

Himpunan Fuzzy



Himpunan Fuzzy

- Logika *fuzzy* dikembangkan dari teori himpunan *fuzzy*.
- Himpunan klasik yang sudah dipelajari selama ini disebut **himpunan tegas** (*crisp set*).
- Di dalam himpunan tegas, keanggotaan suatu unsur di dalam himpunan dinyatakan secara tegas, apakah objek tersebut anggota himpunan atau bukan.
- Untuk sembarang himpunan A , sebuah unsur x adalah anggota himpunan apabila x terdapat atau terdefinisi di dalam A .

Contoh 1: $A = \{0, 4, 7, 8, 11\}$, maka $7 \in A$, tetapi $5 \notin A$.



HIMPUNAN FUZZY

FUNGSI KEANGGOTAAN

OPERASI LOGIKA



HIMPUNAN FUZZY

FUNGSI KEANGGOTAAN

OPERASI LOGIKA



Himpunan Fuzzy

- Pada himpunan tegas (crisp set), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A (ditulis $\mu_A[x]$) memiliki 2 kemungkinan :
 - Satu (1), artinya x adalah anggota A
 - Nol (0), artinya x bukan anggota A

- Contoh 1 :

Jika diketahui :

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$ adalah semesta pembicaraan

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{3,4,5\}$

maka :

- Nilai kaanggotaan 2 pada A , $\mu_A[2] = 1$, karena $2 \in A$
- Nilai kaanggotaan 4 pada A , $\mu_A[4] = 0$, karena $4 \notin A$
- Nilai kaanggotaan 2 pada B ????????
- Nilai kaanggotaan 5 pada B ????????

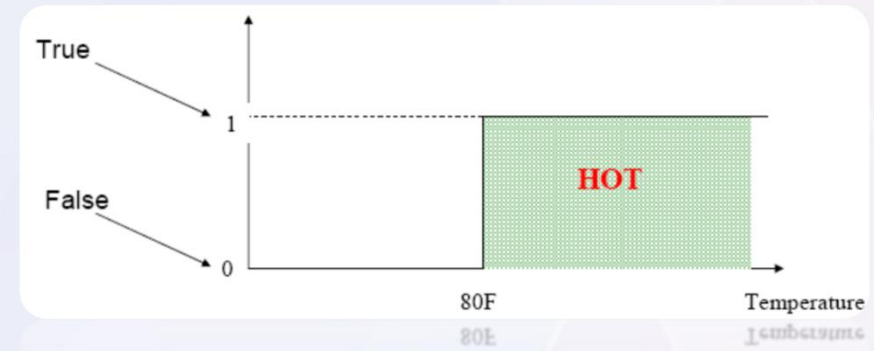


Contoh 2:

“Jika suhu lebih tinggi atau sama dengan 80 °F, maka suhu disebut panas, sebaliknya disebut tidak panas”

Kasus :

- Suhu = 100 °F, maka Panas
- Suhu = 80.1 °F, maka Panas
- Suhu = 79.9 °F, maka tidak panas
- Suhu = 50 °F, maka tidak panas



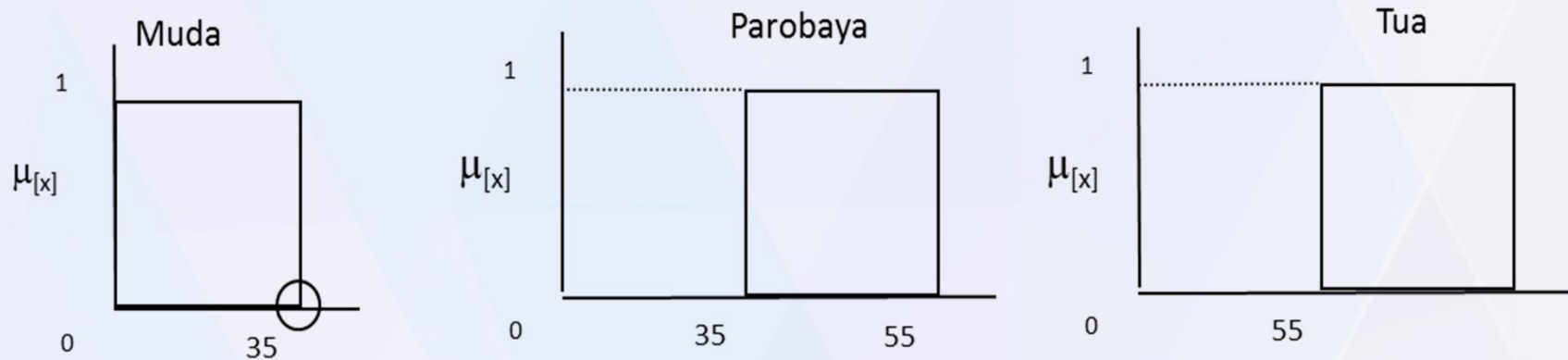
- *If Suhu ≥ 80 °F, disebut panas*
- *If Suhu < 80 °F, disebut tidak panas*
- Fungsi keanggotaan dari himpunan tegas gagal membedakan antara anggota pada himpunan yang sama
- Ada problem-problem yang terlalu kompleks untuk didefinisikan secara tepat



Contoh 3 :

Misal variable umur dibagi menjadi 3 katagori :

- MUDA umur < 35 tahun
- PAROBAYA $35 \leq \text{umur} \leq 55$ tahun
- TUA umur > 55 tahun

