

# Fuzzy Inference Systems (FIS) MAMDANI



# METODE FIS-MAMDANI

- Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min.
- Menggunakan MIN pada fungsi implikasi, dan MAX pada komposisi antar fungsi implikasi.
- Diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975.



# Langkah-langkah FIS: MAMDANI

- Tentukan variabel-variabel & himpunan fuzzy;
- Tentukan fungsi keanggotaan;
- Lakukan implementasi fungsi implikasi;
- Lakukan komposisi/agregasi aturan;
- Lakukan proses penegasan (defuzzy)
- Model Inferensi



# FUNGSI IMPLIKASI

- Bentuk umum:

**IF**  $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_N \text{ is } A_N)$

**THEN**  $y \text{ is } B$

dengan  $\bullet$  adalah operator (misal: OR atau AND),  $x_1, x_2, \dots, x_N$  adalah variabel-variabel input,  $y$  adalah variabel output,  $A_1, A_2, \dots, A_N, B$ , adalah himpunan-himpunan fuzzy.



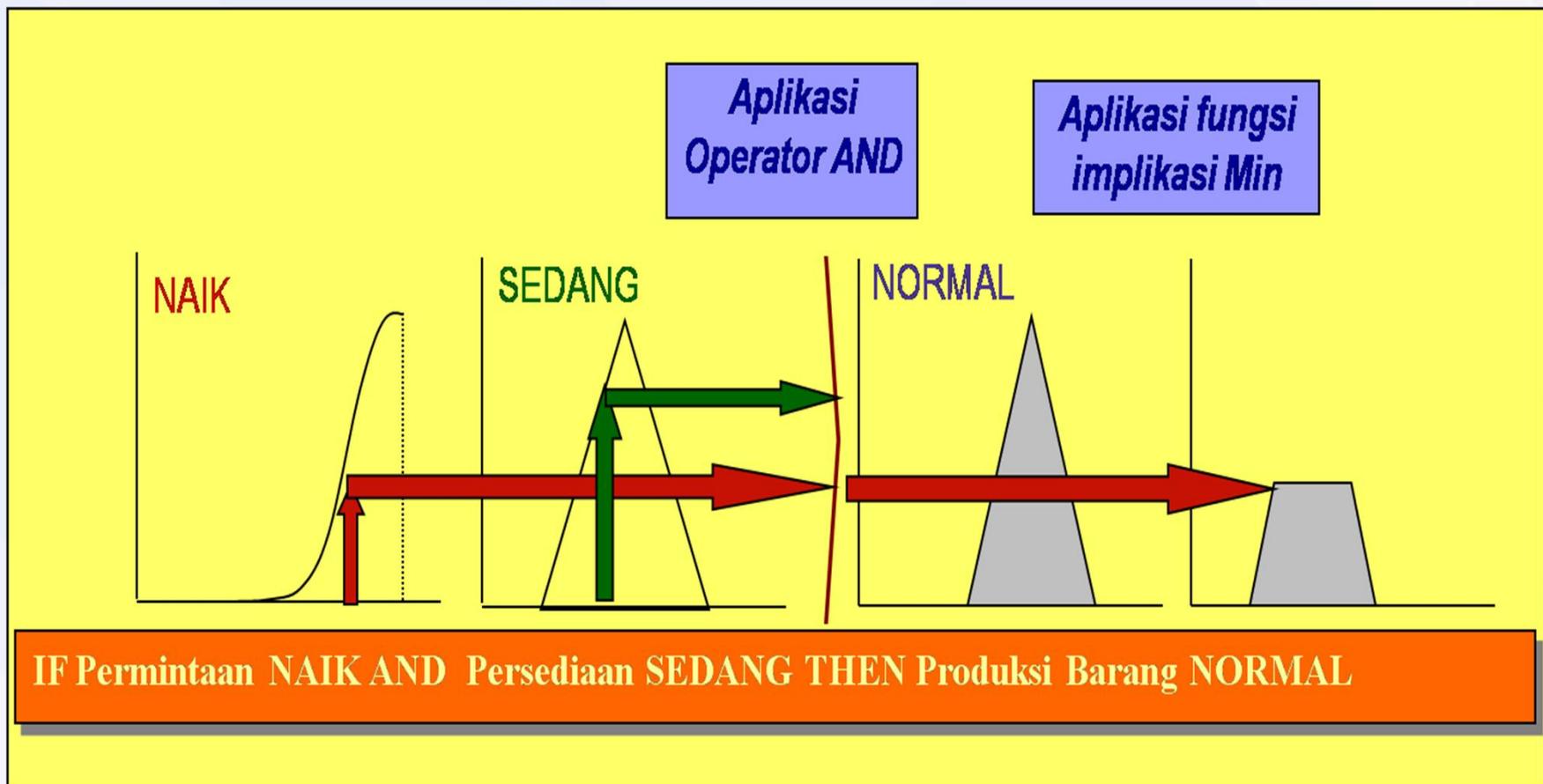
# Ada 2 fungsi implikasi:

- Min (minimum)
- Dot (product)



