

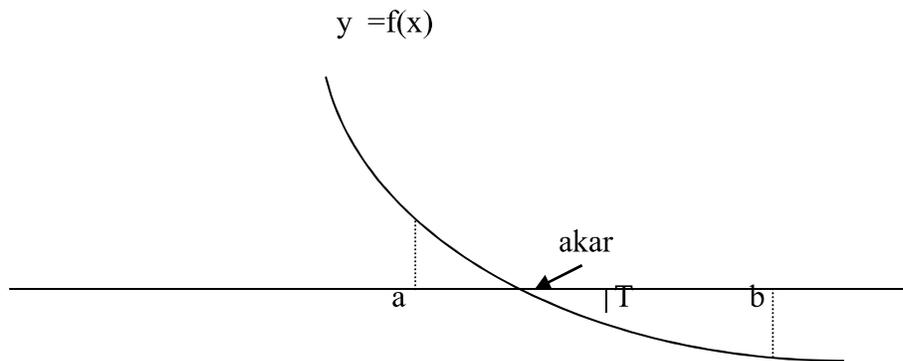
B. MATERI

1. Metode Bagi Dua

Metode ini merupakan metode tertutup artinya hasil pendekatan akar pasti diperoleh. Walaupun termasuk lambat konvergen dalam perhitungan secara komputer namun metode ini sangat stabil.

Untuk melakukan perhitungan pendekatan akar menggunakan metode ini diperlukan kepastian letak akar atau harus diketahui interval yang memuat akar persamaannya.

Metode bagi dua didasarkan pada teorema antara dari sebuah fungsi kontinyu yaitu: interval (a,b) memuat akar dari $f(x) = 0$ jika $f(a) \cdot f(b) < 0$. Ini berarti tanda dari $f(a)$ berbeda dengan tanda dari $f(b)$. Prinsip ini yang digunakan selanjutnya dengan menentukan titik tengah interval (a,b) , kemudian uji pada bagian interval mana akar berada. Misalkan titik tengah tsb T , maka terjadi dua interval (a,T) dan (T,b) . Salah satu diantaranya pasti memuat akar, ujilah menggunakan prinsip di atas. Begitu seterusnya hingga dicapai tingkat ketelitian atau toleransi yang diberikan.



Gambar 2.1

Interval (a,b) dibagi dua menjadi (a,T) dan (T,b) . Interval mana yang memuat akar?. Secara gambar sudah jelas mudah dilihat, tetapi tanpa gambar, pengujian dilakukan dengan perbedaan tanda tanda $f(a)$ dan $f(T)$. Jika tanda keduanya berbeda berarti hasil kalinya negatif. Sebaliknya jika hasil kalinya positif, berarti akar berada dalam interval yang lain. Secara singkat dapat dilihat proses pengujian sbb:

Untuk menentukan interval yang memuat akar dilakukan dengan memeriksa tanda hasil kali $f(a).f(T)$ atau $f(T).f(b)$

$$f(a).f(T) \begin{cases} < 0, \text{ berarti ada akar pada } (a,T) \\ = 0, \text{ berarti akar} = T \\ > 0 \text{ berarti akar pada } (T,b) \end{cases}$$

Algoritma Metode bagi Dua

Input: $f(x)$, a , b , tol

Output; akar

Langkah-langkah.

- 1) $T_1 = (a + b)/2$
- 2) Jika $f(a).f(T) < 0$ maka $b = T$. Jika tidak $a = T$
- 3) Jika $abs(b-a) < tol$ maka akar = T . Selesai
- 4) Kembali ke langkah 1)

Contoh

Terapkan metode bagi dua sebanyak 3 iterasi untuk mencari pendekatan salah satu akar dari $f(x) = e^x - 4x$.

Penyelesaian.