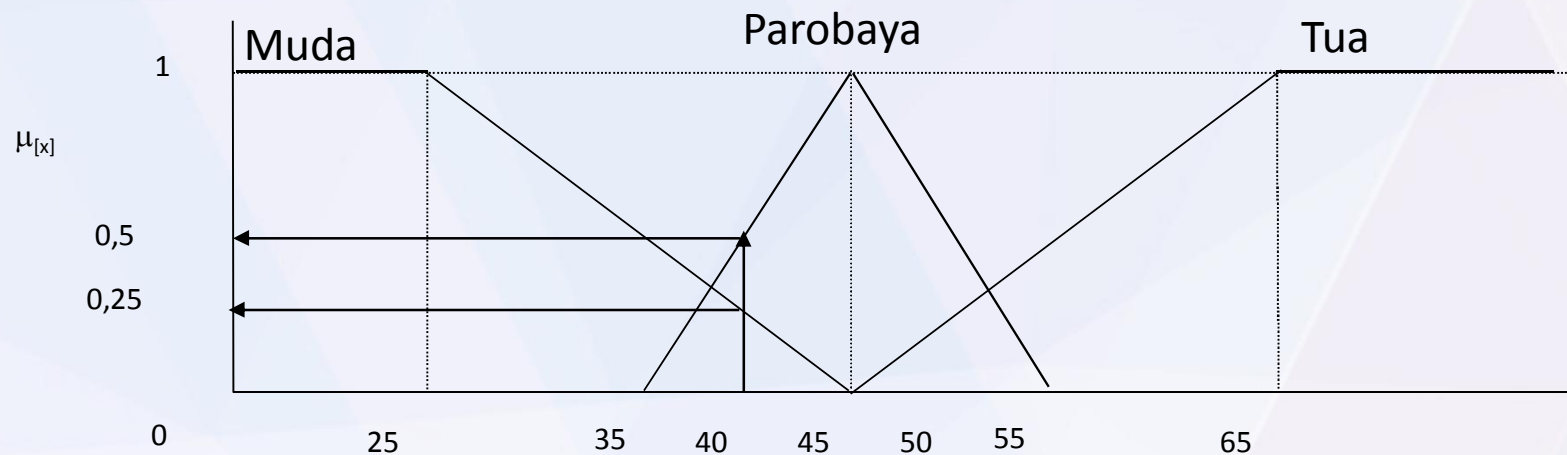


Gambar. Keanggotaan himpunan biasa (crisp) umur muda dan parobaya

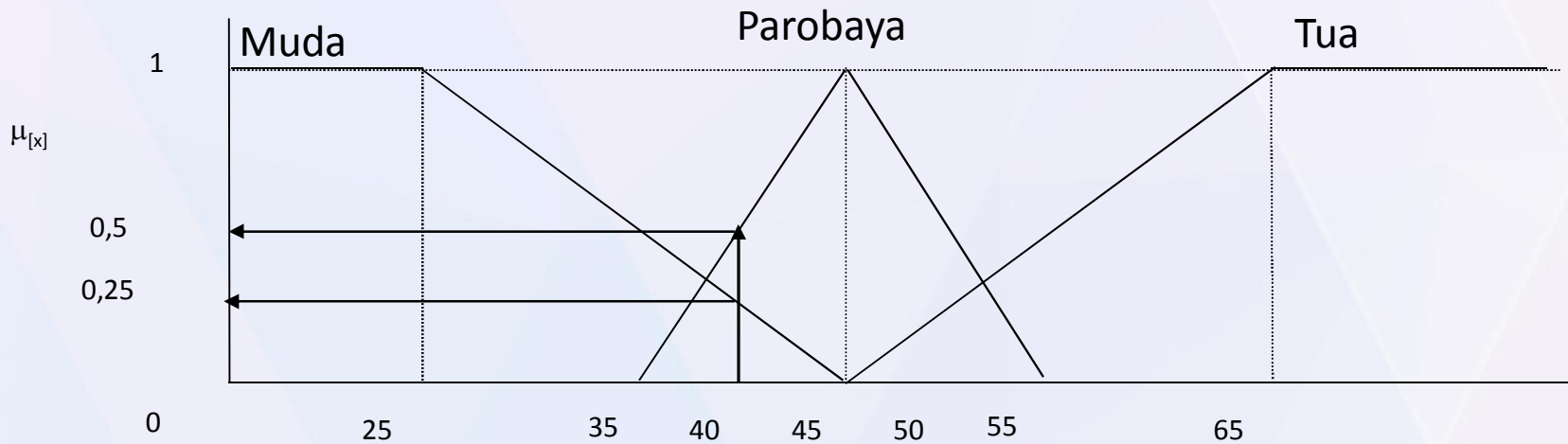
- Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA
- Apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA
- Apabila seseorang berusia 55 tahun, maka ia dikatakan TIDAK TUA
- Apabila seseorang berusia 55 tahun lebih $\frac{1}{2}$ hari, maka ia dikatakan TUA



- Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian **himpunan crisp** untuk menyatakan umur **sangat tidak adil**, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan katagori yang cukup signifikan
- **Himpunan fuzzy** digunakan untuk mengantisipasi hal tersebut. Seseorang dapat **masuk dalam 2 himpunan yang berbeda**. MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb. Seberapa besar eksistensinya dapat dilihat pada nilai/derajat keanggotaannya. Gambar berikut menunjukkan himpunan fuzzy untuk variabel umur :



Gambar. Himpunan Fuzzy untuk variable umur



Gambar. Himpunan Fuzzy untuk variable umur

Apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A , demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A .

ATRIBUT HIMPUNAN FUZZY

Membership Function Himpunan Fuzzy

- **Variabel Fuzzy**

Variabel dalam suatu sistem fuzzy. Contoh : berat badan, tinggi badan, dsb

- **Himpunan Fuzzy (Fuzzy set)**

Himpunan fuzzy yang mewakili suatu kondisi pada suatu variabel fuzzy.

Contoh :

- Variabel suhu terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu : panas, hangat, dingin.
- Variabel nilai terbagi menjadi : tinggi, sedang, rendah

- Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu :

- **Linguistik**, yaitu penamaan suatu group yang mewakili suatu kondisi, misalnya panas, hangat, dingin
- **Numeris**, yaitu ukuran dari suatu variabel seperti : 17, 19, 21, 33, dst

- **Himpunan Semesta**

keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh:

- Semesta untuk variabel berat badan : [1, 150]
- Semesta untuk variabel suhu : [0, 100].