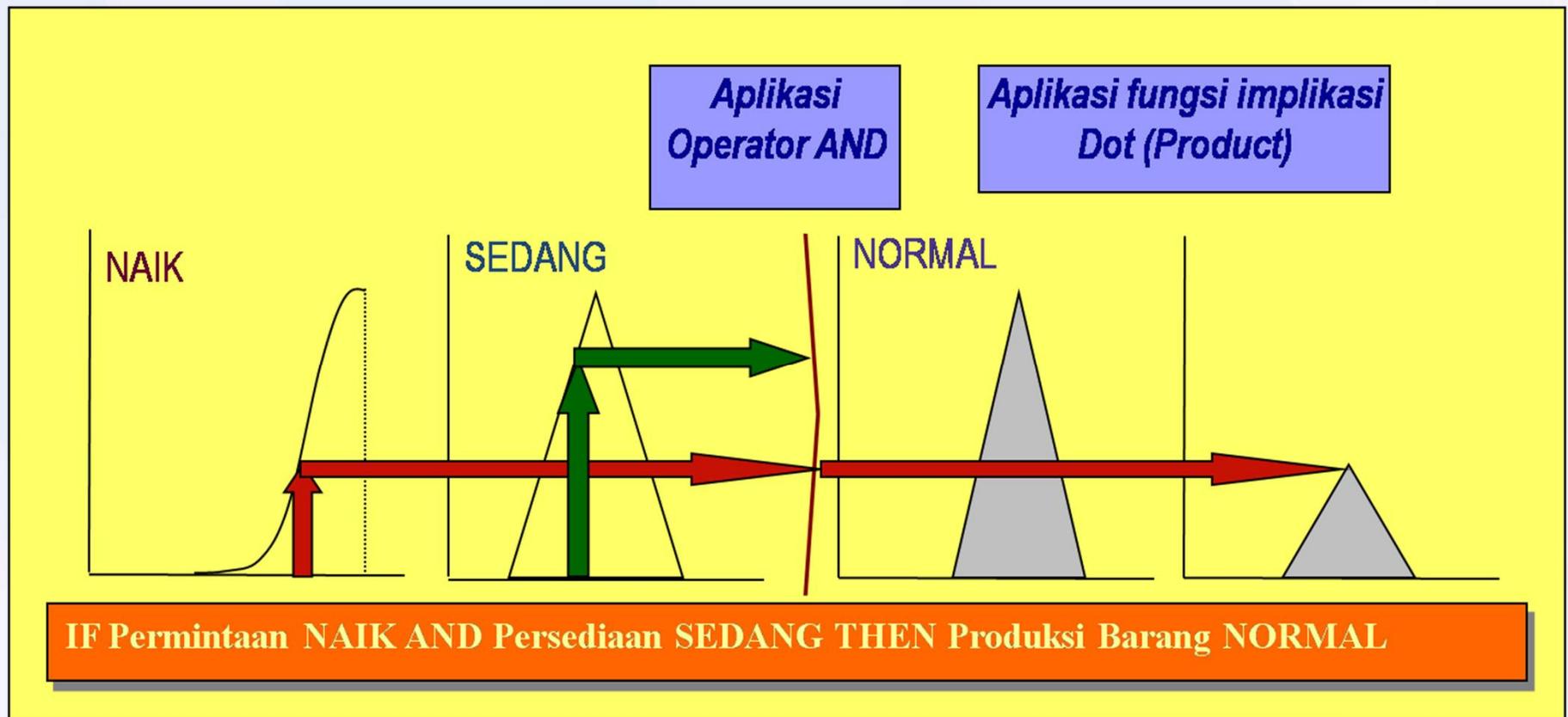
# 1. MIN (Minimum)

- Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy



## 2. DOT (Product)

- Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy



# Metode Komposisi

- Metode Max
- Metode Additive
- Metode Probabilistik OR (PROBOR)



# 1. Metode MAX (Maximum)

- Solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR (union).
- Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max (\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$  = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$  = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

- Apabila digunakan fungsi implikasi MIN, maka metode komposisi ini sering disebut dengan nama MAX-MIN atau MIN-MAX atau MAMDANI.



# Contoh :

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

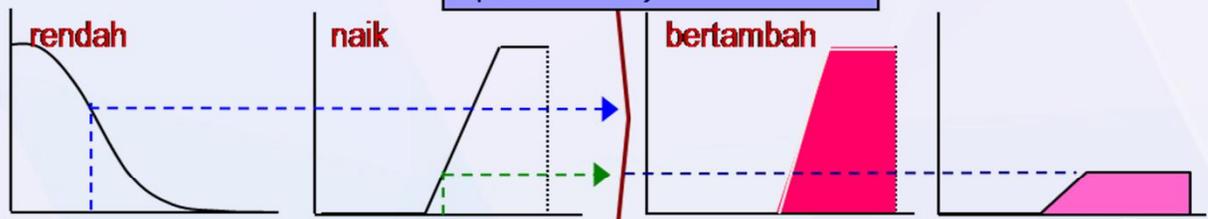
- [R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK  
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;
- [R2] IF Biaya Produksi STANDAR  
THEN Produksi Barang NORMAL;
- [R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN  
THEN Produksi Barang BERKURANG;



