

ESTIMASI *MEAN* dari DUA POPULASI

STATISTIK DAN STOKASTIK
SEMESTER GASAL 2020/2021
DEPARTEMEN TEKNIK FISIKA FTIRS-ITS



Ingat Angka Baku $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}$

$$z \cdot \sigma = \bar{x} - \mu \implies \mu = \bar{x} \pm z \cdot \sigma$$

Harga σ tergantung pada kondisi yang digunakan

Estimasi Mean Satu Populasi

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$$

Estimasi Mean Dua Populasi

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \right) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma < \left(\mu_1 - \mu_2 \right) < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \right) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$$

Dilakukan untuk menaksir beda rata-rata dari sebuah variabel pada dua buah populasi

Dua buah sampel yang diambil dari dua buah populasi bisa bersifat *independent* atau *dependent*.

- ***Independent*** jika anggota sampel pertama tidak berkaitan dengan anggota sampel kedua. Misalnya ingin diketahui beda rata-rata IPK mahasiswa pria dengan mahasiswa wanita.
- ***Dependent***, jika anggota sampel pertama berkaitan dengan (dipengaruhi oleh atau tergantung pada) anggota sampel kedua. Misalnya, ingin diketahui beda rata-rata pendapatan sebelum krisis moneter dengan sesudah krisis moneter.

POPULASI *INDEPENDENT*

Dari dua sampel yang diambil dari populasi (*independent*) dapat diketahui rata-rata sampel pertama dan kedua (x_1) dan (x_2), serta standar deviasi populasi 1 dan 2 yakni (σ_1) dan (σ_2). Harga standar deviasi populasi ($\sigma_{x_1-x_2}$) ditentukan oleh kondisi sampel.

Macam-macam kondisi sampel:

- I. Kedua sampel adalah sampel besar dan standar deviasi populasi diketahui
- II. Kedua sampel adalah sampel besar tapi standar deviasi populasi tidak diketahui
- III. Salah satu atau kedua sampel adalah sampel kecil. Distribusi populasi (harus) normal dan standar deviasi populasi diketahui
- IV. Kedua sampel adalah sampel kecil. Distribusi populasi (harus) berbentuk normal tapi standar deviasi populasi tidak diketahui

Kondisi I

Kedua sampel adalah sampel besar ($n_1 > 30$; dan $n_2 > 30$), tidak peduli bentuk distribusi populasi, deviasi populasi diketahui

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$$

dengan

$$\sigma_{x_1 - x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Kondisi II

Kedua sampel adalah sampel besar ($n_1 > 30$; dan $n_2 > 30$), tidak peduli bentuk distribusi populasi, deviasi populasi **tidak** diketahui

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S$$

dengan

$$S_{x_1 - x_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

Kondisi III

Kedua atau salah satu sampel adalah sampel kecil ($n_1 < 30$; dan/atau $n_2 < 30$), distribusi harus normal, deviasi populasi diketahui

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$$

dengan

$$\sigma_{x_1 - x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Kondisi IV

Kedua atau salah satu sampel adalah sampel kecil ($n_1 < 30$; dan/atau $n_2 < 30$), tidak peduli bentuk populasi, deviasi populasi tidak diketahui

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$$

dengan

$$\sigma_{x_1 - x_2} = \sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

Contoh soal 1

1. Suatu sampel acak dengan 10 buah ban mobil merek A menunjukkan daya pakai rata-rata 1000 km dengan deviasi standard 80 km. Sedangkan sample random lain dengan 6 buah ban mobil merek B menunjukkan daya pakai rata-rata 900 km dengan deviasi standard 90 km. Hitunglah *confidence interval* 95% untuk perbedaan *mean* daya pakai semua ban mobil dari kedua merek tersebut!

POPULASI DEPENDENT (Sampel Berpasangan)

Cara estimasinya:

1. Mengestimasi rata-rata beda populasi (D) dengan menggunakan rata-rata beda sampel d .
2. Seperti mengestimasi mean populasi, tetapi nilai yang diestimasi bukan nilai x melainkan nilai d .

$$\bar{D} - t(\alpha/2; n-1) \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{D} + (\alpha/2; n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}$$

D = rata-rata dari harga perbedaan setiap pasang mean

S_D = standar deviasi dari harga perbedaan setiap pasang nilai

N = banyaknya pasangan nilai

Contoh soal 2

Diambil sampel random sebanyak 4 orang peserta pelatihan untuk diselidiki nilai pretest dan post test. Hasilnya adalah sebagai berikut :

Mahasiswa	Nilai Test	
	sebelum	setelah
A	64	54
B	66	54
C	89	70
D	77	62

Hitunglah *confidence interval* 95% untuk rata-rata perbedaan nilai hasil test sebelum dan setelah pelatihan untuk seluruh mahasiswa

Jawaban:

	X_1	X_2	$\bar{D} = X_1 - X_2$	$(D - \bar{D})$	$(D - \bar{D})^2$
A	64	54	10	-4	16
B	66	54	12	-2	4
C	89	70	19	5	25
D	77	62	15	1	1
			56		46

$$\begin{aligned}\bar{D} &= 14 \\ s_D &= \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{46}{3}} = 3,916\end{aligned}$$

$$t_{(0,025; 3)} = 3,182$$

$$14 - 3,182 \frac{3,916}{\sqrt{4}} < \mu_1 - \mu_2 < 14 + 3,182 \frac{3,916}{\sqrt{4}}$$

$$14 - 6,23 < \mu_1 - \mu_2 < 14 + 6,23$$

$$7,77 < \mu_1 - \mu_2 < 20,23$$