



**Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya**



Energi pada Gerakan Harmonik Sederhana

Oleh: Aulia Siti Aisjah

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Hukum Hooke

**Persamaan Gerak Harmonis
Sederhana**

**Hubungan parameter GHS
dengan parameter pegas**

Energi GHS

Obyek yang diletakkan pada ujung pegas akan mengalami gerak garmonis sederhana

Frekuensi gerak harmonis sederhana bergantung pada massa dan konstanta pegas

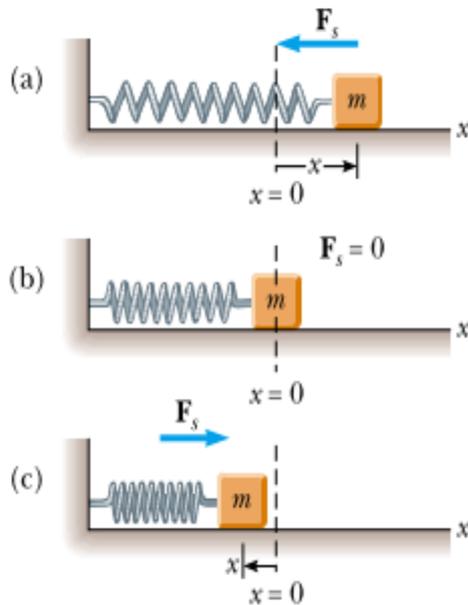
Energi dari obyek yang diletakkan di ujung pegas, terdiri dari energy kinetic dan energy potensial

Pada pokok bahasan ini akan dipelajari tentang:

1. Hubungan antara parameter pada gerak harmonis sederhana dengan dimensi dari pegas
2. Energi dari obyek yang diletakkan pada ujung pegas



HUKUM HOOKE



Perhatikan gerakan benda di ujung pegas ini. Pada saat di simpangan maksimum, benda akan kembali bergerak ke arah yang berlawanan. Hal ini terjadi karena ada gaya pembalik. Oleh Hooke, besarnya gaya pembalik ini sebanding dengan besarnya simpangan yang dialaminya:

$$F_s = -kx$$



Hukum Hooke

$$-kx = ma_x$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

Sesuai dengan Hukum Newton II,

$$\sum F_x = ma_x$$



PERSAMAAN GERAK HARMONIS SEDERHANA

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$



$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$



$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

- Percepatan merupakan perubahan kecepatan terhadap waktu.
- Bila bentuk rasio konstanta pegas (k) terhadap massa beban (m) sebagai bentuk kuadrat dari kecepatan radial, maka

Persamaan gerak harmonis sederhana yang terjadi pada pegas dinyatakan

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$



Persamaan ini dinamakan Persamaan Diferensial dari Gerak Harmonis Sederhana. Dinamakan persamaan diferensial, karena mengandung suku diferensial x terhadap t



PERSAMAAN GERAK HARMONIS SEDERHANA

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

Penyelesaian
persamaan
diferensial

Bukti

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$



$$\frac{dx}{dt} = A \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \phi) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A \frac{d}{dt} \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

X

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

Turunan
pertama
dan
Turunan
kedua



HUBUNGAN PARAMETER PADA PERSAMAAN GERAK HARMONIS SEDERHANA DENGAN DIMENSI PEGAS

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Kecepatan obyek pada gerak harmonis sederhana