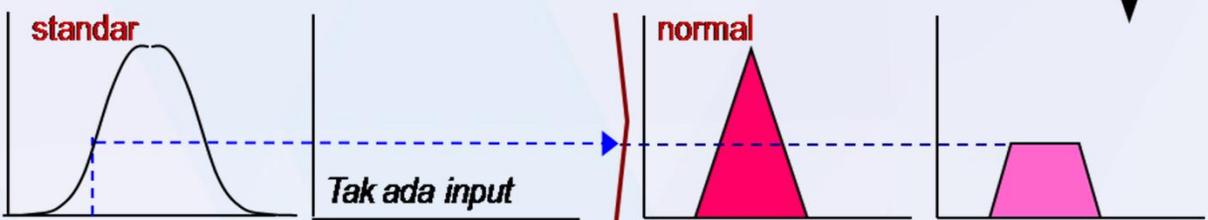
1. Input fuzzy

2. Aplikasi op. fuzzy (and = min)

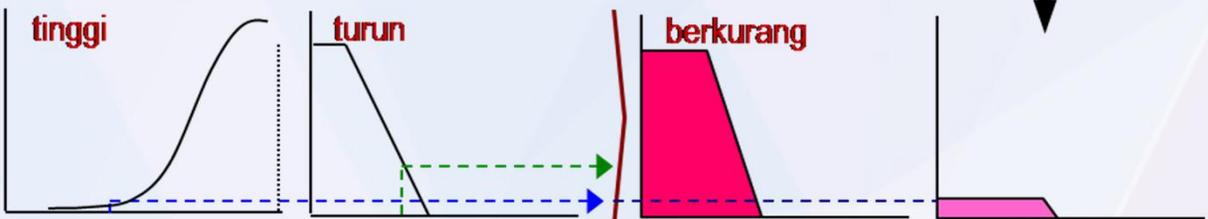
3. Aplikasi metode implikasi (min)



IF biaya produksi RENDAH AND permintaan NAIK THEN produksi barang BERTAMBAH



IF biaya produksi STANDAR THEN produksi barang NORMAL



IF biaya produksi TINGGI AND permintaan TURUN THEN produksi barang BERKURANG

4. Aplikasi metode komposisi (max)



## 2. Metode ADDITIVE

- Solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *bounded-sum* terhadap semua output daerah fuzzy.
- Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$  = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$  = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i



### 3. Metode PROBABILISTIK OR (PROBOR)

- Solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan *product* terhadap semua output daerah fuzzy.
- Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

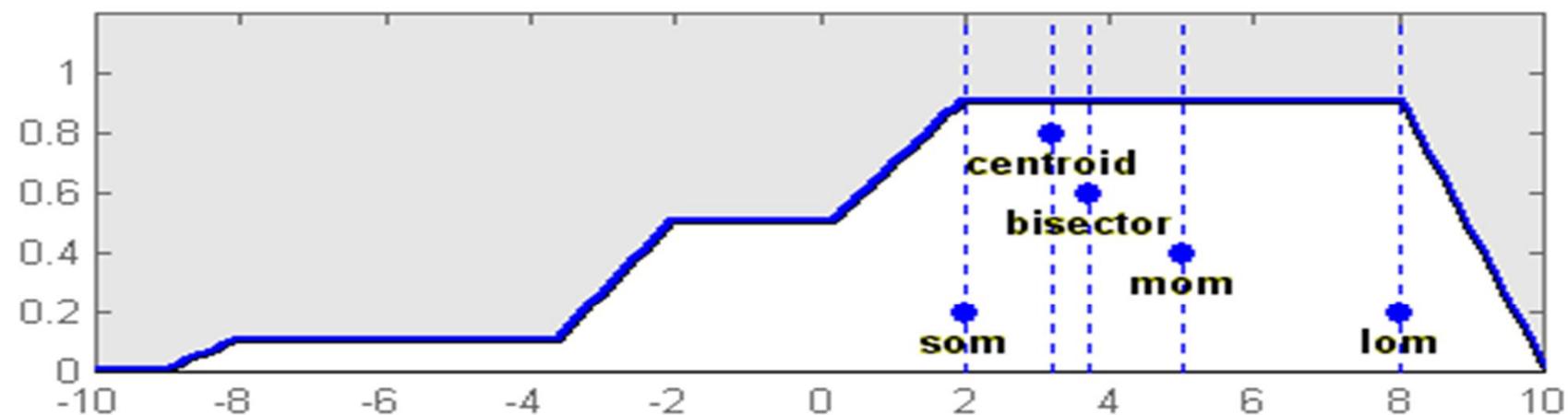
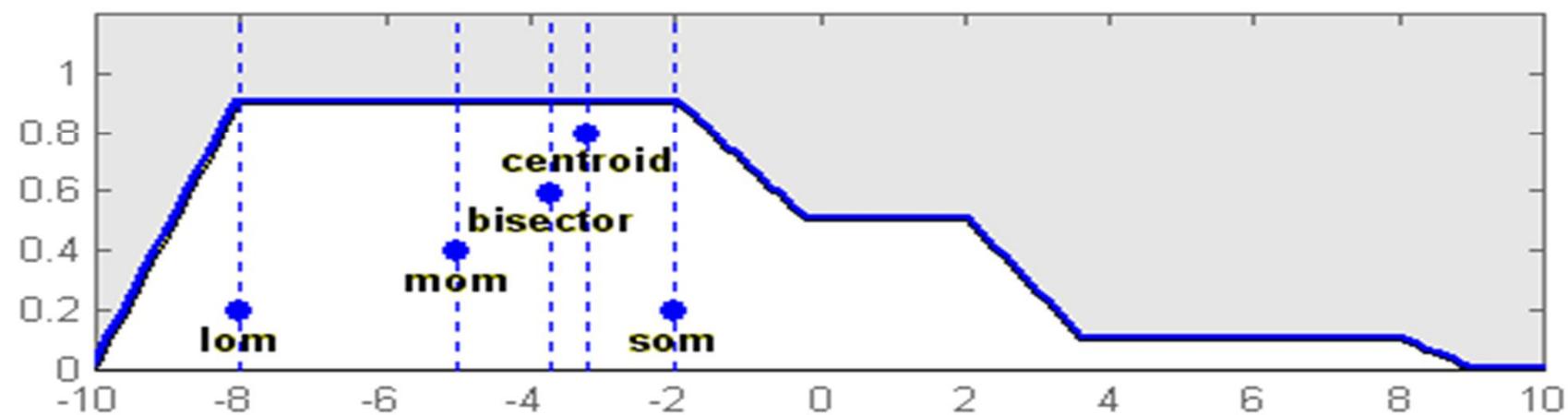
$\mu_{sf}[x_i]$  = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$  = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

