

Masalah Transportasi dan Penugasan

Model Penugasan

- Model penugasan adalah model khusus dari program linear yang mirip dengan model transportasi. Perbedaannya adalah setiap penawaran pada setiap sumber dan permintaan pada setiap tujuan dibatasi hanya 1 unit saja. Model penugasan ada dua berdasarkan tujuannya yaitu meminimumkan dan memaksimumkan.

Model Penugasan untuk Meminimumkan

- Contoh penugasan tim oleh sebuah organisasi untuk memantau 4 pertandingan. Jarak tempuh, Tim, dan lokasi pertandingan adalah sebagai berikut:

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	210	90	180	160
B	100	70	130	200
C	175	105	140	170
D	80	65	105	120

Tabel penugasan dengan pengurangan baris

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	120	0	90	70
B	30	0	60	130
C	70	0	35	65
D	15	0	40	55

- Tabel dengan pengurangan kolom

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	105	0	55	15
B	15	0	25	75
C	55	0	0	10
D	0	0	5	0

- Tabel dengan garis pengujian. Coret semua angka nol dengan menggunakan banyaknya garis semimumimum mungkin.

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	105	0	55	15
B	15	0	25	75
C	55	0	0	10
D	0	0	5	0

- Disebabkan banyaknya garis belum sama dengan banyak baris yaitu 4 baris maka nilai yang tidak dicoret dikurangkan dengan nilai yang terkecil. Lalu nilai terkecil tersebut dijumlahkan dengan nilai yang ada pada perotongan garis.

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	90	0	40	0
B	0	0	10	60
C	55	15	0	10
D	0	15	5	0

- Coret semua nol dengan menggunakan banyaknya garis yang seminimum mungkin. Lihat Tabel di bawah, karena banyaknya baris sudah sama dengan banyaknya garis maka solusi yang unix sudah dapat diperoleh.

Tim	Lokasi pertandingan			
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson
A	90	0	40	0
B	0	0	10	60
C	55	15	0	10
D	0	15	5	0

Penugasan	Lokasi	Jarak
Tim A	Atlanta	90
Tim B	Raleigh	100
Tim C	Durham	140
Tim D	Clemson	120
		450 mil

Penugasan	Lokasi	Jarak
Tim A	Clemson	160
Tim B	Atlanta	70
Tim C	Durham	140
Tim D	Raleigh	80
		450 mil

- Seandainya ditemukan model penugasan tidak seimbang maka ditambahkan dummy. Sebagai contoh ada 5 tim pemantau dan 4 lokasi pertandingan, maka tambahkan kolom dummy untuk lokasi pertandingan.

Tim	Lokasi pertandingan				Dummy
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	
A	210	90	180	160	0
B	100	70	130	200	0
C	175	105	140	170	0
D	80	65	105	120	0
E	95	115	120	100	0

- Hasil pengurangan pada masing-masing kolom oleh nilai yang terkecilnya.

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	130	25	75	60	0
B	20	5	25	100	0
C	95	40	35	70	0
D	0	0	0	20	0
E	15	50	15	0	0

- Coret semua bilangan nol dengan menggunakan banyaknya garis sesedikit mungkin

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	130	25	75	60	0
B	20	5	25	100	0
C	95	40	35	70	0
D	0	0	0	20	0
E	15	50	15	0	0

- Hasil pengurangan pada nilai yang tidak kena garis dengan nilai yang terkecil dari bilangan-bilangan yang tidak kena garis tersebut. Lalu nilai yang terkecil tersebut dijumlahkan dengan nilai pada perpotongan garis.

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	125	20	70	55	0
B	15	0	20	95	0
C	90	35	30	65	0
D	0	0	0	20	5
E	15	50	15	0	5

- Coret semua nilai nol dengan menggunakan banyaknya garis semimum mungkin

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	125	20	70	55	0
B	15	0	20	95	0
C	90	35	30	65	0
D	0	0	0	20	5
E	15	50	15	0	5

- Karena banyaknya garis belum sama dengan banyaknya baris (5 baris) maka nilai-nilai yang belum tercoret dikurangi dengan nilai terkecil pada nilai-nilai yang belum tercoret tersebut. Lalu tambahkan nilai terkecil pada nilai yang ada diperpotongan garis.

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	110	5	55	55	0
B	15	0	20	110	15
C	75	20	15	65	0
D	0	0	0	35	20
E	0	35	0	0	20

- Coret semua nilai nol dengan menggunakan banyaknya garis seminimum mungkin

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	110	5	55	55	0
B	15	0	20	110	15
C	75	20	15	65	0
D	0	0	0	35	20
E	0	35	0	0	20

- Karena banyaknya garis belum sama dengan banyaknya baris (5 baris) maka nilai-nilai yang belum tercoret dikurangi dengan nilai terkecil pada nilai-nilai yang belum tercoret tersebut. Lalu tambahkan nilai terkecil pada nilai yang ada diperpotongan garis.

