DISTRIBUSI SAMPLING SELISIH RATA-RATA DAN PROPORSI

Statistik merupakan salah satu hal terpenting dalam proses pengambilan keputusan pada bidang ekonomi, bisnis maupun ilmu pengetahuan. Statistik mengacu pada estimasi dan uji hipotesis. Agar estimasi atau uji hipotesis mendekati kondisi sebenarnya pada populasi maka perlu diambil sampel-sampel yang dapat mewakili populasi. Hal ini dapat dilakukan dengan cara *random sampling*, dimana setiap elemen dari populasi memiliki peluang yang sama untuk terpilih menjadi sampel. Dari pengambilan sampel ini kita dapat mempelajari karakteristik populasi berdasarkan sampel yang diambil dari populasi itu. Berdasarkan sifat-sifat sampel yang diambil dari sebuah populasi, statistika akan membuat kesimpulan umum yang diharapkan berlaku untuk populasi itu.

Jika nilai-nilai statistik yang sejenis dikumpulkan, lalu disusun dalam suatu daftar sehingga terdapat hubungan antarnilai statistik dan frekuensi statistik yang didapat, maka diperoleh kumpulan statistik yang disebut **distribusi sampling** (Sudjana, 2004: 87).

1. Distribusi Sampling Selisih Rata-Rata

Distribusi sampling selisih rata-rata adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih rata-rata dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya.

Untuk ukuran sampel n_1 dan n_2 yang cukup besar (n_1, n_2 > 30), maka distribusi sampling selisih rata-rata sangat mendekati distribusi normal, untuk mengubahnya ke dalam bentuk normal standar maka diperlukan rumus :

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

Dimana :

a. Rata-rata (Means)

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

b. Simpangan baku (standard deviation)

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Jikaσ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, maka dapat menggunakan standar deviasi dari sampel.

Contoh soal :

Pegawai perusahaan Global Network Inspectionpada Divisi Inspeksi Pembongkaran mempunyai gaji rata-rata sebesar $4300/bulan, sedangkan Divisi Inspeksi Pengangkutan mempunyai gaji $3750/bulan. Setelah dihitung, diperoleh rata-rata hitung dari deviasi kuadrat setiap gaji terhadap gaji rata-rata Divisi Inspeksi Pembongkaran $52.000, sedangkan Divisi Inspeksi Pengangkutan sebesar $19.500. Bila diasumsikan diambil sampel random pada Divisi Inspeksi Pembongkaran sebanyak 90 orang dan Divisi Inspeksi Pengangkutan75, berapakah probalilita selisih rata-rata gaji dari dua sampel lebih besar dari $ 500 ?

Jawab :

Dik :

Divisi Inspeksi Pembongkaran : μ_1 = $ 4300 $\sigma_1{}^2$= $ 52.000 $n_1 = 90$

Divisi Inspeksi Pengangkutan : μ_2= $ 3750 $\sigma_2{}^2$= $ 37.000 $n_2 = 75$

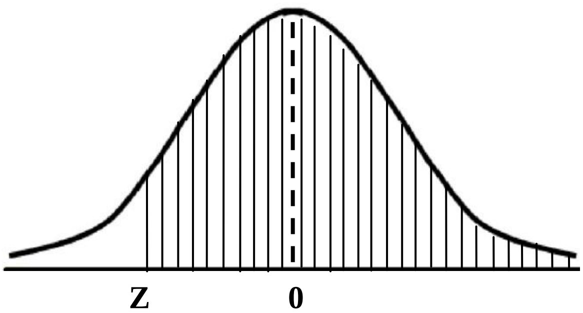
Dit : $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > 500)$?

Jawab :

$$\boldsymbol{\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \mu_1 - \mu_2 = 4300 - 3750 = \mathbf{550}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{52.000}{90} + \frac{37.000}{75}} = \mathbf{32,72783389}$$

$$\boldsymbol{Z} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{500 - 550}{32,72783389} = -1,52775 \approx \mathbf{-1,53}$$



Luas kanan 0 = 0,5000

<u>Luas 0 - Z = 0,4370 –</u>

Luas Kanan Z = **0,9370**

Jadi, probabilita selisih rata-rata gaji dari dua sampel lebih besar dari $ 500 adalah **0,9370** atau **93,70 %.**

2. **Distribusi Sampling Selisih Proporsi**

Distribusi sampling selisih proporsi adalah distribusi probabilitas yang dapat terjadi dari selisih proporsi dua sampel yang berbeda berdasarkan pada dua sampel tertentu dari ukuran parameter dua populasinya, adapun rumus distribusi sampling selisih proporsi dinyatakan dalam :

a. Rata-rata proporsi

$$\mu_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$$

b. Simpangan baku proporsi

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

Distribusi sampling selisih proporsi inipun akan mendekati distribusi normal bila ukuran-ukuran sampel cukup besar (n_1, n_2> 30), maka untuk merubahnya menjadi bentuk normal standar diperlukan rumus :

$$Z = \frac{\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - \mu_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}}}{\sigma_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}}}$$

Jika $\pi_1$danπ_2 tidak diketahui dan dianggap sama maka nilai :

$\pi_1 = \pi_2$ = p = $\frac{X_1+X_2}{n_1+n_2}$

sehingga standar baku proporsinya menjadi :

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{p*(1-p)*(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}$$

Contoh soal :

Alya dan Deasy akan melakukan sebuah pertandingan pelemparan sekeping uang logam, Deasy akan menang bila memperoleh 8 sisi gambar lebih banyak dari pada Alya, jika diasumsikan mereka diberi kesempatan masing-masing melempar uang logam sebanyak 40 kali, berapa peluang Deasy memenangkan pertandingan ini ? Berilah saran apakah Deasy akan ikut dalam pertandingan atau tidak, jika harapan kemenangannya harus sebesar 15% atau lebih?

Jawab :

Dik : $\pi_1 = \pi_2 = 50\%$

$n_1 = n_2 = 40$

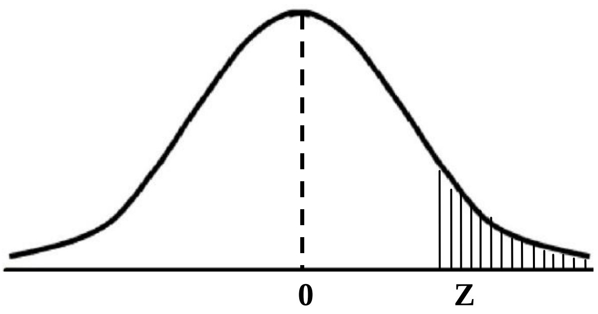
Dit : a. $P\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} > 15\ \%\right)$

Jwb : a. $\mu_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}} = \pi_1 - \pi_2$ = (0,5 – 0,5) = **0**

$$\sigma_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,5)(1-0,5)}{40} + \frac{(0,5)(1-0,5)}{40}} = \mathbf{0,1346291202}$$

$$Z = \frac{\left(\boldsymbol{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}\right) - \boldsymbol{\mu_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}}}}{\boldsymbol{\sigma_{\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}}}} = \frac{0.15 - 0}{0,1346291202} = \mathbf{1.11}$$



Luas kanan 0	= 0,5000
Luas 0- Z	= 0,3665 –
Luas Kanan Z	= **0,1335**

Jadi, peluang Deasy memenangkan pertandingan ini adalah **0,1335** atau **13,35%.** Karena peluang Deasy menang kurang dari harapan menangnya (13,35% <15%), maka Deasy disarankan tidak mengikuti pertandingan ini.