# PENEGASAN (*DEFUZZY*)

- Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy.
- Sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut.
- Jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crisp tertentu sebagai output





# 1. Metode CENTROID

Solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil titik pusat daerah fuzzy C.

$$z = \frac{\sum_{i=0}^n z_i * \mu_C(z_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_C(z_i)}$$
$$z = \frac{\int_{\mathfrak{R}_1}^{\mathfrak{R}_n} z \mu_C(z) dz}{\int_{\mathfrak{R}_1}^{\mathfrak{R}_n} \mu_C(z) dz}$$



## 2. Metode BISEKTOR

Solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan setengah dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy C.

$$z_p \text{ sdh } \int_{\mathcal{R}_1}^p \mu_C(z) dz = \int_p^{\mathcal{R}_n} \mu_C(z) dz$$



### 3. Metode MEAN OF MAXIMUM (MOM)

Solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain pada himpunan C yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

$$z = \text{mean} \{z_i \mid \mu_C(z_i) = \text{maksimum } \mu_C\}$$



#### 4. Metode SMALLEST OF MAXIMUM (SOM)

Solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain pada himpunan C yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

$$z = \min \{ \text{abs}(z_i) \mid \mu_C(z_i) = \text{maksimum } \mu_C \}$$



## 5. Metode LARGEST OF MAXIMUM (LOM)

Solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain pada himpunan C yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

$$z = \max \{ \text{abs}(z_i) \mid \mu_C(z_i) = \text{maksimum } \mu_C \}$$





## CONTOH : Studi Kasus

- Suatu perusahaan *soft drink* akan memproduksi minuman jenis X.
- Pada 3 bulan terakhir biaya produksi untuk minuman jenis tersebut rata-rata sekitar Rp 500,- per kemasan, dan maksimum mencapai Rp 1000,- per kemasan.
- Banyaknya permintaan per hari rata-rata mencapai 30000 kemasan dan maksimum hingga mencapai 60000 kemasan.
- Sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimum 100000 kemasan per hari.



Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 3 aturan fuzzy sbb:

[R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK  
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

[R2] IF Biaya Produksi sesuai STANDAR  
THEN Produksi Barang NORMAL;

[R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN  
THEN Produksi Barang BERKURANG;

Berapa jumlah minuman jenis X yang harus diproduksi, jika biaya untuk memproduksi jenis minuman tersebut diperkirakan sejumlah **Rp 800** per kemasan, dan permintaannya diperkirakan mencapai **25000** kemasan per hari.