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

Kecepatan maksimumnya

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$



Percepatan obyek pada gerak harmonis sederhana

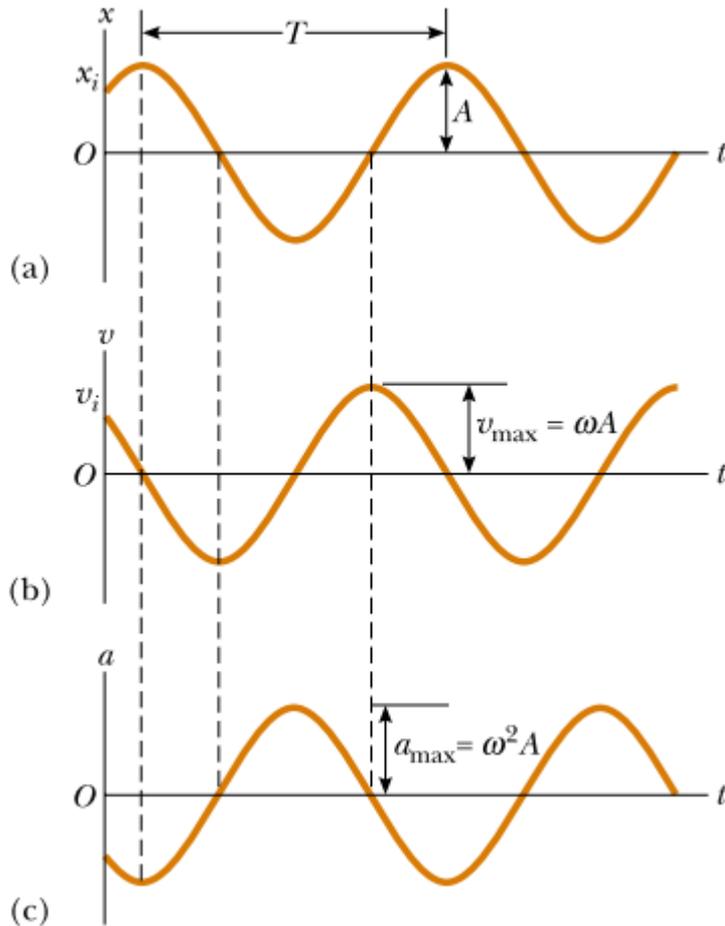
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

Percepatan maksimumnya

$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A$$



Ilustrasi Kinematika Gerak Harmonis Sederhana



Perhatikan grafik di samping Gambar

- Simpangan GHS [$x(t)$]
- Kecepatan GHS [$v(t)$]
- Percepatan GHS [$a(t)$]

Terjadi perbedaan phase antara $x(t)$ dengan $v(t)$ adalah 90° , perbedaan phase antara $x(t)$ dengan $a(t)$ adalah 180°



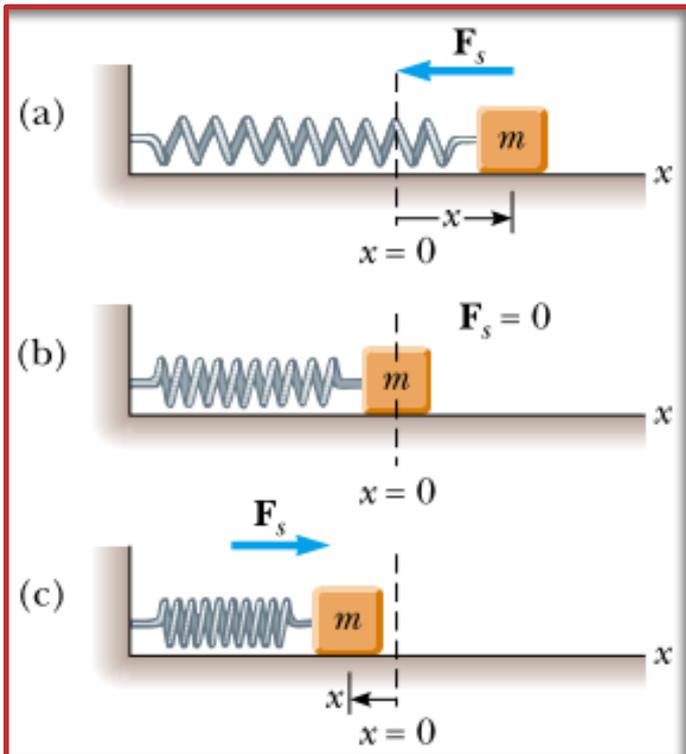
Energi Gerak Harmonis Sederhana

Perhatikan gerak obyek pada pegas. Sebuah benda bergerak memiliki **energi kinetik - K**