- **Domain**

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam Semesta dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

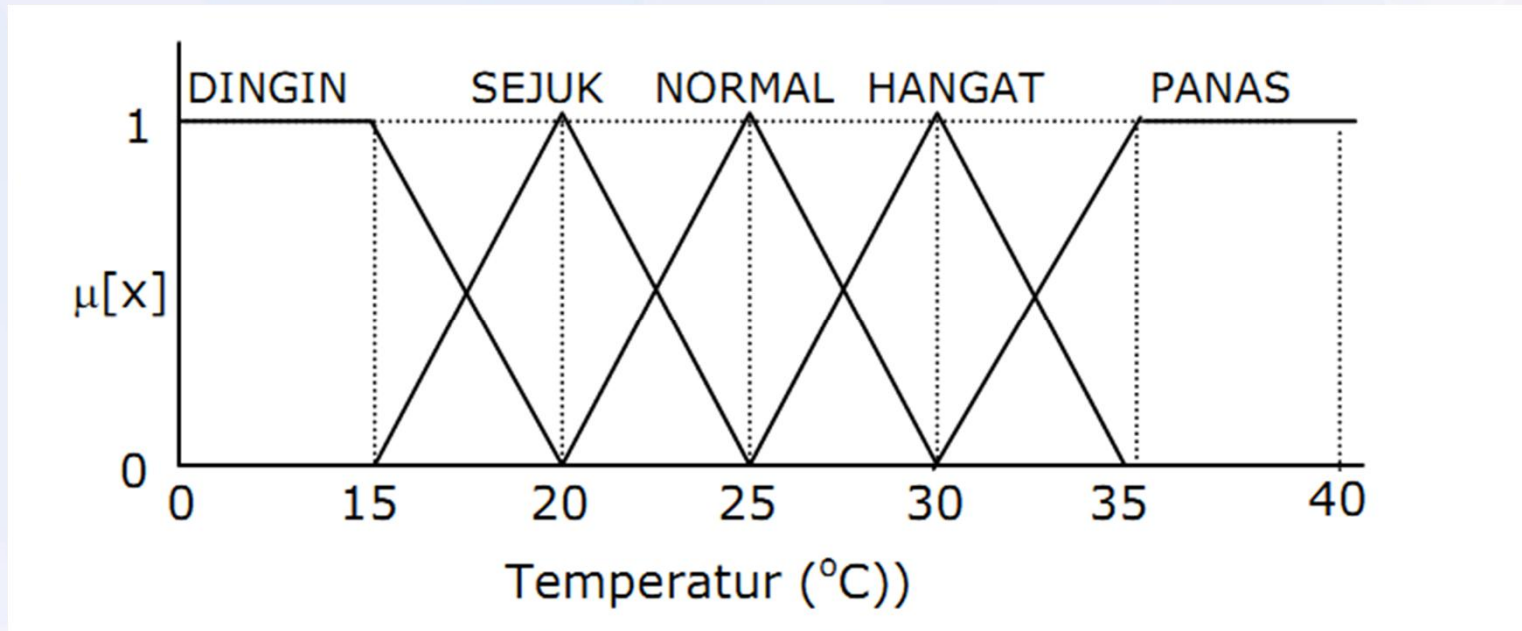
Contoh :

- DINGIN = [0, 60]
- HANGAT = [50, 80]
- PANAS = [80, +∞)



HIMPUNAN FUZZY

Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu: DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS.



SEMESTA????
DOMAIN????

HIMPUNAN FUZZY

FUNGSI KEANGGOTAAN

OPERASI LOGIKA



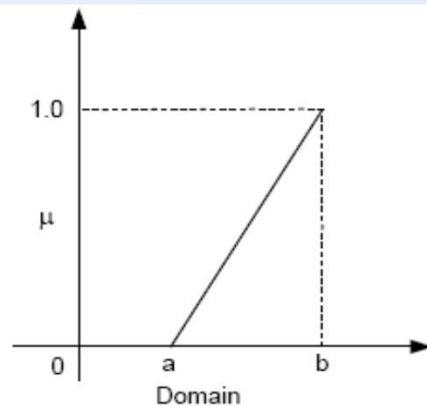
FUNGSI KEANGGOTAAN HIMPUNAN FUZZY (MEMBERSHIP FUNCTION)

- Adalah suatu fungsi (kurva) yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1.

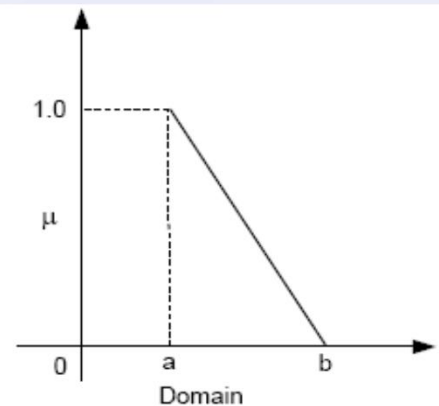
Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan :

1

1. Representasi linier



$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a < x \leq b \\ 1; & x > b \end{cases}$$



$$\mu[x] = \begin{cases} (b-x)/(b-a); & a \leq x < b \\ 0; & x \geq b \end{cases}$$

FUNGSI KEANGGOTAAN HIMPUNAN FUZZY (MEMBERSHIP FUNCTION)

