RELASI PREFERENSI & FUZZY MULTI ATRIBUT DECESION MAKING (FMADM)

PENDAHULUAN RELASI PREFERENSI

- Untuk melakukan agregasi terhadap preferensi para expert ke dalam grup preferensi, dibutuhkan relasi preferensi.
- Pada relasi preferensi, setiap expert menghubungkan nilai preferensi antar setiap alternatif.
- Ada 2 macam relasi preferensi yang sering digunakan, yaitu: relasi preferensi multiplikatif (*multiplicative preference relations*) dan relasi preferensi fuzzy (*fuzzy preference relations*).

RELASI PREFERENSI MULTIPLIKATIF

- Relasi preferensi multiplikatif, A, pada himpunan alternatif X direpresentasikan sebagai matriks $A \subset X$ **X** X, $A = (a_{ij})$, a_{ij} merupakan rasio preferensi alternatif x_i terhadap x_j, berarti bahwa x_i a_{ij} kali lebih baik daripada x_j.
- (*Saaty*, 1986) Saaty merekomendasikan untuk menggunakan nilai 1-9 untuk a_{ij}. Jika $a_{ij} = 1$ berarti tidak ada perbedaan antara xi dan x_j; jika $a_{ij} = 9$ berarti x_i mutlak lebih baik daripada x_j.

RELASI PREFERENSI FUZZY

- Relasi preferensi fuzzy biasanya digunakan oleh pengambil keputusan dalam memberikan derajat preferensi alternatif x_i terhadap alternatif x_j.
- Relasi preferensi fuzzy, P, pada himpunan alternatif X adalah himpunan fuzzy dalam bentuk X **X** X, yang dicirikan dengan fungsi keanggotaan:

  $$\mu_P: X \mathbf{X} X \rightarrow [0, 1]$$

  dengan $P = (p_{ij})$, dan $p_{ij} = \mu_P(x_i,x_j)\ \forall i,j = \{1,2,...,n\}$ adalah derajat preferensi alternatif x_i terhadap alternatif x_j. Jika p_{ij} = ½ berarti bahwa tidak ada perbedaan antara x_i dengan x_j; jika $p_{ij} = 1$ berarti bahwa x_i mutlak lebih baik daripada x_j; dan jika p_{ij} > ½ berarti bahwa xi lebih baik daripada x_j.

STIKOM MEDAN

PENYERAGAMAN FORMAT PREFERENSI

- Format preferensi yang ada dapat ditransformasikan ke dalam bentuk relasi preferensi fuzzy.
- Kegunaan dari transformasi ini adalah untuk melakukan penyeragaman format preferensi, apabila proses pengambilan keputusan dilakukan dalam bentuk group (*Group Decision Making*) yang mana setiap pengambil keputusan memberikan preferensinya dengan format preferensi yang berbeda-beda

Fuzzy MADM dengan Indeks Kekuatan & Kelemahan

- Misalkan terdapat himpunan $X = \{X_1, \ldots , X_m\}$ yang merupakan himpunan alternatif; $C = \{C_1, \ldots , C_n\}$, adaah himpunan kriteria.
- Kinerja setiap alternatif pada setiap kriteria direpresentasikan dalam bentuk bilangan fuzzy, dan terangkum dalam matriks D, sebagai berikut:

$$D = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & \cdots & & A_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix}$$

- Bobot setiap kriteria yang menunjukkan pengaruh setiap kriteria adalam sistem, juga direpresentasikan dengan bilangan fuzzy, $W = \{W_1, \ldots, W_n\}$.

