

## Distribusi Probabilitas Kontinu

### A. Fungsi Kepadatan Peluang

Fungsi  $f$  yang dinyatakan dengan  $f(x)$  adalah fungsi padat peluang variabel kontinu  $X$ , yang didefinisikan pada himpunan semua bilangan real  $R$ , jika:

1.  $f(x) \geq 0$ , untuk semua  $x \in R$

2. 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

3. 
$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

#### Contoh ilustrasi:

Misalkan satu orang dipilih secara acak dari suatu kelompok mahasiswa. Peluang mahasiswa yang terpilih memiliki tinggi tepat 172 cm (tidak kurang atau tidak lebih sedikitpun yaitu presisi 172.0000) adalah sangat kecil sehingga peluang kejadian tersebut diberi nilai nol. Namun, peluang memilih mahasiswa yang tingginya paling sedikit 172.000 cm dan 174.000 cm lebih besar dari nol.

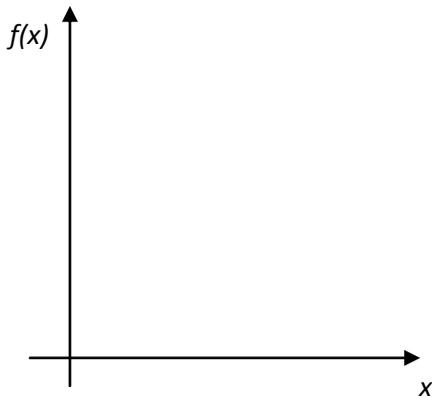
#### Contoh soal :

Dalam suatu proses produksi obat-obatan, suatu bahan kimia harus dipanaskan dalam oven terlebih dahulu sebelum dapat diproses selanjutnya. Oven dapat dipergunakan setiap selang waktu 5 menit. Namun karena variasi waktu dalam persiapannya, bahan kimia tersebut tidak selalu tersedia pada saat yang bersamaan dengan saat oven sedang dipakai. Jadi jika terlambat bahan kimia tersebut harus menunggu sampai waktu oven siap kembali digunakan. Jika  $X$  variable acak kontinu yang menyatakan waktu tunggu bahan kimia sampai bisa dipanaskan dalam oven, maka himpunan nilai  $X$  yang mungkin adalah  $X = \{0 \leq x \leq 5\}$ . Salah satu fungsi kepadatan probabilitas bagi  $X$  adalah :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

Sebelum kita menghitung probabilitas waktu tunggu, kita harus membuktikan bahwa  $f(x) \geq 0$ .

Gambarlah grafik  $f(x)$  pada diagram kartesius dan hitung luasnya.



Luasnya adalah....

Setelah terbukti bahwa  $f(x) \geq 0$ , selanjutnya hitung probabilitas waktu tunggu bahan kimia selama 1 sampai 3 menit.

$$P(1 \leq X \leq 3) = \int_1^3 f(x) dx = \dots$$

Probabilitas waktu tunggu bahan kimia tersebut lebih dari 3.5 menit adalah :

$$P(X \geq 3,5) = \int_{3,5}^{\infty} f(x) dx = \int_{3,5}^5 \dots \dots$$

### B. Fungsi Distribusi Kumulatif

Distribusi kumulatif  $F(x)$  suatu peubahan acak kontinu  $X$  dengan fungsi padat  $f(x)$  dinyatakan oleh:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

#### Contoh Soal :

Diketahui fungsi padat peluang variabel acak  $X$  :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & \text{Untuk } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{Untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

a. Tentukan distribusi kumulatif  $F(x)$  fungsi tersebut !

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-1}^2 \frac{x^2}{3} = \dots$$

Jika  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ , maka terbukti.

b. Hitung  $P(0 < x \leq 1)$

$$P(0 < X \leq 1) = \dots$$

Rata-rata dan varians dari variabel random kontinu X

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$$
$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$