1 Representasi linier

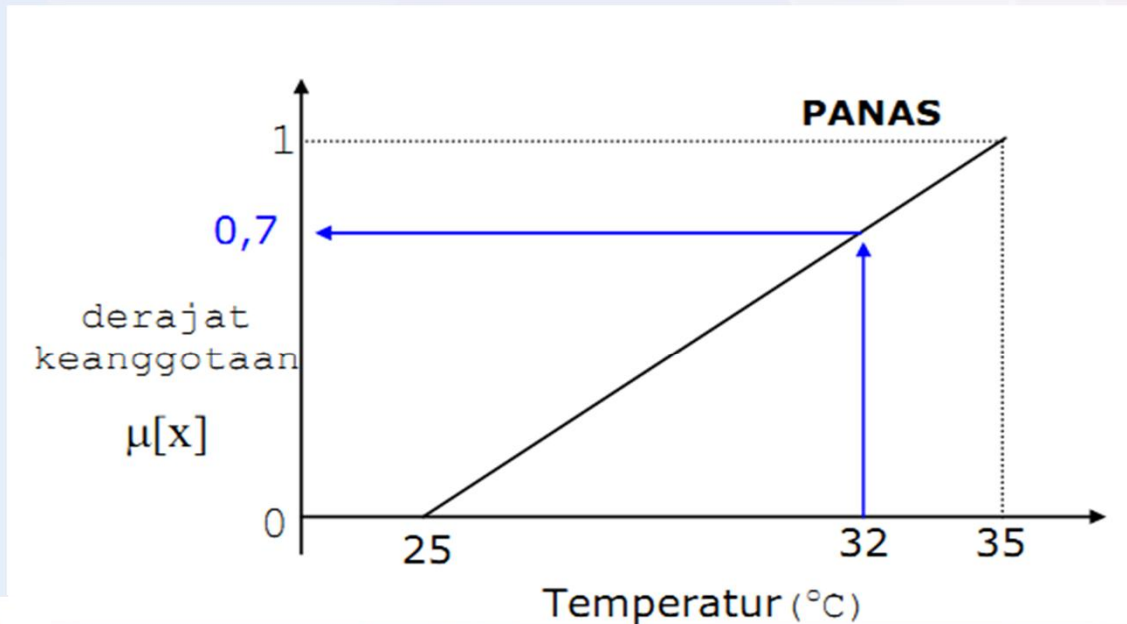
Contoh:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 = 0,7\end{aligned}$$

$$\mu_{\text{Panas}}(27) = \text{????}$$

$$\mu_{\text{Panas}}(34) = \text{????}$$



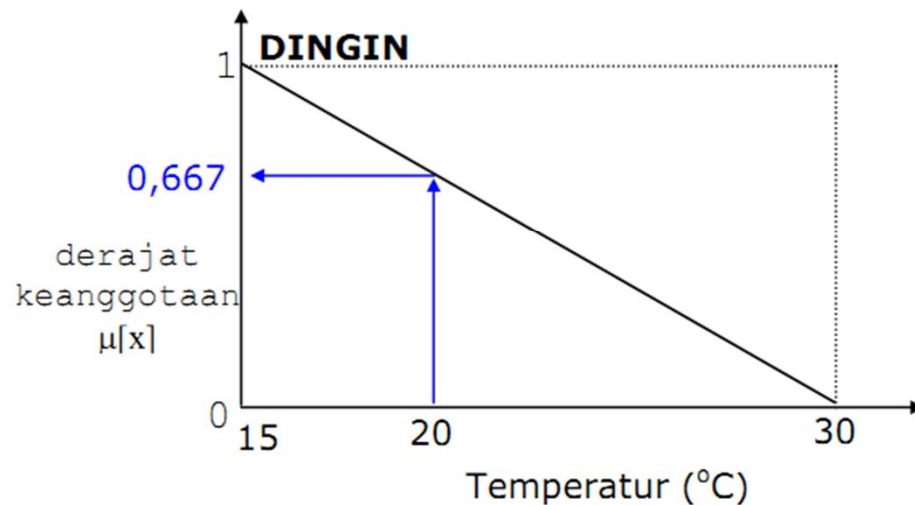
FUNGSI KEANGGOTAAN HIMPUNAN FUZZY (MEMBERSHIP FUNCTION)

1

Representasi linier

Contoh:

Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar



$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667\end{aligned}$$

$$\mu_{\text{dingin}}(25) = \text{????}$$

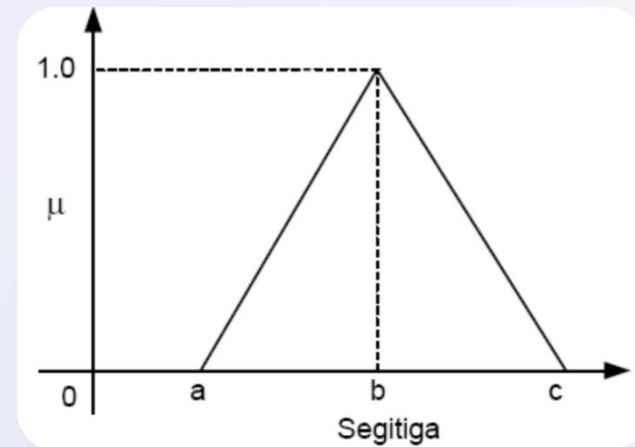
$$\mu_{\text{dingin}}(17) = \text{????}$$

2

Representasi segitiga (triangular)

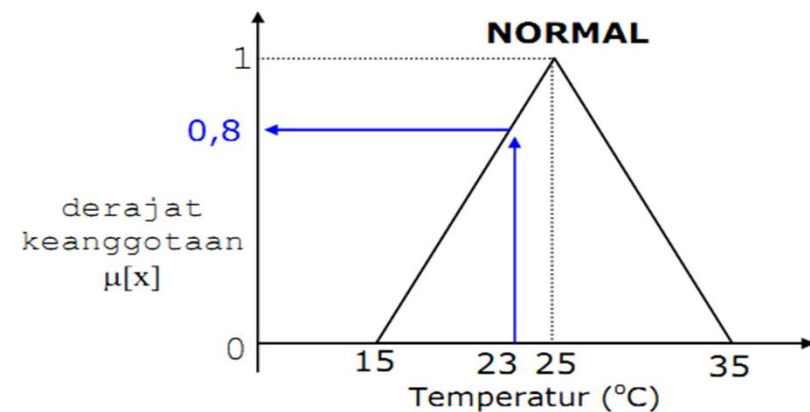
Ditentukan oleh 3 parameter $\{a, b, c\}$ sebagai berikut :

$$\text{triangle}(x : a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$



Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

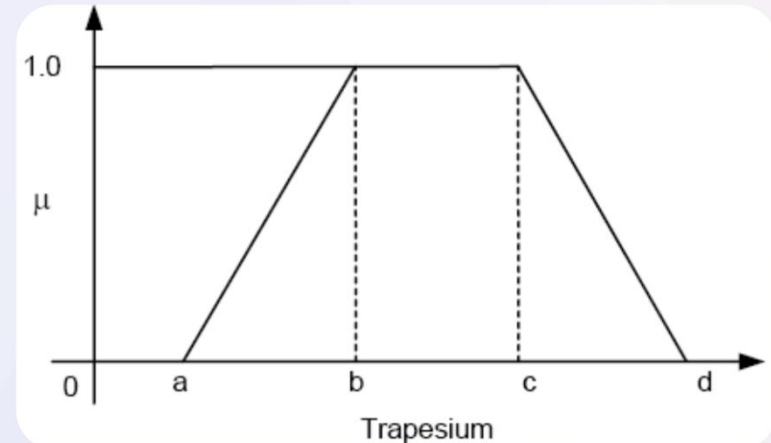
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8 \end{aligned}$$