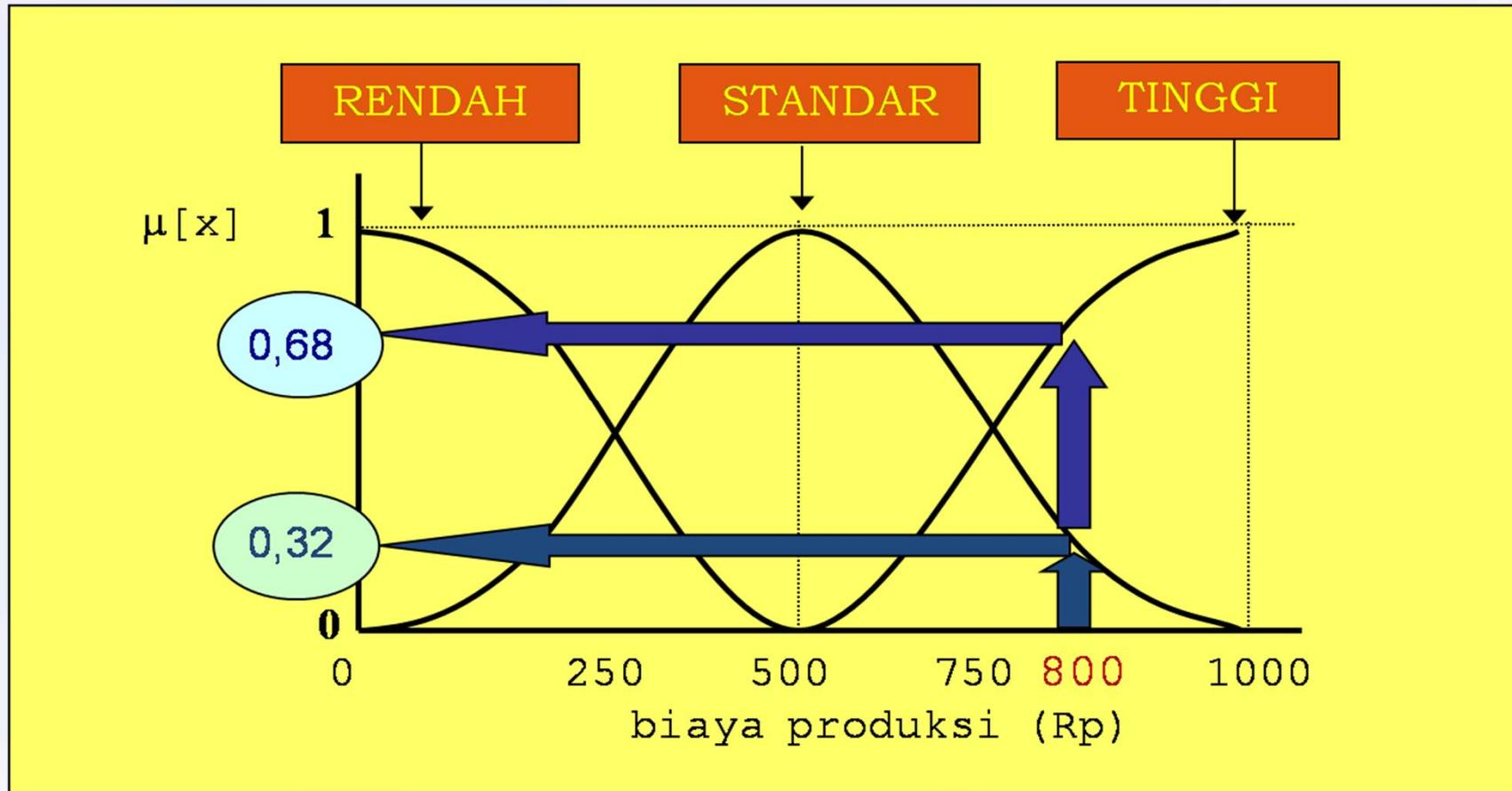
# 1. Membuat himpunan dan input fuzzy

Ada 3 variabel fuzzy yang akan dimodelkan, yaitu:

- Biaya produksi; terdiri-atas 3 himpunan fuzzy, yaitu: RENDAH, STANDAR, dan TINGGI.
- Permintaan barang; terdiri-atas 3 himpunan fuzzy, yaitu: TURUN, BIASA, dan NAIK.
- Produksi barang; terdiri-atas 3 himpunan fuzzy, yaitu: BERKURANG, NORMAL, dan BERTAMBAH.



# A. Variabel Biaya Produksi



□ Jika biaya produksi sebesar Rp 800,- maka nilai keanggotaan fuzzy pada tiap-tiap himpunan adalah:

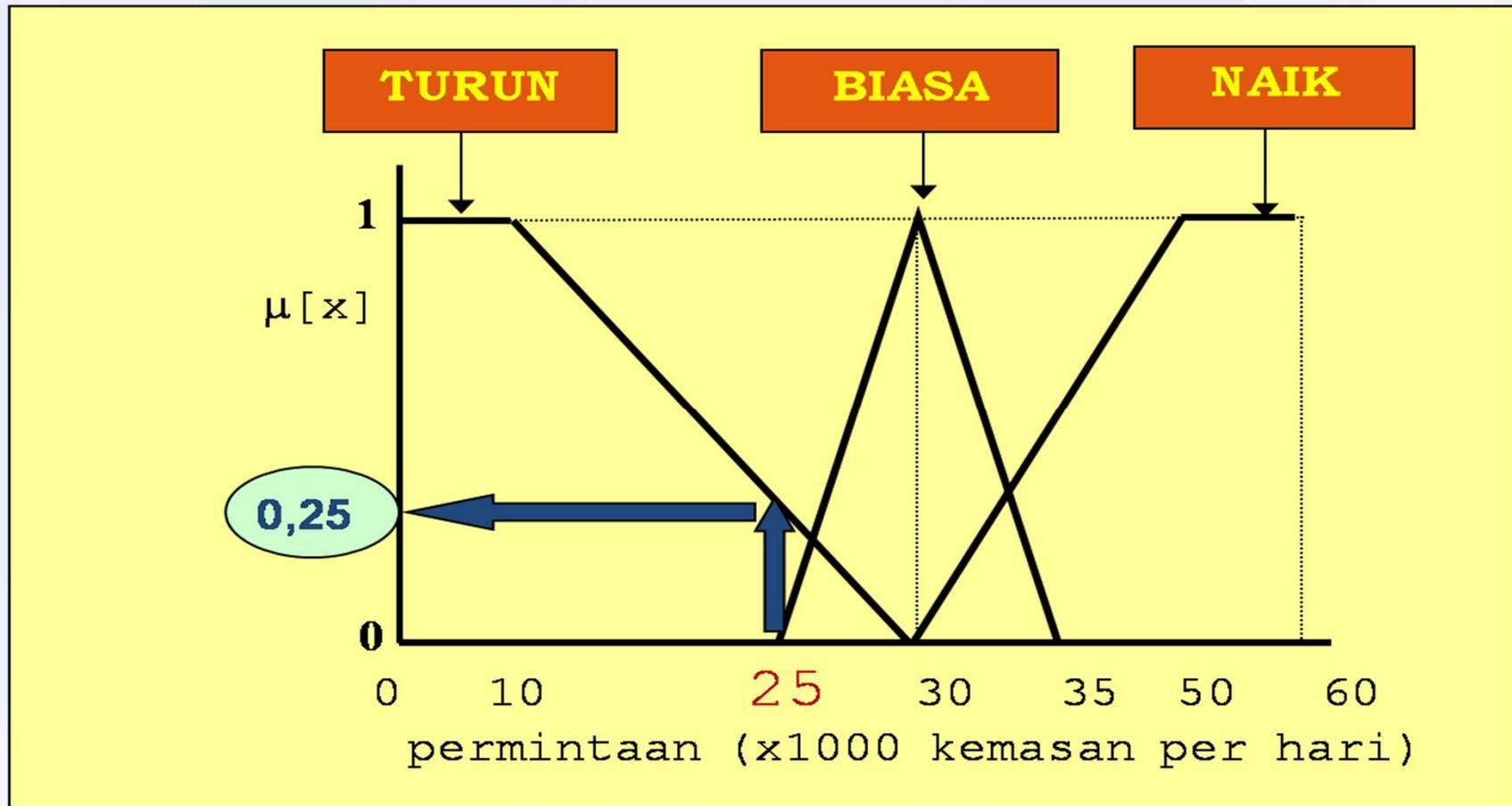
- Himpunan fuzzy RENDAH,  $\mu_{BP\text{Rendah}}[800]= 0,0$
- Himpunan fuzzy STANDAR,  $\mu_{BP\text{Standar}}[800]=0,32$   
diperoleh dari:

$$\begin{aligned}\pi(800;500,500) &= S(800;500,750,1000) \\ &= 2[(1000-800)/(1000-500)]^2 \\ &= 0,32\end{aligned}$$

- Himpunan fuzzy TINGGI,  $\mu_{BP\text{Tinggi}}[800]=0,68$   
diperoleh dari:

$$\begin{aligned}S(800;500,750,1000) &= 1 - S(800;500,750,1000) \\ &= 1 - 2[(1000-800)/(1000-500)]^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$

## B. Variabel Permintaan



□ Jika permintaan sebanyak 25000 kemasan per hari, maka nilai keanggotaan fuzzy pada tiap-tiap himpunan adalah:

– Himpunan fuzzy TURUN,  $\mu_{\text{PmtTurun}}[25]=0,25$

diperoleh dari:

$$= (30-25)/(30-10)$$

$$= 5/20$$

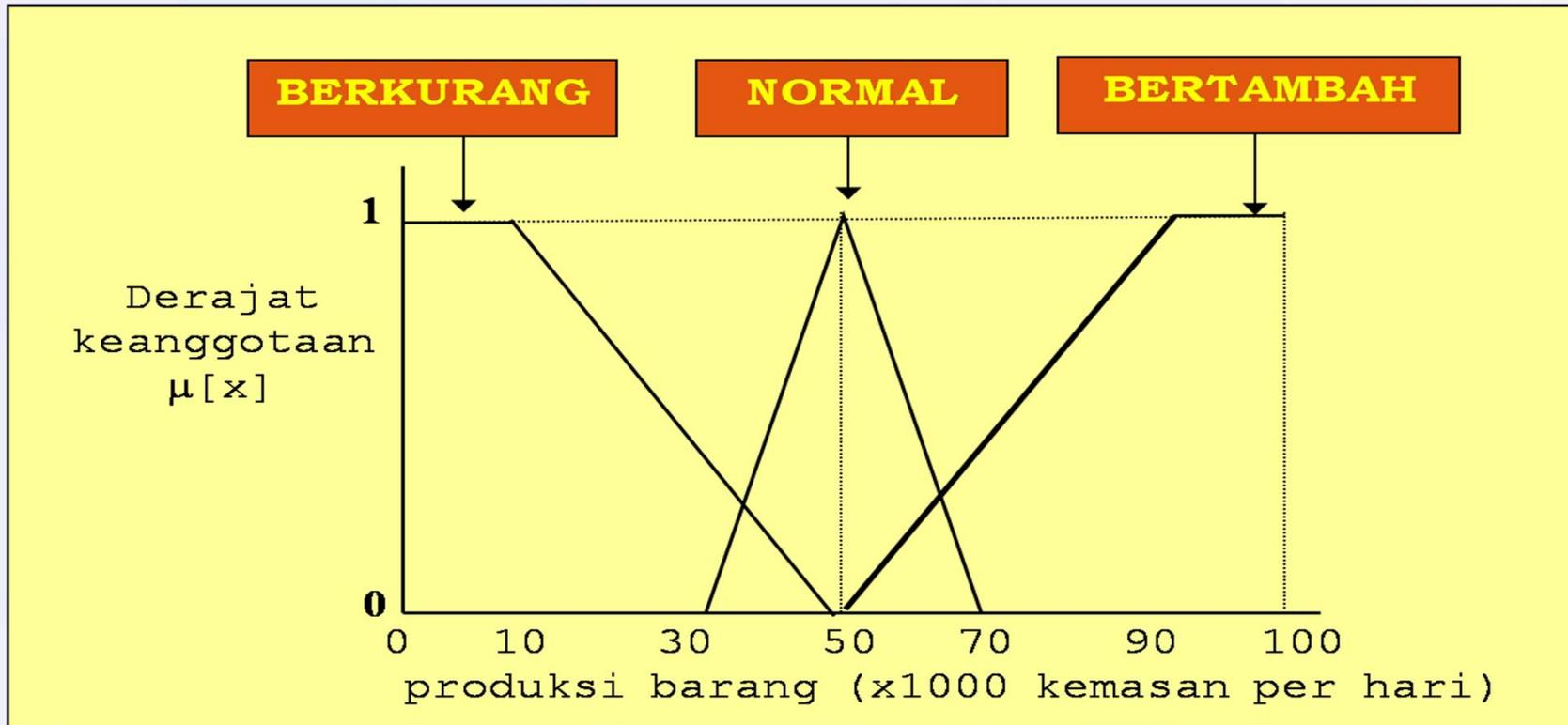
$$= 0,25$$

– Himpunan fuzzy BIASA,  $\mu_{\text{PmtBiasa}}[25]=0$

– Himpunan fuzzy NAIK,  $\mu_{\text{PmtNaik}}[25]=0$



# C. Variabel Produksi Barang



Nilai keanggotaan fuzzy pada tiap-tiap himpunan dirumuskan:

Himpunan fuzzy BERKURANG:

$$\mu_{PB\text{Berkurang}}[z] = \begin{cases} 1; & z < 10 \\ (50 - z) / 40; & 10 \leq z \leq 50 \\ 0; & z > 50 \end{cases}$$

Himpunan fuzzy NORMAL:

$$\mu_{PB\text{Normal}}[z] = \begin{cases} 0; & (z < 30) \text{ atau } (z > 70) \\ (z - 30) / 20; & 30 \leq z \leq 50 \\ (70 - z) / 20; & 50 \leq z \leq 70 \end{cases}$$

Himpunan fuzzy BERTAMBAH:

$$\mu_{PB\text{Bertambah}}[z] = \begin{cases} 0; & z < 50 \\ (z - 50) / 40; & 50 \leq z \leq 90 \\ 1; & z > 90 \end{cases}$$



## 2. Aplikasi operator fuzzy

### A. Aturan ke-1:

[R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK  
THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Operator yang digunakan adalah AND, sehingga:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \mu_{\text{PredikatR1}} \\ &= \min(\mu_{\text{BPRendah}}[800], \mu_{\text{PmtNaik}}[25]) \\ &= \min(0;0) \\ &= 0\end{aligned}$$



## B. Aturan ke-2:

[R2] IF Biaya Produksi STANDAR  
THEN Produksi Barang NORMAL;