Algoritma

- Tetapkan matriks keputusan $D = (A_{ij})$, dan vektor bobot, $W = (W_j)$; $i = 1, \ldots, m$; dan $j = 1, \ldots, n$.
- Hitung matriks kekuatan, $S = (S_{ij})$, sebagai berikut:

$$S_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \neq i} P\left(A_{ij}, A_{kj}\right) & \text{jika } j \in J \\ \sum_{k \neq i} P\left(A_{kj}, A_{ij}\right) & \text{jika } j \in J' \end{cases}$$

STIKOM MEDAN

dengan

$$P(A_{ij}, A_{kj}) = \begin{cases} \mu_F(A_{ij}, A_{kj}) & \text{jika } \mu_F(A_{ij}, A_{kj}) \geq 0 \\ 0 & \text{jika } \mu_F(A_{ij}, A_{kj}) < 0 \end{cases}$$

Andaikan J adalah atribut keuntungan (*benefit*), dan J' adalah atribut biaya (*cost*), maka:

J = {1 ≤ j ≤ n, dan j berada pada atribut keuntungan}

J' = {1 ≤ j ≤ n, dan j berada pada atribut biaya}

dan

$J \cup J' = \{1, ..., n\}$

Perlu diingat kembali bahwa nilai:

$$\mu_F(A, B) = \frac{a_1 + 2a_2 + a_3 - b_1 - 2b_2 - b_3}{2}$$

- Hitung matriks kelemahan, $I = (I_{ij})$, sebagai berikut:

$$I_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \neq i} P\left(A_{kj}, A_{ij}\right) & \text{jika } j \in J \\ \sum_{k \neq i} P\left(A_{ij}, A_{kj}\right) & \text{jika } j \in J' \end{cases}$$

STIKOM MEDAN

- Hitung indeks kekuatan terbobot fuzzy:

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^{n} S_{ij} W_j$$

- Hitung indeks kelemahan terbobot fuzzy:

$$\tilde{I}_i = \sum_{j=1}^{n} I_{ij} W_j$$

- Hitung indeks kekuatan, S_i, dari indeks kekuatan dan kelemahan terbobot fuzzy:

$$S_i = \sum_{k \neq i} P\left(\tilde{S}_i, \tilde{S}_k\right) + \sum_{k \neq i} P\left(\tilde{I}_k, \tilde{I}_i\right)$$

- Hitung indeks kelemahan, I_i, dari indeks kekuatan dan kelemahan terbobot fuzzy:

$$I_i = \sum_{k \neq i} P\left(\tilde{S}_k, \tilde{S}_i\right) + \sum_{k \neq i} P\left(\tilde{I}_i, \tilde{I}_k\right)$$

- Agregasikan indeks kekuatan dan kelemahan untuk mendapatkan indeks kinerja sebagai berikut:

$$t_i = \frac{S_i}{S_i + I_i}$$

- Lakukan perankingan berdasarkan indeks kinerja total, t_i, $1 \le i \le m$.

STIKOM MEDAN

Contoh:

- Suatu basis pengetahuan untuk melakukan diagnosis penyakit, berisi sekumpulan aturan yang mendukung dalam pengambilan keputusan. Aturan tersebut diberikan oleh seorang pakar (dokter spesialis).
- Setiap aturan menunjukkan hubungan antara fitur-fitur (gejala, tanda atau ukuran) dengan kategori penyakit tertentu.
- Bentuk aturan ke-r (R_r) dituliskan sebagai:

R_r: IF C_{r1} **AND** C_{r2} **AND** ... **AND** C_{rn} THEN A_r (d_r)

dengan C_{ri} adalah kriteria atau fitur-fitur ke-i yang menjadi sebab munculnya kategori penyakit A_r; sedangkan d_r merupakan *certainty factor* (CF) yang menunjukkan faktor kepastian terjadinya penyakit apabila diberikan fitur-fitur terkait pada aturan ke-r.

- Misalkan diberikan himpunan alternatif kategori penyakit, A = {Migren, Sakit kepala cluster, Hipertensi, Glaukoma}.
- Setiap kategori penyakit tentunya memiliki fitur-fitur tertentu yang berkaitan dengan tingkat resiko munculnya kategori penyakit tersebut, misalkan, C = {frekuensi sakit, lama rasa sakit, kualitas rasa sakit, nyeri di satu sisi kepala, nyeri di sekitar mata, mual & muntah}.
- Kinerja setiap alternatif pada setiap kriteria direpresentasikan dalam bentuk bilangan fuzzy.

