 = 0)$
- b. Jika diketahui proses berawal dari $X_0 = 1$, tentukan nilai peluang untuk $P(X_0 = 1, X_1 = 0, X_2 = 2)$ dan $P(X_2 = 2)$ (25)