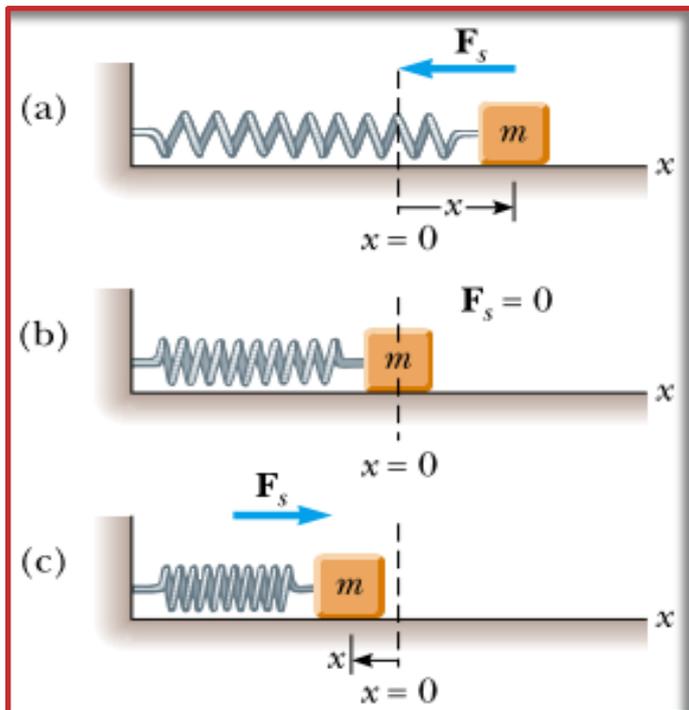
$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

Energi potensial – U yang tersimpan pada pegas, saat menmanjang sebesar x

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$



Energi Total Gerak Harmonis Sederhana



Energi total pada pegas, karena mempunyai energy kinetik – K dan energi potensial - U

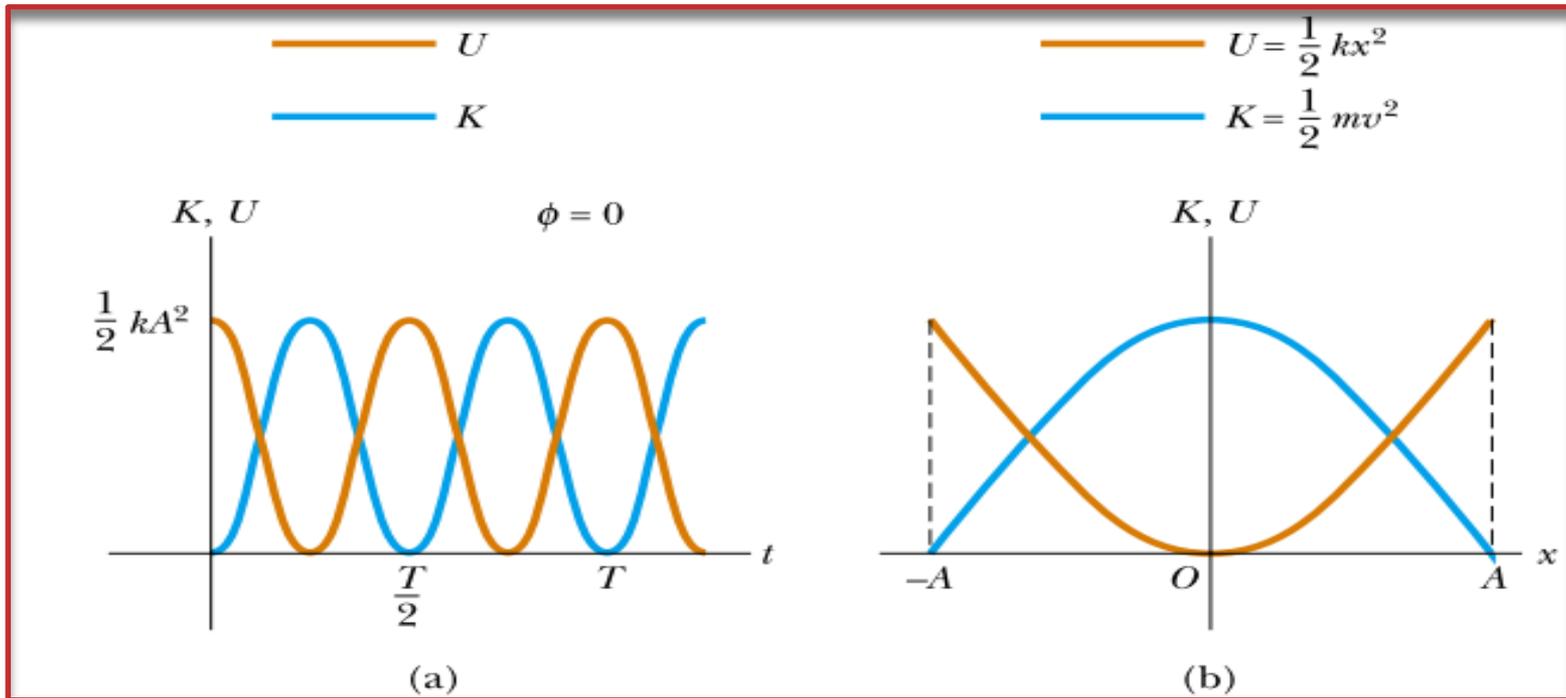
$$E = K + U = \frac{1}{2} kA^2 [\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)]$$