Tabel keputusan

Kategori penyakit	Fitur-fitur (gejala, tanda atau ukuran)					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	Sewaktu-waktu	Lama	Berat	Hampir pasti	Kadang	Sering
A_2	Sering	Singkat	Sangat berat	Hampir pasti	Kadang	Hampir tidak
A_3	Jarang	Cukup	Sedang	Kadang	Hampir tidak	Hampir tidak
A_4	Sewaktu-waktu	Cukup	Berat	Kadang	Hampir pasti	Kadang

Dengan vektor bobot:

W = (Penting; Sangat Penting; Sangat Penting; Cukup; Cukup; Kurang Penting)

- Bilangan fuzzy pada contoh diberikan memiliki parameter sebagai berikut:
  - **Fitur C1**: sewaktu-waktu = (0; 0,25; 0,5); jarang = (0,25; 0,5; 0,75); dan sering = (0,5; 0,75; 1).
  - **Fitur C2**: singkat = (0; 0,25; 0,5); cukup = (0,25; 0,5; 0,75); dan lama = (0,5; 0,75; 1).
  - **Fitur C3**: sedang = (0,25; 0,5; 0,75); berat = (0,5; 0,75; 0,9); dan sangat berat = (0,75; 0,9; 0,9).
  - **Fitur C4**: kadang = (0,25; 0,5; 0,75); dan hampir pasti = (0,75; 0,9; 0,9).
  - **Fitur C5**: hampir tidak = (0,1; 0,1; 0,25); kadang = (0,25; 0,5; 0,75); dan hampir pasti = (0,75; 0,9; 0,9).
  - **Fitur C6**: hampir tidak = (0,1; 0,1; 0,25); kadang = (0,25; 0,5; 0,75); dan sering = (0,5; 0,75; 0,9).
  - W: kurang penting = (0,25; 0,25; 0,5); cukup = (0,25; 0,5; 0,75); penting = (0,5; 0,75; 1); sangat penting = (0,75; 1; 1).

Tabel Nilai parameter pada tabel keputusan.

Kategori penyakit	Fitur-fitur (gejala, tanda atau ukuran)					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	(0; 0,25; 0,5)	(0,5; 0,75; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,75; 0,9; 0,9)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,5; 0,75; 0,9)
A_2	(0,5; 0,75; 1)	(0; 0,25; 0,5)	(0,75; 0,9; 0,9)	(0,75; 0,9; 0,9)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,1; 0,1; 0,25)
A_3	(0; 0,25; 0,5)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,1; 0,1; 0,25)	(0,1; 0,1; 0,25)
A_4	(0; 0,25; 0,5)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,5; 0,75; 1)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,75; 0,9; 0,9)	(0,25; 0,5; 0,75)
W	(0,5; 0,75; 1)	(0,75; 1; 1)	(0,75; 1; 1)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,25; 0,25; 0,5)

- Menghitung matriks kekuatan
  - Hitung S_{11}:

$$\mu_F(A_{11}, A_{21}) = \frac{0 + 2(0,25) + 0,5 - 0,5 - 2(0,75) - 1}{2} = -1 \quad \rightarrow \quad P(A_{11}, A_{21}) = 0$$

$$\mu_F(A_{11}, A_{31}) = \frac{0 + 2(0,25) + 0,5 - 0 - 2(0,25) - 0,5}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad P(A_{11}, A_{31}) = 0$$

$$\mu_F(A_{11}, A_{41}) = \frac{0 + 2(0,25) + 0,5 - 0 - 2(0,25) - 0,5}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad P(A_{11}, A_{41}) = 0$$

$$S_{11} = 0$$

– Hitung S_{21}:

$$\mu_F(A_{21}, A_{11}) = \frac{0{,}5 + 2(0{,}75) + 1 - 0 - 2(0{,}25) - 0{,}5}{2} = 1 \quad \rightarrow \quad P(A_{21}, A_{11}) = 1$$