3

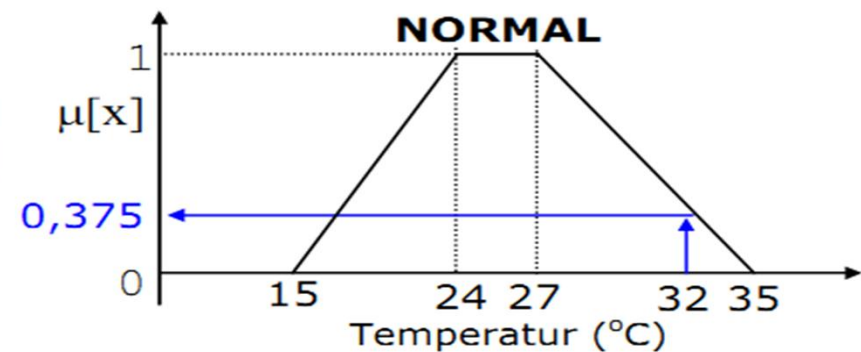
Representasi Trapesium
Ditentukan oleh 4 parameter
{a,b,c,d} sebagai berikut :

$$\text{trapezoid}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}$$



Fungsi keanggotaan untuk himpunan
NORMAL pada variabel temperatur
ruangan seperti terlihat pada Gambar

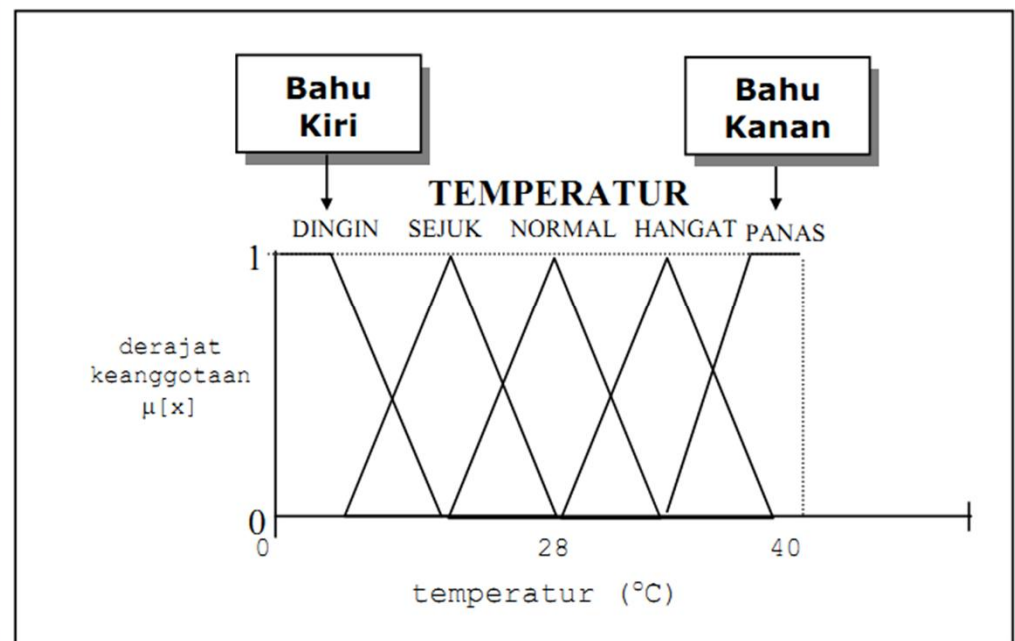
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 = 0,375 \end{aligned}$$



4

Representasi bentuk BAHU

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.