= 1

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$



Energi Total Gerak Harmonis Sederhana



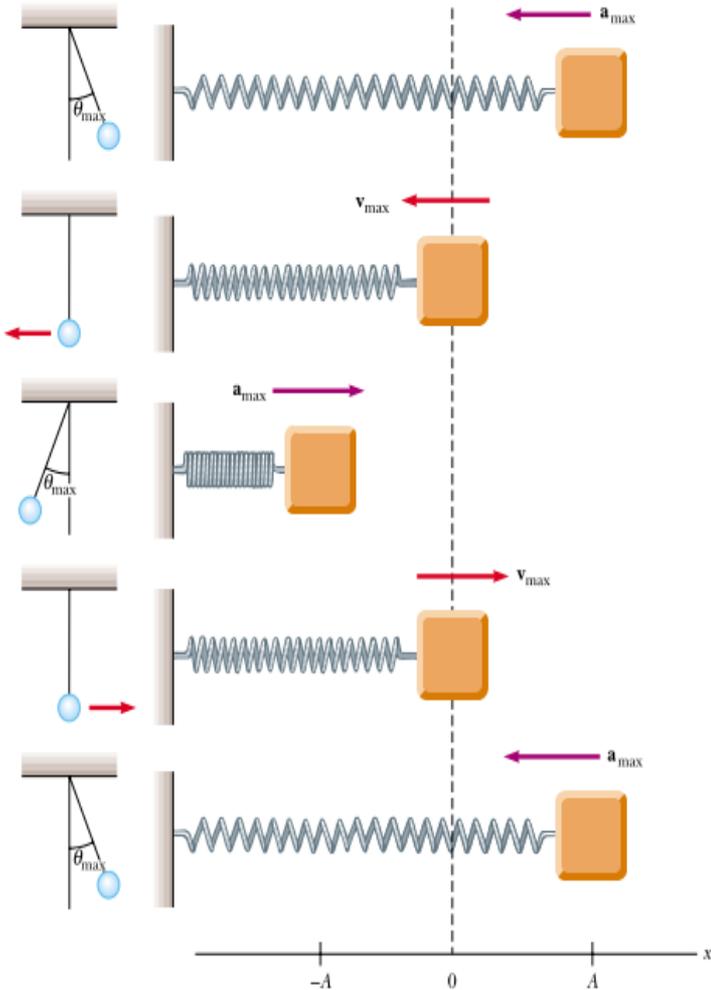
Gambar:

(a). Energi kinetik dan energy potensial vs waktu dari GHS saat beda phase 0

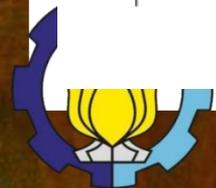
(b). Energi total selalu tetap, **K + U = konstan**



Karakteristik Gerak Harmonis Sederhana



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2} kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$



Sebuah obyek bergetar dengan GHS. Posisi obyek dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut

$$x = (4.00 \text{ m}) \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Tentukan:

- Amplitudo, frekuensi dan periode dari gerakan tersebut
- Kecepatan dan percepatan dari obyek
- Posisi, Kecepatan dan percepatannya saat $t = 1 \text{ s}$
- Kecepatan dan percepatan maksimum
- Simpangan saat $t = 0 \text{ s}$ dan $t = 1 \text{ s}$



Jawab

a. Amplitudo, frekuensi dan periode dari gerakan tersebut

$$x = (4.00 \text{ m}) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$A = 4 \text{ m}$$

$$2\pi f = \pi$$

$$f = 0,5 \text{ Hz}$$

Dan

$$T = 1/(0,5) = 2 \text{ s}$$



Jawab

b.1. Kecepatan obyek

$$\begin{aligned}v &= \frac{dx}{dt} = - (4.00 \text{ m/s}) \sin \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \frac{d}{dt} (\pi t) \\ &= - (4.00 \pi \text{ m/s}) \sin \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

b.2. Percepatan obyek

$$\begin{aligned}a &= \frac{dv}{dt} = - (4.00 \pi \text{ m/s}) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \frac{d}{dt} (\pi t) \\ &= - (4.00 \pi^2 \text{ m/s}^2) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$



