

PEMBAHASAN SOAL LATIHAN PERTEMUAN 12 (SISTEM PERSAMAAN LINEAR ELIMINASI GAUSSIAN)

1. Selesaikan sistem persamaan linear berikut ini dalam bentuk grafik, kemudian tentukan penyelesaiannya jika ada

$$2x + 3y = 8 \text{ dan } 3x + y = 5$$

Penyelesaian:

a. Langkah 1: menggambar kedua grafik

Menentukan titik potong pada kedua sumbu x dan y dari kedua persamaan tersebut.

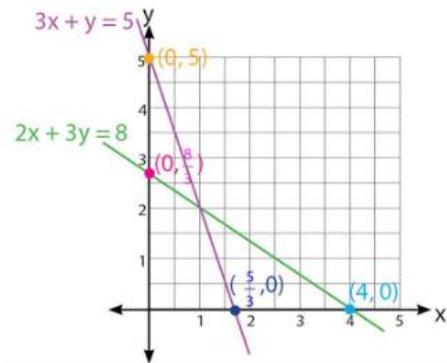
Persamaan $2x + 3y = 8$

x	0	4
y	$\frac{8}{3}$	0
(x, y)	$(0, \frac{8}{3})$	(4, 0)

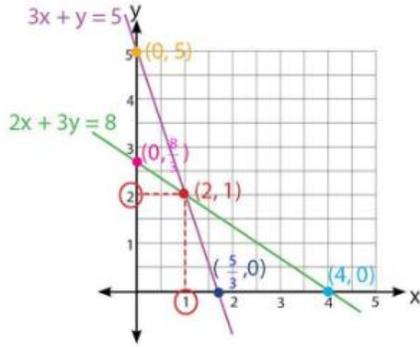
Persamaan $3x + y = 5$

x	0	$\frac{5}{3}$
y	5	0
(x, y)	(0, 5)	$(\frac{5}{3}, 0)$

Reperesentasi kedua persamaan dalam bidang kartesius.



Langkah 2: menemukan titik potong dari kedua grafik tersebut.



Langkah 3: penyelesaiannya adalah (x, y)

Berdasarkan gambar bisa kita ketahui bahwa titik potongnya berada pada $x = 1$ dan $y = 2$

Maka daerah penyelesaiannya yaitu $(1, 2)$.

2. Diberikan persamaan linear :

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 & 4 \\ 4 & 10 & 8 & 4 \\ 8 & 8 & 12 & 10 \\ 4 & 4 & 10 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 \\ 32 \\ 62 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Selesaikanlah persamaan linear di atas dengan menggunakan metode eliminasi Gauss dengan penyelesaian eksaknya adalah $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 2$ dan $x_4 = 3$.

Penyelesaian :

Eliminasi kolom 1

$$\lambda_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}, \lambda_3 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \lambda_4 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Dilakukan operasi baris elementer $E_2 \rightarrow (E_2 - \lambda_2 E_1), E_3 \rightarrow (E_3 - \lambda_3 E_1), E_4 \rightarrow (E_4 - \lambda_4 E_1)$ sehingga di dapatkan matriks :

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 & 4 & : & 44 \\ 0 & 9 & 6 & 3 & : & 21 \\ 0 & 6 & 8 & 8 & : & 40 \\ 0 & 3 & 8 & 11 & : & 49 \end{bmatrix}$$

Eliminasi kolom 2

$$\lambda_3 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \lambda_4 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},$$

Dilakukan operasi baris elementer $E_3 \rightarrow (E_3 - \lambda_3 E_2), E_4 \rightarrow (E_4 - \lambda_4 E_2)$ sehingga di dapatkan matriks :

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 & 4:44 \\ 0 & 9 & 6 & 3:21 \\ 0 & 0 & 4 & 6:26 \\ 0 & 0 & 6 & 10:42 \end{bmatrix}$$

Eliminasi kolom ke 3

$$\lambda_4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Dilakukan operasi baris elementer $E_4 \rightarrow (E_4 - \lambda_4 E_3)$ sehingga di dapatkan matriks :

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 & 4:44 \\ 0 & 9 & 6 & 3:21 \\ 0 & 0 & 4 & 6:26 \\ 0 & 0 & 0 & 1:3 \end{bmatrix}$$

Sehingga di dapatkan penyelesaian

$$x_4 \rightarrow x_4 = 3$$

$$x_3 \rightarrow 4x_3 + 6x_4 = 26 \rightarrow 4x_3 + 6(3) = 26 \rightarrow 4x_3 + 18 = 26 \rightarrow 4x_3 = 26 - 18 \rightarrow x_3 = 2$$

$$x_2 \rightarrow 9x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 21 \rightarrow 9x_2 + 6(2) + 3(3) = 21 \rightarrow x_2 = 0$$

$$x_1 \rightarrow 16x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 44 \rightarrow 16x_1 + 4(0) + 8(2) + 4(3) = 44 \rightarrow x_1 = 1$$

Di dapatkan penyelesaiannya $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 2$ dan $x_4 = 3$ sesuai dengan penyelesaian eksak yang ada pada soal.