Tidak menggunakan operator, sehingga:

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \mu_{\text{PredikatR2}} \\ &= \mu_{\text{BPStandar}}[800] \\ &= 0,32\end{aligned}$$



### C. Aturan ke-3:

[R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN  
THEN Produksi Barang BERKURANG;

Operator yang digunakan adalah AND, sehingga:

$$\begin{aligned}\alpha_3 &= \mu_{\text{PredikatR3}} \\ &= \min(\mu_{\text{BPTinggi}}[800], \mu_{\text{PmtTurun}}[25]) \\ &= \min(0,68; 0,25) \\ &= 0,25\end{aligned}$$



# 3. Aplikasi fungsi implikasi

## A. Aturan ke-1:

Tidak ada daerah hasil implikasi ( $\mu_{KFR1} = 0$ ).



## B. Aturan ke-2:

Pada saat  $\mu_{\text{PBNormal}}[z] = 0,32$  nilai  $z$  dapat ditentukan sbb:

$$\begin{aligned} 0,32 &= (z-30)/20 \\ \Leftrightarrow z-30 &= 0,32 * 20 \text{ atau } z-30 = 6,4 \\ \Leftrightarrow z &= 6,4 + 30 \text{ maka } z = 36,4 \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned} 0,32 &= (70-z)/20 \\ \Leftrightarrow 70 - z &= 6,4 \\ \Leftrightarrow z &= 70 - 6,4 \text{ maka } z = 63,4 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$\mu_{\text{KFR2}} = \begin{cases} 0; & (z < 30) \text{ atau } (z > 70) \\ (z - 30) / 20; & 30 \leq z \leq 36,4 \\ 0,32 & 36,4 \leq z \leq 63,6 \\ (70 - z) / 20; & 63,6 \leq z \leq 70 \end{cases}$$

### C. Aturan ke-3:

Pada saat  $\mu_{\text{PBBerkurang}}[z] = 0,25$  nilai  $z$  dapat ditentukan sbb:

$$\begin{aligned} 0,25 &= (50-z)/40 \\ \Leftrightarrow 50 - z &= 0,25 * 40 \text{ atau } 50-z = 10 \\ \Leftrightarrow z &= 50 - 10 \text{ maka } \mathbf{z = 40} \end{aligned}$$

Sehingga:

$$\mu_{\text{KFR3}} = \begin{cases} 0,25; & z < 40 \\ (50 - z) / 40; & 40 \leq z \leq 50 \\ 0; & z > 50 \end{cases}$$

### 3. Komposisi semua output

Untuk melakukan komposisi semua output fuzzy dilakukan dengan menggunakan metode MAX.

