|  |  |
| --- | --- |
| 12342 | **KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI****UNIVERSITAS UDAYANA****FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM****PROGRAM STUDI MATEMATIKA**Kampus Bukit Jimbaran – Gedung UKM Lantai 2 – Telp. (0361)701783 |

**Ujian Akhir Semester**

A

**PENGANTAR PROSES STOKASTIK**

Kamis, 28 Desember 2017 ; Waktu : 100 menit

1. Diketahui bahwa {X1(t), t ≥0}, {X2(t), t ≥0}, dan {X3(t), t ≥0}adalah tiga proses poisson yang inde­pendent dengan intensitas masing-masing *a*, *b,* dan *c*.
2. Suatu proses {Y(t), t ≥0} dengan :

 Y(t) = X1(t) + X2(t); tunjukkan bahwa Y(t) juga merupakan proses poisson! (10)

1. Suatu proses {Z(t), t ≥0} dengan :

 Z(t) = Y(t) + X3(t); tunjukkan bahwa Z(t) juga merupakan proses poisson! (15)

1. Kepulangan pelanggan mengikuti proses poisson dengan rate λ= 5. Bila X(t) menyatakan banyak pelanggan yang pergi pada waktu t, tentukan:

a. P(X(2)=1 dan X(3)=3) b. E([X(2)]2) (*10*)

1. Diketahui banyaknya pasien yang datang di rumah sakit “Sehat” mengikuti proses Poisson dengan rata-rata 25 pasien perhari. Sedangkan banyaknya pasien yang sembuh dan mening-galkan rumah sakit rata-rata 15 orang perhari dan mengkuti proses poisson. Tentukan :
2. Probabilitas bahwa banyaknya pasien yang meninggalkan rumah sakit selama 2 hari tidak kurang dari 20 pasien.
3. Jika N(t) banyaknya pasien yang belum sembuh selama waktu t hari, maka berapakah probabilitas bahwa setelah lima hari tidak ada pasien yang tinggal atau (P(N(5)=0)?
4. Berapa E(N(t)) (15)
5. Pertamina “XYZ” mengoperasikan satu buah pompa bensin dengan satu operator. Rata-rata tingkat kedatangan kendaraan mengikuti distribusi Poisson yaitu 20 kendaraan per jam. Operator dapat melayani rata-rata 30 kendaraan per jam dengan waktu pelayanan setiap mobil berdistribusi eksponensial. Hitunglah :

 a. Jumlah rata-rata kendaraan dalam sistem (L) dan waktu menunggu rata-rata dalam sistem (W) (*10*)

1. Apabila rata-rata kedatangan kendaraan meningkat menjadi 50 kendaraan perjam, maka Pertamina “XYZ” mengoperasikan dua pompa dengan dua operator, dengan pelayanan rata-rata masing-masing operator 30 kendaraan per jam, maka hitung jumlah rata-rata kendaraan dalam sistem (L) dan waktu menunggu rata-rata dalam sistem (W) (15)
2. Suatu proses Markov Xn, n ≥ 0, dengan state space S = {1,2,3,4,5} dengan elemen matriks transisi didefinisikan sebagai berikut:

 $\begin{matrix}p\_{i, i+1}=\frac{i}{i+2};i=1,2,3,4 \\p\_{i, 1}=\frac{2}{i+2}; i=1,2,3,4\end{matrix}$ $p\_{5,1}=1 ; p\_{i,j}=0 untuk lainnya$

Tunjukkan bahwa Proses Markov tersebut bersifat Irreducible dan tentukan distribusi jangka panjangnya (*limiting*/*stationary distribution*) (25)

Selamat Bekerja

|  |  |
| --- | --- |
| 12342 | **KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI****UNIVERSITAS UDAYANA****FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM****PROGRAM STUDI MATEMATIKA**Kampus Bukit Jimbaran – Gedung UKM Lantai 2 – Telp. (0361)701783 |

**Ujian Akhir Semester**

**B**

**PENGANTAR PROSES STOKASTIK**

Kamis, 28 Desember 2017 ; Waktu : 100 menit

1. Diketahui bahwa {X1(t), t ≥0}, {X2(t), t ≥0}, dan {X3(t), t ≥0}adalah tiga proses poisson yang inde­pendent dengan intensitas masing-masing *a*, *b,* dan *c*.
2. Suatu proses {Y(t), t ≥0} dengan :

 Y(t) = X2(t) + X3(t); tunjukkan bahwa Y(t) juga merupakan proses poisson! (10)

1. Suatu proses {Z(t), t ≥0} dengan :

 Z(t) = X1(t) + Y(t); tunjukkan bahwa Z(t) juga merupakan proses poisson! (15)

1. Suatu proses Markov dengan ruang State S={1, 2, 3, 4} dan didefinisikan nilai peluang transisinya sebagai berikut:

$$\left\{\begin{array}{c}\begin{matrix}p\_{i, i+1}=\frac{i}{i+2};i=1,2,3\\p\_{i, 1}=\frac{2}{i+2}; i=1,2,3\end{matrix}\\\begin{matrix}p\_{4, 1}=1 \\p\_{i, j}=0; untuk lainnya\end{matrix}\end{array}\right.$$

Tunjukkan bahwa Proses Markov tersebut bersifat Irreducible dan tentukan distribusi jangka panjangnya (*limiting*/*stationary distribution*) (25)

1. Diketahui banyaknya pasien yang datang di rumah sakit “Sehat” mengikuti proses Poisson dengan rata-rata 20 pasien perhari. Sedangkan banyaknya pasien yang sembuh dan mening-galkan rumah sakit rata-rata 15 orang perhari dan mengkuti proses poisson. Tentukan :
2. Probabilitas banyaknya pasien yang datang selama 2 hari adalah 40 orang
3. Jika N(t) banyaknya pasien yang belum sembuh selama waktu t hari, maka berapakah probabilitas bahwa setelah empat hari tidak ada pasien yang tinggal atau (P(N(4)=0)?
4. Berapa Var(N(t)) (15)
5. Kepulangan pelanggan mengikuti proses poisson dengan rate λ= 5. Bila X(t) menyatakan banyak pelanggan yang pergi pada waktu t, tentukan:

a. P(X(2)=1|X(3)=3) b. E {X(2) X(3)} (*10*)

1. Pertamina “XYZ” mengoperasikan satu buah pompa bensin dengan satu operator. Rata-rata tingkat kedatangan kendaraan mengikuti distribusi Poisson yaitu 20 kendaraan per jam. Operator dapat melayani rata-rata 30 kendaraan per jam dengan waktu pelayanan setiap mobil berdistribusi eksponensial. Hitunglah :

 a. Jumlah rata-rata kendaraan dalam sistem (L) dan waktu menunggu rata-rata dalam sistem (W) (*10*)

b. Apabila rata-rata kedatangan kendaraan meningkat menjadi 50 kendaraan perjam, maka Pertamina “XYZ” mengoperasikan dua pompa dengan dua operator, dengan pelayanan rata-rata masing-masing operator 30 kendaraan per jam, maka hitung jumlah rata-rata kendaraan dalam sistem (L) dan waktu menunggu rata-rata dalam sistem (W) (*15*)

Selamat Bekerja