Jawab

c. 1. Posisi saat $t = 1$ s

$$\begin{aligned}x &= (4.00 \text{ m}) \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = (4.00 \text{ m}) \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \\ &= (4.00 \text{ m})(-0.707) = -2.83 \text{ m}\end{aligned}$$

c. 2. Kecepatan saat $t = 1$ s

$$\begin{aligned}v &= -(4.00\pi \text{ m/s}) \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \\ &= -(4.00\pi \text{ m/s})(-0.707) = 8.89 \text{ m/s}\end{aligned}$$

c. 3. Kecepatan saat $t = 1$ s

$$\begin{aligned}a &= -(4.00\pi^2 \text{ m/s}^2) \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \\ &= -(4.00\pi^2 \text{ m/s}^2)(-0.707) = 27.9 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$



Jawab

d. 1. Kecepatan maksimum

$$v = \frac{dx}{dt} = - (4.00 \text{ m/s}) \sin \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \frac{d}{dt} (\pi t)$$
$$= - (4.00 \pi \text{ m/s}) \sin \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$v_{\max} = 4.00 \pi \text{ m/s} = 12.6 \text{ m/s}$$

d. 2. Percepatan maksimum

$$a = \frac{dv}{dt} = - (4.00 \pi \text{ m/s}) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \frac{d}{dt} (\pi t)$$
$$= - (4.00 \pi^2 \text{ m/s}^2) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$a_{\max} = 4.00 \pi^2 \text{ m/s}^2 = 39.5 \text{ m/s}^2$$



Jawab

e.1. Simpangan saat $t = 0$ s

$$x = (4.00 \text{ m}) \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$t=0 \text{ s}$$

$$x_i = (4.00 \text{ m}) \cos \left(0 + \frac{\pi}{4} \right) = (4.00 \text{ m})(0.707) = 2.83 \text{ m}$$

e. 2. Selisih Simpangan saat $t = 0$ s dan $t=1$ s

$$\text{Jawab c, } x(t=1 \text{ s}) = -2.83 \text{ m}$$

$$\Delta x = -2,83 \text{ m} - 2,83 \text{ m} = -5,66 \text{ m}$$



1. Periode dan frekuensi GHS dari sebuah pegas:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2. Besarnya energi kinetik obyek pada ujung pegas yang bergerak harmonis sederhana

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

3. Besarnya energi potensial obyek pada ujung pegas yang bergerak harmonis sederhana

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

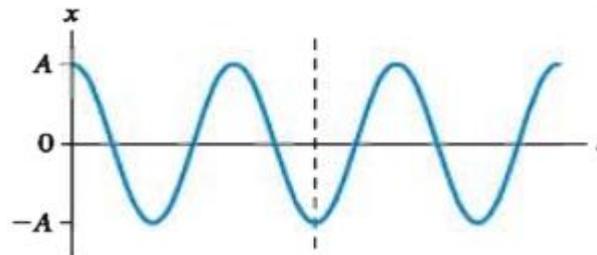
4. Besarnya energi total obyek pada ujung pegas yang bergerak harmonis sederhana

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$



Latihan Soal

- Sebuah beban 0,5 kg dipasang pada ujung sebuah pegas dengan konstanta pegas 20 N/m, dan terjadi gerakan osilasi pada bidang horizontal. Apabila tidak ada gesekan dengan permukaan
 - Hitung besarnya energy dari beban ini dan kecepatan maksimum beban jika Amplitudo GHS adalah 2,5 cm
 - Berapa kecepatan beban saat posisinya $x = 1,5$ cm
 - Hitung energy kinetic dan potensial saat posisi benda 1,5 cm
- Balok 500 gr diketkan pada ujung pegas dan ditarik sepanjang 25 cm, kemudian dilepaskan. Ternyata terjadi gerak harmonis sederhana dengan periode 0,6 s. Tentukan posisi balok saat kecepatannya 1 m/s
- Perhatikan gambar di samping, mana pernyataan yang benar untuk posisi ttk I
 - Kecepatan positif, gaya arah ke kanan
 - Kecepatan positif, gaya arah ke kanan
 - Kecepatan nol, gaya arah ke kanan
 - Kecepatan positif, gaya arah ke kiri
 - Kecepatan negative, gaya arah ke kiri
 - Kecepatan nol, gaya arah ke kiri
 - Kecepatan dan gaya nol



**SEKIAN
&
TERIMAKASIH**