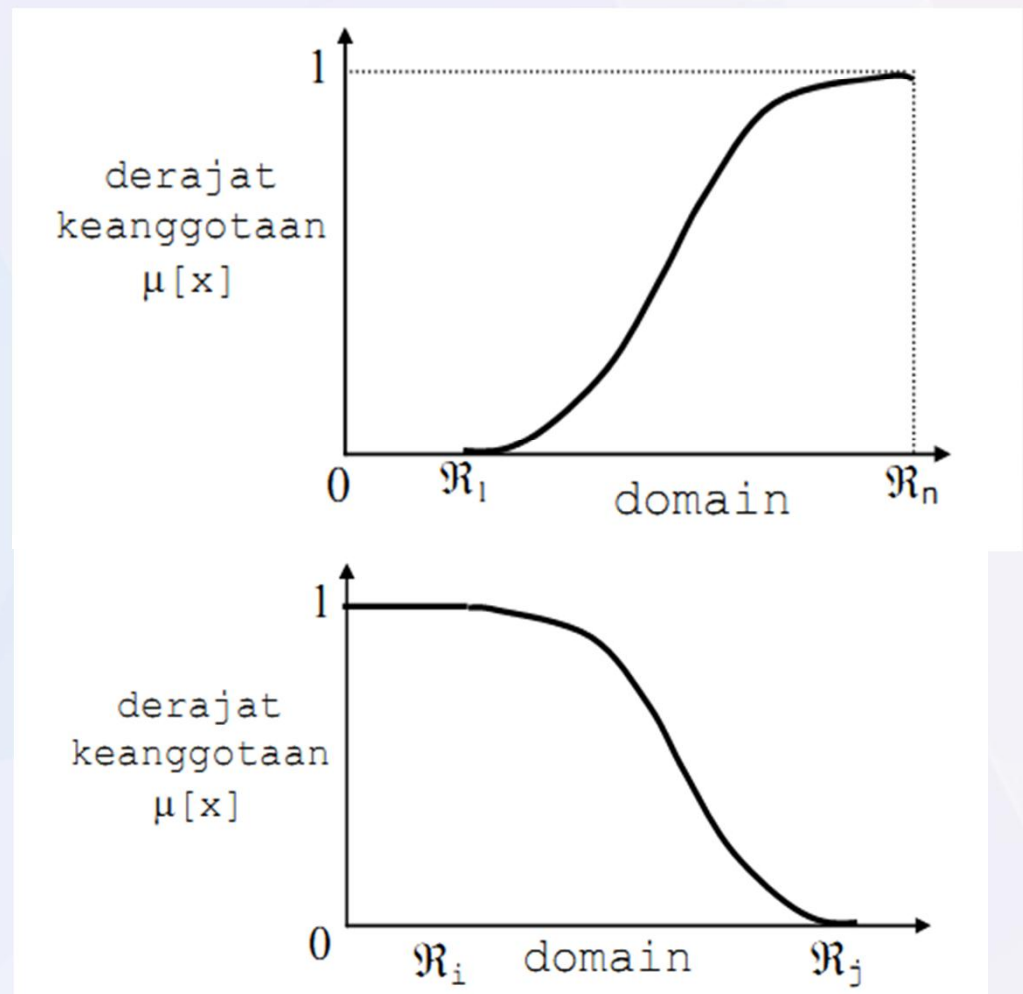
5

Representasi bentuk S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0)



5

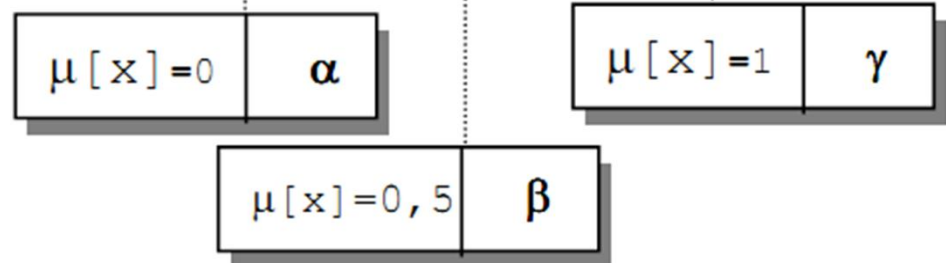
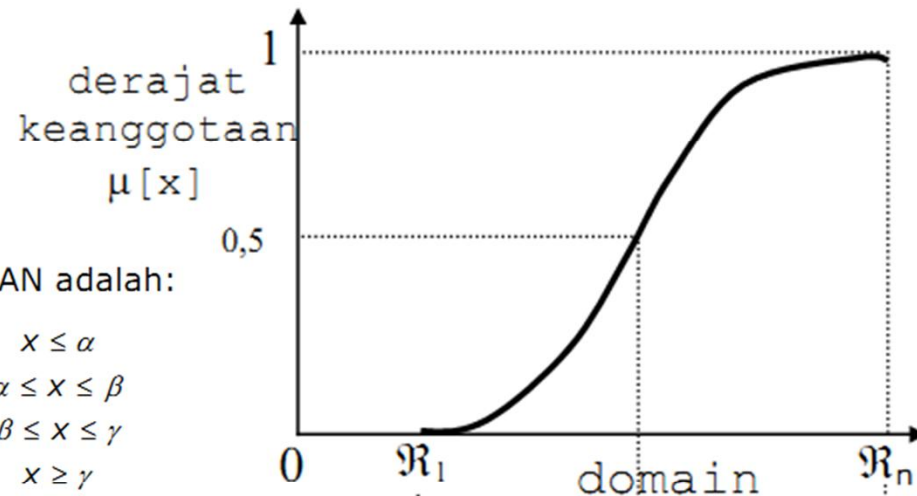
Representasi bentuk S

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$

Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((\gamma - x) / (\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$



Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar.



5

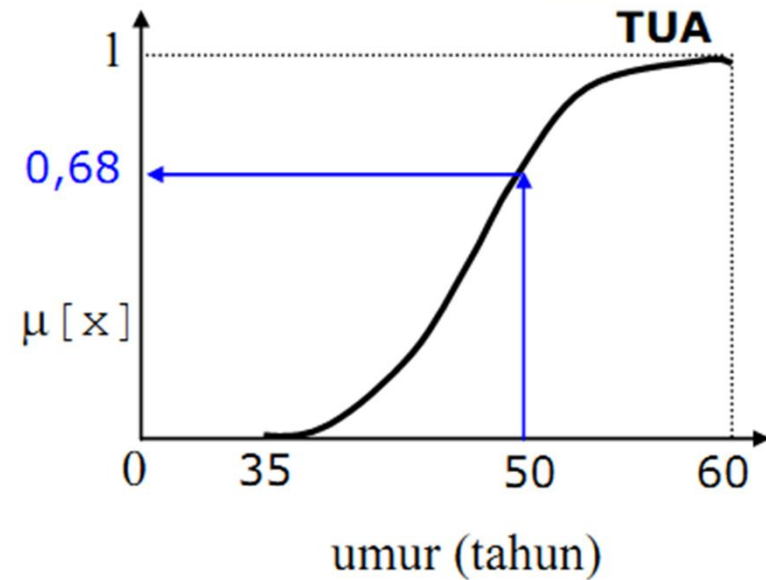
Representasi bentuk S

Contoh

Fungsi keanggotaan untuk himpunan TUA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$