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	105	0	50	50	0
B	15	0	20	110	20
C	70	15	10	60	0
D	0	0	0	35	25
E	0	35	0	0	25

- Coret semua nilai nol dengan menggunakan banyaknya garis semimum mungkin

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	105	0	50	50	0
B	15	0	20	110	20
C	70	15	10	60	0
D	0	0	0	35	25
E	0	35	0	0	25

- Karena banyaknya garis belum sama dengan banyaknya baris (5 baris) maka nilai-nilai yang belum tercoret dikurangi dengan nilai terkecil pada nilai-nilai yang belum tercoret tersebut. Lalu tambahkan nilai terkecil pada nilai yang ada diperpotongan garis.

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	95	0	40	40	0
B	5	0	10	100	20
C	60	15	0	50	0
D	0	10	0	35	35
E	0	45	0	0	35

- Coret semua nilai nol dengan menggunakan sebanyak garis seminimum mungkin

Tim	Lokasi pertandingan				
	Raleigh	Atlanta	Durham	Clemson	Dummy
A	95	0	40	40	0
B	5	0	10	100	5
C	60	15	0	50	0
D	0	10	0	35	35
E	0	45	0	0	20

- Oleh karena itu pembagian tugasnya adalah :

Tim	Lokasi	Biaya
A	Dummy	0
B	Atlanta	70
C	Durham	140
D	Raleigh	80
E	Clemson	100
Total Biaya		390

- Ringkasan untuk menemukan solusi pada persoalan penugasan:
 - a. Lakukan pengurangan baris dengan cara mengurangi nilai terendah pada baris tersebut dari unsur-unsur baris lainnya.
 - b. Lakukan pengurangan kolom dengan cara mengurangi nilai terendah pada kolom tersebut dari unsur-unsur pada kolom lainnya.
 - c. Tarik sejumlah garis horisontal atau vertikal untuk mencoret angka nol pada tabel biaya opportunity yang lengkap.
 - d. Jika diperlukan garis lagi karena belum mencapai m garis, maka semua nilai lain yang tidak tercoret dikurangkan nilai terendah dari nilai—nilai yang tidak tercoret tersebut. Kemudian nilai terendah tersebut ditambah pada sel-sel dimana dua baris berpotongan, sedangkan nilai yang lain tetap, dan ulangi langkah c.
 - e. Jika ditemukan garis sebanyak m , maka solusi optimal tercapai sehingga dapat dilakukan m penugasan yang unik. Jika diperlukan garis lagi untuk mencapai m garis maka ulangi langkah d.

Model Penugasan untuk Memaksimumkan

- Contoh : ada 3 salesman untuk 3 daerah pemasaran dengan perkiraan penjualan sebagai berikut :

		Pasar		
		P	Q	R
Salesman	A	25	31	35
	B	15	20	24
	C	22	19	17

- Langkah pertama mencari penugasan maksimum adalah menyusun Tabel Regret dengan cara kurangkan nilai terbesar dengan nilai yang ada pada masing-masing baris.

		Pasar		
		P	Q	R
Salesman	A	10	4	0
	B	9	4	0
	C	0	3	5

Model Penugasan untuk Memaksimumkan

- Tabel opportunity cost dengan pengurangan baris dan kolom. Pengurangan baris dilakukan dengan mengurangi nilai pada baris oleh nilai yang terkecilnya. Sedangkan pengurangan kolom diselenggarakan dengan mengurangi nilai-nilai pada kolom oleh nilai terkecil pada kolom yang bersangkutan.

		Pasar		
		P	Q	R
Salesman	A	10	1	0
	B	9	1	0
	C	0	0	5

- Coret semua angka nol dengan banyaknya garis seminimum mungkin.

		Pasar		
		P	Q	R
Salesman	A	10	1	0
	B	9	1	0
	C	0	0	5

Model Penugasan untuk Memaksimumkan

- Karena banyaknya garis tidak sama dengan banyaknya baris (3) maka nilai yang tidak tecoret oleh garis dikurangi oleh nilai yang paling minimumnya. Lalu nilai minimum tersebut ditambahkan pada nilai di garis yang berpotongan.

		Pasar		
		P	Q	R
Salesman	A	9	0	0
	B	8	0	0
	C	0	0	6

- Karena jumlah garis samadengan jumlah baris maka solusi unix sudah diperoleh. Tabel di bawah adalah solusi dan alternatif.

Salesman	Pasar	
A	Q	31
B	R	24
C	P	22
Banyaknya penjualan		77

Salesman	Pasar	
A	R	35
B	Q	20
C	P	22
Banyaknya penjualan		77