

## PENGUNAAN TURUNAN: UJI TURUNAN KEDUA

### 7.3 Uji Turunan Kedua

#### Definisi 7.3.1.

Misalkan  $f(x)$  punya turunan pada interval terbuka,  $I = (a, b)$ , jika  $f'(x)$  naik pada  $I$  maka  $f$  dan grafiknya cekung keatas disana, dan jika  $f'(x)$  turun pada  $I$  maka  $f$  dan grafiknya cekung kebawah pada  $I$ .

#### Teorema 7.3 (uji turunan kedua untuk kecekungan)

Misalkan  $f$  terdiferensialkan dua kali (punya turunan kedua) pada interval terbuka  $I = (a, b)$ , oleh karenanya :

1. Jika  $f''(x) > 0$  untuk semua  $x \in I$ , maka grafik  $f(x)$  cekung ke atas pada  $I$
2. Jika  $f''(x) < 0$  untuk semua  $x \in I$ , maka grafik  $f(x)$  cekung ke bawah pada  $I$

#### Definisi 7.3.2 (titik belok / titik balik)

Andaikan fungsi  $f(x)$  kontinu di titik  $c$ , kita sebut  $(c, f(c))$  suatu titik balik dari grafik fungsi  $f(x)$  jika  $f(x)$  cekung keatas pada suatu sisi dan cekung ke bawah pada sisi lainnya dari titik  $c$ .

Dalam pencarian titik-titik balik, kita mulai dengan mengenali titik-titik  $x$  dimana  $f''(x) = 0$  dan dimana  $f''(x)$  tidak ada, kemudian kita periksa apakah nilainya benar-benar merupakan titik balik.

#### Contoh 7.3.1

Jika diberikan fungsi  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$ , tentukan dimana grafik fungsi  $f(x)$

naik, turun, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

#### Penyelesaian:

- Menentukan kemonotonan (dengan uji turunan pertama)

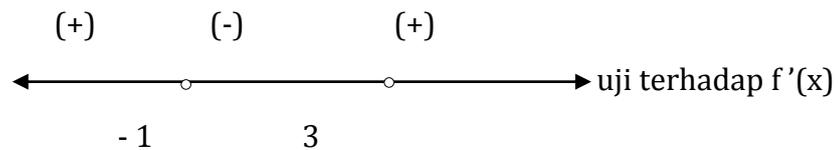
$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3), \text{ misalkan } f'(x) = 0 \rightarrow$$

$(x + 1)(x - 3) = 0 \rightarrow$  diperoleh titik pemecah  $x = -1$  atau  $x = 3$  yang membagi garis

bilangan riil menjadi tiga bagian, sehingga dengan mengambil titik uji di dapat kesimpulan yang dinyatakan dalam tabel berikut :

Interval	Titik uji	Hasil uji $f'(x) = x^2 - 2x - 3$	Tanda
$(-\infty, -1)$	- 2	5	+
$(-1, 3)$	0	- 3	-
$(3, \infty)$	4	5	+

dengan garis bilangan riil

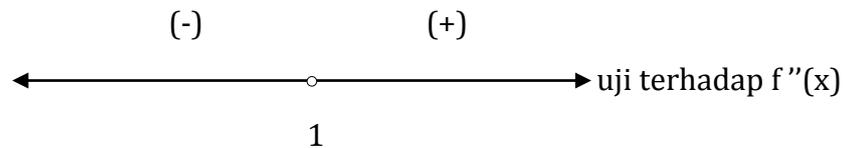


→  $f$  naik pada  $(-\infty, -1)$  dan  $(3, \infty)$ , turun pada  $(-1, 3)$ .

- Menentukan kecekungan

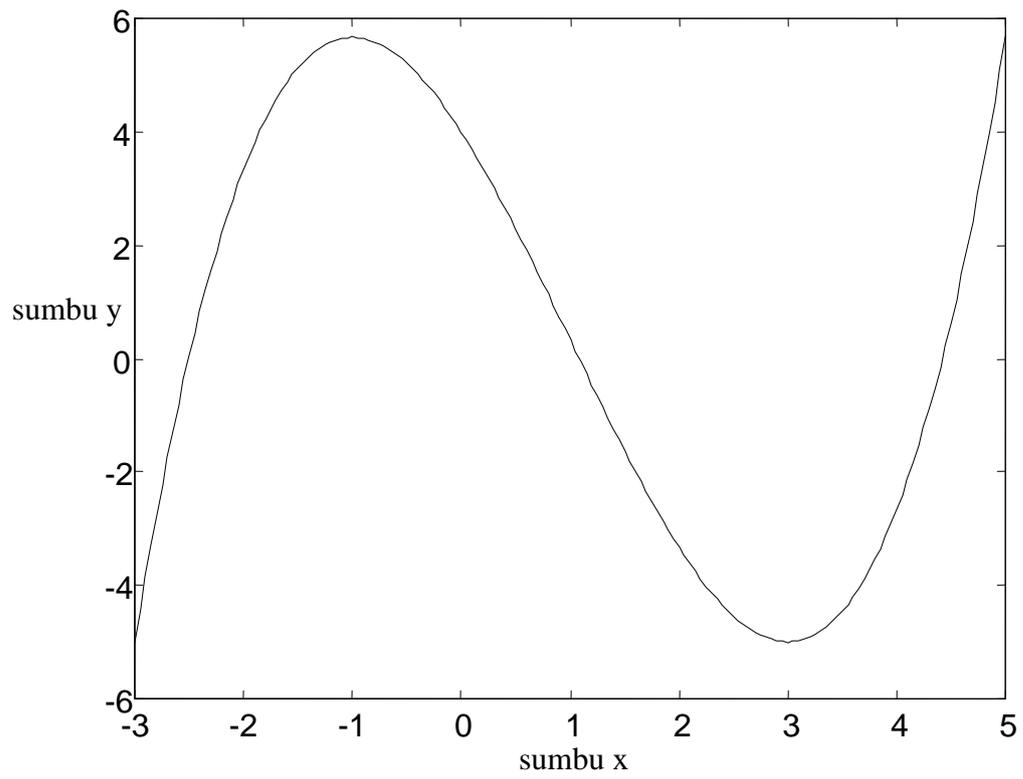
$f'(x) = x^2 - 2x - 3$ , maka  $f''(x) = 2x - 2$ . berdasarkan teorema 4.3, maka

kita menguji turunan kedua. misal  $f''(x) = 0 \rightarrow 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$ , sehingga



maka  $f$  cekung kebawah pada  $(-\infty, 1)$  dan cekung keatas pada  $(1, \infty)$ .

Grafik fungsinya dapat dilihat pada gambar 7.3.



Gambar 7.3. Grafik  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$