$P(A_{21}, A_{31})$ dan $P(A_{21}, A_{41})$ juga bernilai 1.

$$S_{21} = 1 + 1 + 1 = 3$$

dan seterusnya, sehingga diperoleh:

$$S = \begin{bmatrix} 0{,}000 & 2{,}000 & 0{,}500 & 1{,}450 & 0{,}725 & 2{,}800 \\ 3{,}000 & 0{,}000 & 1{,}175 & 1{,}450 & 0{,}725 & 0{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}500 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}500 & 0{,}500 & 0{,}000 & 2{,}900 & 1{,}450 \end{bmatrix}$$

- Menghitung matriks kelemahan
  - Hitung I_{11}:

$$\mu_F(A_{21}, A_{11}) = \frac{0,5 + 2(0,75) + 1 - 0 - 2(0,25) - 0,5}{2} = 1 \quad \rightarrow \quad P(A_{21}, A_{11}) = 1$$

$$\mu_F(A_{31}, A_{11}) = \frac{0 + 2(0,25) + 0,5 - 0 - 2(0,25) - 0,5}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad P(A_{31}, A_{11}) = 0$$

$$\mu_F(A_{41}, A_{11}) = \frac{0 + 2(0,25) + 0,5 - 0 - 2(0,25) - 0,5}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad P(A_{41}, A_{11}) = 0$$

$$I_{11} = 1 + 0 + 0 = 1$$

– Hitung I_{31}:

$$\mu_F(A_{23}, A_{13}) = \frac{0,75 + 2(0,9) + 0,9 - 0,5 - 2(0,75) - 1}{2} = 0,225 \quad \rightarrow \quad P(A_{23}, A_{13}) = 0,225$$

$$\mu_F(A_{33}, A_{13}) = \frac{0,25 + 2(0,5) + 0,75 - 0,5 - 2(0,75) - 1}{2} = -0,5 \quad \rightarrow \quad P(A_{33}, A_{13}) = 0$$

$$\mu_F(A_{41}, A_{13}) = \frac{0,5 + 2(0,75) + 1 - 0,5 - 2(0,75) - 1}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad P(A_{41}, A_{13}) = 0$$

$$I_{13} = 0,225 + 0 + 0 = 0,225$$

dan seterusnya, sehingga diperoleh:

$$I = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,000 & 0,225 & 0,000 & 0,725 & 0,000 \\ 0,000 & 2,000 & 0,000 & 0,000 & 0,725 & 1,900 \\ 1,000 & 0,500 & 1,725 & 1,450 & 2,900 & 1,900 \\ 1,000 & 0,500 & 0,225 & 1,450 & 0,000 & 0,450 \end{bmatrix}$$

- Menghitung indeks kekuatan terbobot:

$$\tilde{S}_{1a} = (0)(0,5) + (2)(0,75) + (0,5)(0,75) + (1,45)(0,25) + (0,725)(0,25) + (2,8)(0,25) = 3,1187$$

$$\tilde{S}_{1b} = (0)(0,75) + (2)(1) + (0,5)(1) + (1,45)(0,75) + (0,725)(0,75) + (2,8)(0,5) = 4,2875$$

$$\tilde{S}_{1c} = (0)(1) + (2)(1) + (0,5)(1) + (1,45)(0,75) + (0,725)(0,75) + (2,8)(0,5) = 5,5313$$

$$\tilde{S}_{2a} = (3)(0,5) + (0)(0,75) + (1,175)(0,75) + (1,45)(0,25) + (0,725)(0,25) + (0)(0,25) = 2,925$$

$$\tilde{S}_{2b} = (3)(0,75) + (0)(1) + (1,175)(1) + (1,45)(0,75) + (0,725)(0,75) + (0)(0,5) = 4,5125$$

$$\tilde{S}_{2c} = (3)(1) + (0)(1) + (1,175)(1) + (1,45)(0,75) + (0,725)(0,75) + (0)(0,5) = 5,8062$$