Dengan menggunakan teknik grafik diperoleh interval $(0,1)$ memuat akar $f(x) = 0$. Dapat juga menggunakan table sbb:

X	f(x)
0	+
1	-
2	-
3	+
4	+

Ada perbedaan tanda antara nilai fungsi di dua titik berurutan. Pertama di $x = 0$ dan $x = 1$ sehingga ada akar pada interval $(0,1)$. Ke-dua, di $x = 2$ dan $x = 3$, sehingga ada akar pada interval $(2,3)$

Interval (0,1)

Iterasi 1

$a = 0$ dan $b = 1$, maka $T = (0 + 1) / 2 = 1/2$, $f(T) < 0$

$f(a).f(T) < 0$ maka $b = T$

Akar terletak dalam $(0, 1/2)$

Iterasi 2

$a = 0$ dan $b = 1/2$, maka $T = (0 + 1/2) / 2 = 0.25$. $f(T) > 0$

$f(a).f(T) > 0$, maka $a = T$

Akar terletak dalam $(1/4, 1/2)$

Iterasi 3

$a = 0.25$ dan $b = 1/2$, maka $T = (0.25 + 0.5) / 2 = 0.375$. $f(T) < 0$

$f(a).f(T) < 0$ maka $b = T$

Akar terletak dalam $(1/4, 0.375)$

.... dst

Interval (2,3)

Iterasi 1

$a = 2$ dan $b = 3$, maka $T = (2 + 3) / 2 = 2.50$ $f(T) > 0$

$f(a).f(T) < 0$ maka $b = T$

Akar terletak dalam $(2, 2.50)$

Iterasi 2

$a = 2$ dan $b = 2.50$, maka $T = (2 + 2.50) / 2 = 2.25$. $f(T) > 0$

$f(a).f(T) > 0$, maka $a = T$

Akar terletak dalam $(2.25, 2.5)$

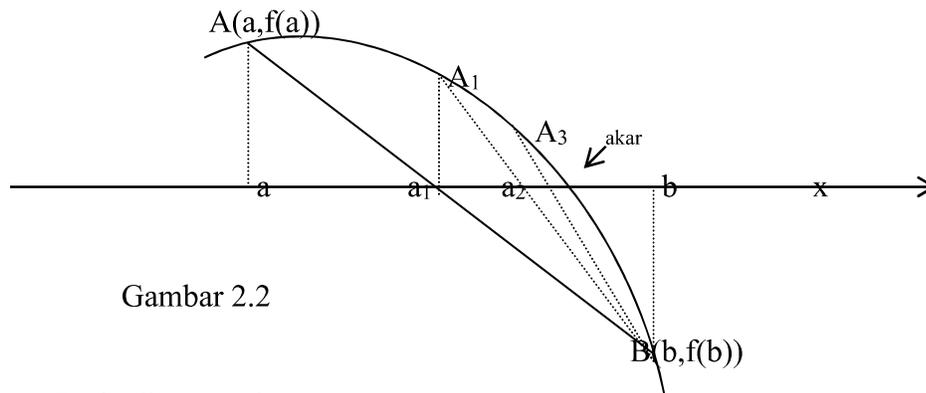
Iterasi 3

Teruskan.....

2. Metode Posisi Palsu

Seperti halnya metode Bagi Dua, metode Posisi Palsu mensyaratkan diketahuinya interval letak akar yaitu (a,b) . Hampiran akar persamaan memanfaatkan perpotongan garis yang melalui titik $(a,f(a))$ dan $(b,f(b))$ dengan sumbu x . Cara ini akan lebih cepat memperoleh hasil yang mendekati akar yang sebenarnya apabila posisi akar terletak dekat dengan ujung interval seperti apada gambar berikut.

Pengujian letak akar tetap diperlukan untuk perhitungan berikutnya.



Gambar 2.2

Perhatikan gambar.

Garis AB memotong sumbu x di titik a_1 . Garis A_1B memotong sumbu x di a_2 . Garis A_2B memotong di a_3 dst.

Persamaan garis AB adalah:

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}$$

Titik potong garis dengan sumbu x adalah : $x_0 = a - f(a) \frac{b - a}{f(b) - f(a)}$

Penghentian perhitungan dilakukan apabila titik potong sudah dekat dengan akar sebenarnya yang ditandai dengan jarak antara dua hasil iterasi berurutan sangat dekat memenuhi toleransi yang diberikan..

Algoritma Metode Posisi Palsu.

Input.: $f(x)$, a , b , tol

Output: akar

Proses:

1) $x_{0\text{lama}} = b - a$ (untuk tbakan awal saja)

$$2) x_0 = b - f(b) \frac{b - a}{f(b) - f(a)}$$

3) Jika $\text{abs}(x_0 - x_{0\text{lama}}) < \text{tol}$ maka akar = x_0 . Selesai

4) Jika $f(a) \cdot f(x_0) < 0$ maka $b = x_0$, jika tidak $a = x_0$

5) $x_{0\text{lama}} = x_0$, kembali ke langkah 2).