Titik potong antara aturan-2 dan aturan-3 terjadi saat  $\mu_{\text{PBNormal}}[z] = \mu_{\text{PBBerkurang}}[z] = (0,25)$ , yaitu:

$$\begin{aligned} 0,25 &= 0,05z - 1,5 \\ \Leftrightarrow 0,05z &= 1,75 \\ \Leftrightarrow z &= 35 \end{aligned}$$

Sehingga:

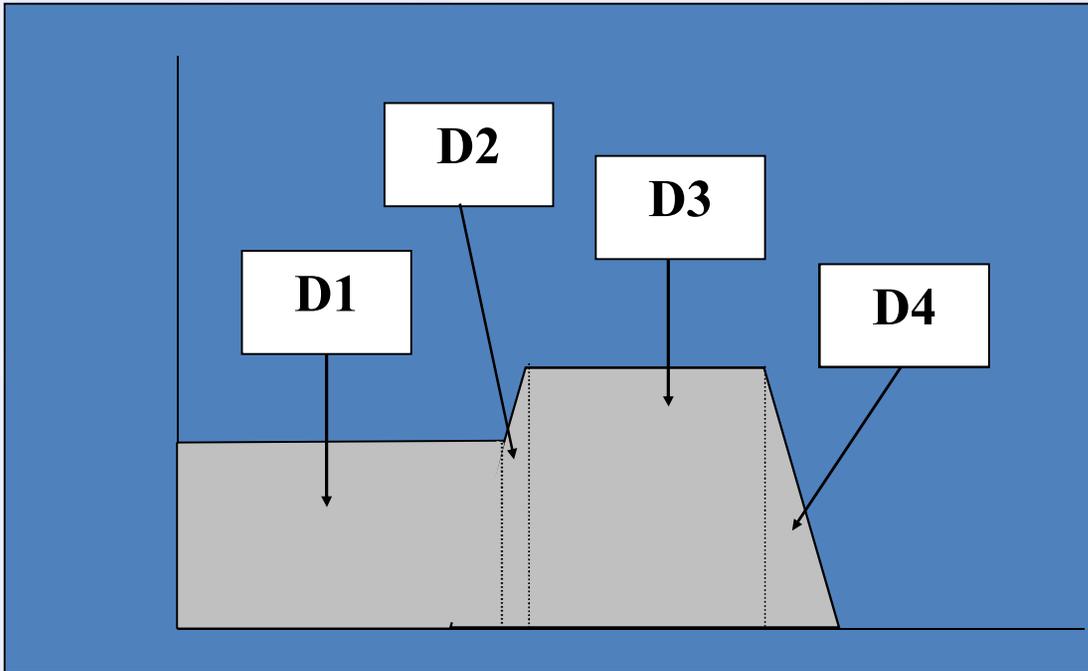
$$\mu_{SF} = \begin{cases} 0,25; & z \leq 35 \\ (z - 30) / 20; & 35 \leq z \leq 36,4 \\ 0,32; & 36,4 \leq z \leq 63,6 \\ (70 - z) / 20; & 63,6 \leq z \leq 70 \\ 0; & z > 70 \end{cases}$$



## 4. Penegasan (Defuzzy)

- Defuzzy dilakukan dengan menggunakan metode Centroid.
- Untuk menentukan nilai crisp  $z$ , dilakukan dengan membagi daerah menjadi 4 bagian (D1, D2, D3, dan D4) dengan luas masing-masing:  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , dan  $A_4$ . Momen terhadap nilai keanggotaan masing-masing adalah:  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  dan  $M_4$ .





# Menghitung Momen:

$$M1 = \int_0^{35} (0,25)z \, dz = 0,125z^2 \Big|_0^{35} = 153,125$$

$$M2 = \int_{35}^{36,4} (0,05z - 1,5)z \, dz = \int_{35}^{36,4} (0,05z^2 - 1,5z) \, dz = 0,0167z^3 - 0,75z^2 \Big|_{35}^{36,4} = 14,43418$$

$$M3 = \int_{36,4}^{63,6} (0,32)z \, dz = 0,16z^2 \Big|_{36,4}^{63,6} = 435,2$$

$$M4 = \int_{63,6}^{70} (-0,05z + 3,5)z \, dz = \int_{63,6}^{70} (-0,05z^2 + 3,5z) \, dz = -0,0167z^3 + 1,75z^2 \Big|_{63,6}^{70} = 64,45292$$



### Menghitung Luas:

$$A1 = 35 * 0,25 = 8,75$$

$$A2 = (0,25 + 0,32) * (36,4 - 35) / 2 = 0,399$$

$$A3 = (63,6 - 36,4) * 0,32 = 8,704$$

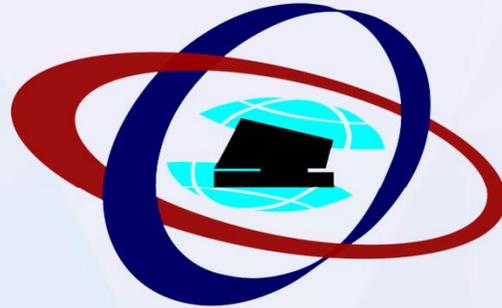
$$A4 = (70 - 63,6) * 0,32 / 2 = 1,024$$

### Menghitung titik pusat (terhadap z):

$$z = \frac{153,125 + 14,43418 + 435,2 + 64,45292}{8,75 + 0,399 + 8,704 + 1,024} = 35,345$$

Jadi jumlah minuman yang harus diproduksi tiap harinya sebanyak **35345** kemasan.





**STIKOM MEDAN**

**Terima Kasih**



Sekolah Tinggi Ilmu Komputer Medan  
[www.stikommedan.ac.id](http://www.stikommedan.ac.id)