$$\widetilde{S}_{3a} = (0)(0,5) + (0,5)(0,75) + (0)(0,75) + (0)(0,25) + (0)(0,25) + (0)(0,25) = 0,375$$

$$\widetilde{S}_{3b} = (0)(0,75) + (0,5)(1) + (0)(1) + (0)(0,75) + (0)(0,75) + (0)(0,5) = 0,5$$

$$\widetilde{S}_{3c} = (0)(1) + (0,5)(1) + (0)(1) + (0)(0,75) + (0)(0,75) + (0)(0,5) = 0,5$$

$$\widetilde{S}_{4a} = (0)(0,5) + (0,5)(0,75) + (0,5)(0,75) + (0)(0,25) + (2,9)(0,25) + (1,45)(0,25) = 1,8375$$

$$\widetilde{S}_{4b} = (0)(0,75) + (0,5)(1) + (0,5)(1) + (0)(0,75) + (2,9)(0,75) + (1,45)(0,5) = 2,8125$$

$$\widetilde{S}_{4c} = (0)(1) + (0,5)(1) + (0,5)(1) + (0)(0,75) + (2,9)(0,75) + (1,45)(0,5) = 3,9$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} (3,1187;\ 4,2875;\ 5,5313) \\ (2,9250;\ 4,5125;\ 5,8062) \\ (0,3750;\ 0,5000;\ 0,5000) \\ (1,8375;\ 2,8125;\ 3,9000) \end{bmatrix}$$

- Hitung indeks kelemahan terbobot:

$$\tilde{I} = \begin{bmatrix} (0,8500;\ 1,3375;\ 1,7687) \\ (2,1563;\ 2,8375;\ 3,4938) \\ (3,7312;\ 5,6250;\ 7,4375) \\ (1,5188;\ 2,3125;\ 3,0375) \end{bmatrix}$$

- Indeks kekuatan:

$$S = \begin{bmatrix} 24{,}1281 \\ 16{,}9500 \\ 0{,}0000 \\ 12{,}4344 \end{bmatrix}$$

- Indeks kelemahan:

$$I = \begin{bmatrix} 0{,}2656 \\ 4{,}0875 \\ 41{,}0875 \\ 8{,}0719 \end{bmatrix}$$

- Indeks kinerja diperoleh berdasarkan agregasi indeks kekuatan dan indeks kelemahan:

$$t_1 = \frac{24,1281}{24,1281 + 0,2656} = 0,9892$$

$$t_2 = \frac{16,95}{16,95 + 4,0875} = 0,8057$$

$$t_3 = \frac{0}{0 + 41,0875} = 0$$

$$t_4 = \frac{12,4344}{12,4344 + 8,0719} = 0,6064$$

- Resiko kategori penyakit yang paling tinggi adalah:
  - Migren (0,9892);
  - Sakit kepala cluster (0,8057);
  - Glaukoma (0,6064); dan
  - Hipertensi (0).

PENDAHULUAN FMADM

- Metode-metode MADM klasik tidak cukup efisien untuk menyelesaikan masalah-masalah pengambilan keputusan yang melibatkan data-data yang tidak tepat, tidak pasti, dan tidak jelas.
- Salah satu cara yang dapat digunakan untuk untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah dengan mengunakan fuzzy multi attribute decision making (FMADM))(Zhang, 2005)

PENDAHULUAN FMADM

- FMADM dapat dibagi menjadi 3 kelompok, yaitu:
  - semua data yang digunakan adalah data fuzzy;
  - semua data yang digunakan adalah data crisp;
  - data yang digunakan merupakan campuran antara data fuzzy dan crisp.

Metode – Metode Penyelesain Masalah MADM

- Beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyesaikan masalah MADM, al :
  - SAW
  - WP
  - ELECTRE
  - TOPSIS
  - AHP

Terima Kasih

Sekolah Tinggi Ilmu Komputer Medan
www.stikommedan.ac.id