$\mu_{tua}(42) = \text{????}$



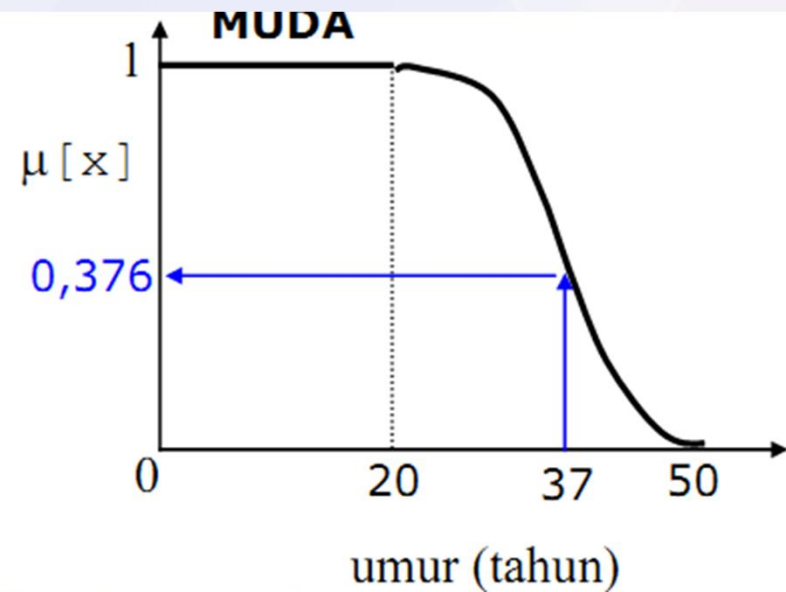
5

Representasi bentuk S

Contoh

Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Muda}}(37) &= 2\left(\frac{50-37}{50-20}\right)^2 \\ &= 2\left(\frac{13}{30}\right)^2 \\ &= 0,376\end{aligned}$$



Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu:

- himpunan fuzzy Π ,
- beta,
- Gauss.

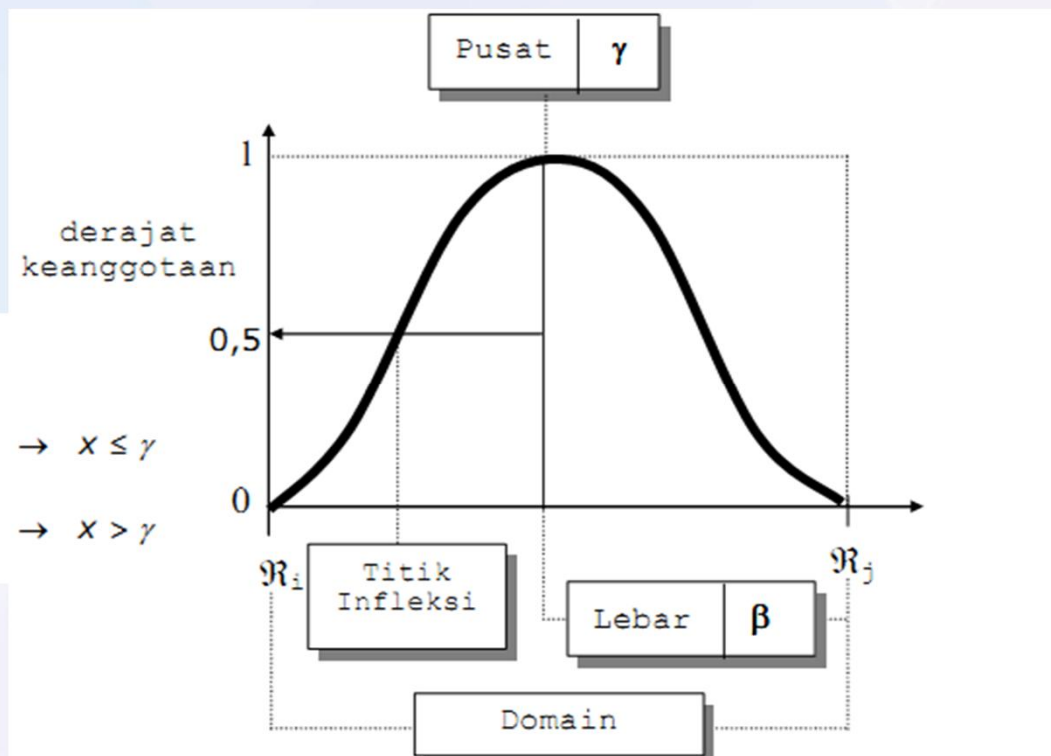
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva PI

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar

Fungsi Keanggotaan:

$$\Pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & \rightarrow x > \gamma \end{cases}$$



Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

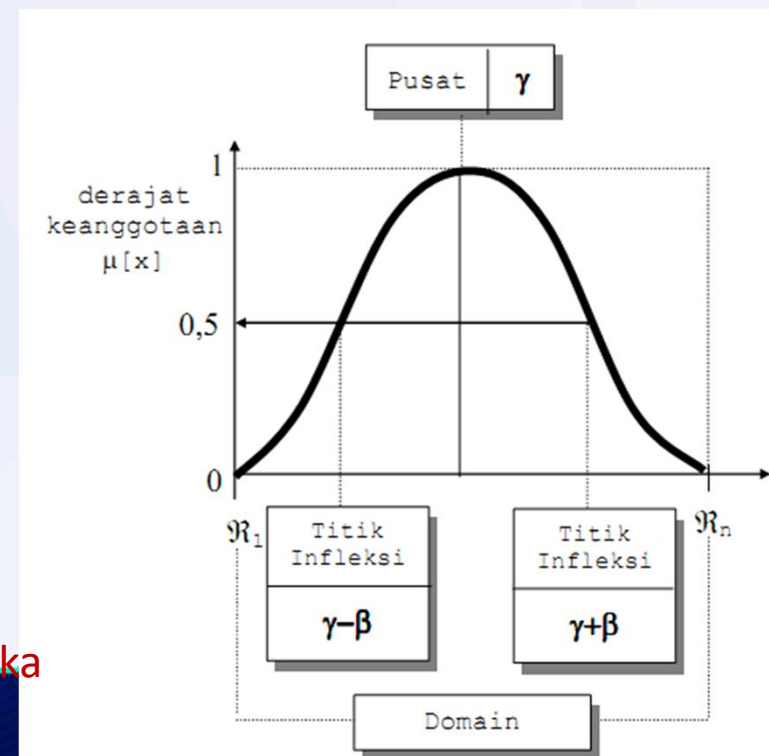
Kurva Beta

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^2}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.



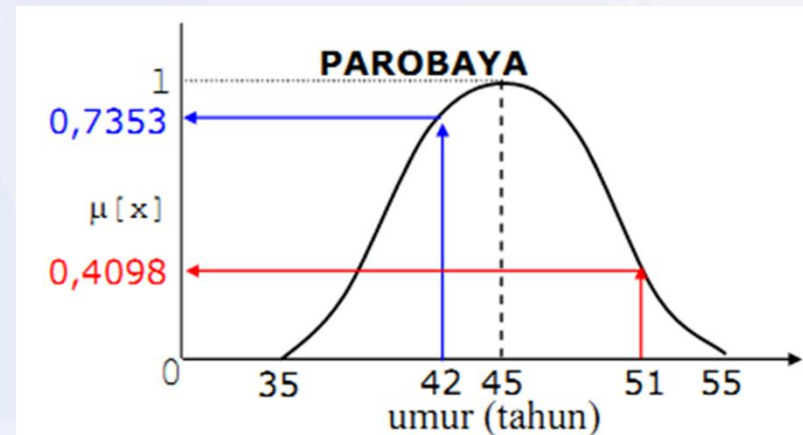
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva Beta

Fungsi keanggotaan untuk himpunan SETENGAH BAYA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[42] &= 1/(1+((42-45)/5)^2) \\ &= 0,7353\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[51] &= 1/(1+((51-45)/5)^2) \\ &= 0,4098\end{aligned}$$



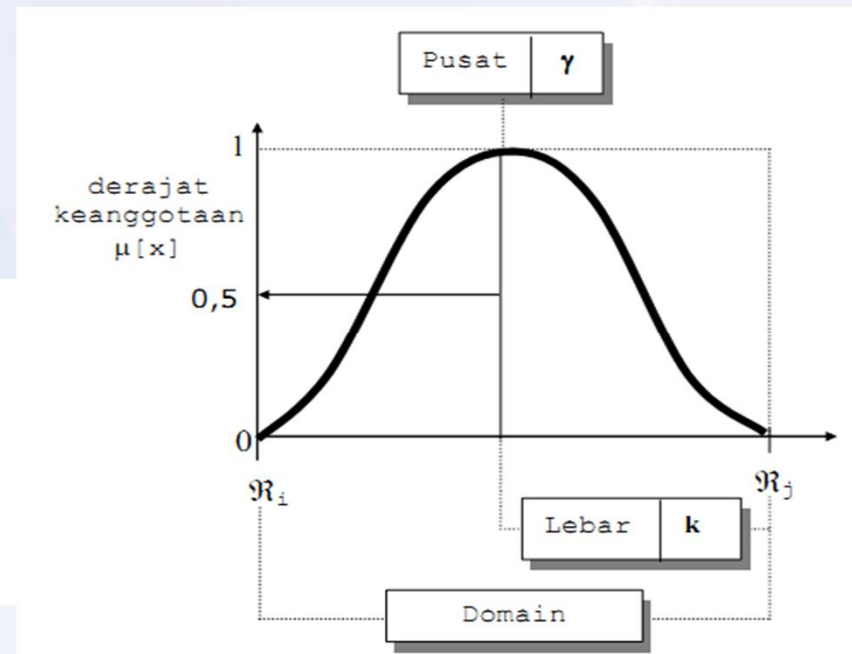
Representasi bentuk LONCENG (BELL CURVE)

Kurva Gauss

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva

Fungsi Keanggotaan:

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma-x)^2}$$



HIMPUNAN FUZZY

FUNGSI KEANGGOTAAN

OPERASI LOGIKA



Operasi Logika (Operasi Himpunan Fuzzy)

- Operasi logika adalah operasi yang **mengkombinasikan** dan memodifikasi **2 atau lebih** himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan baru hasil operasi dua himpunan disebut *firing strength* atau α predikat, ada 3 operasi dasar yang diciptakan oleh Zadeh :

1. **Operator AND**, berhubungan dengan *operasi intersection* pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengambil nilai minimum antar kedua himpunan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu_{MUDA}[27] = 0,6$ dan nilai keanggotaan 2 juta pada himpunan penghasilan TINGGI adalah $\mu_{GAJITINGGI}[2juta] = 0,8$

maka -predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah nilai keanggotaan minimum :

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2juta]) \\ &= \min(0,6 ; 0,8) \\ &= 0,6\end{aligned}$$

2. **Operator OR**, berhubungan dengan **operasi union** pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengambil nilai maximum antar kedua himpunan.

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu_{MUDA}[27] = 0,6$ dan nilai keanggotaan 2 juta pada himpunan penghasilan TINGGI adalah $\mu_{GAJITINGGI}[2juta] = 0,8$

maka α -predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah nilai keanggotaan maksimum :

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cup GAJITINGGI} &= \max(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2juta]) \\ &= \max(0,6 ; 0,8) \\ &= 0,8\end{aligned}$$

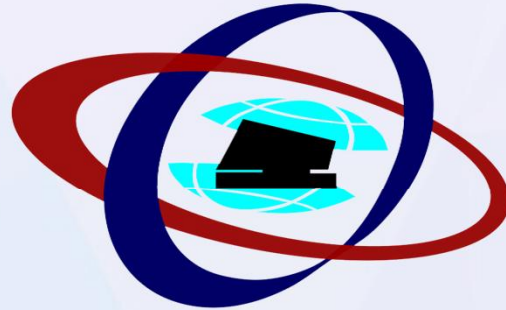


3. **Operasi NOT**, berhubungan dengan operasi *komplemen* pada himpunan, α predikat diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan dari 1.

Misal nilai keanggotaan umur 27 pada himpunan muda adalah $\mu_{\text{MUDA}}[27] = 0,6$ maka -predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDA}'}[27] &= 1 - \mu_{\text{MUDA}}[27] \\ &= 1 - 0,6 \\ &= 0,4\end{aligned}$$





STIKOM MEDAN

Terima Kasih



Sekolah Tinggi Ilmu Komputer Medan
www.stikommedan.ac.id