



Pertemuan V

UKURAN PEMUSATAN DATA

Muji Gunarto

Email: mgunarto@hotmail.com

<http://www.klinikstatistik.com>

Ukuran Pemusatan Data

- Ukuran pemusatan adalah suatu ukuran yang menunjukkan dimana suatu data memusat atau suatu kumpulan pengamatan memusat (mengelompok)
- Ukuran pemusatan merupakan penyederhanaan data untuk mempermudah peneliti membuat interpretasi dan mengambil suatu keputusan

Continue..

- Ukuran pemusatan data meliputi :
 1. Rata-rata (*average*)
 - a) Rata-rata hitung (*arithmetic mean*)
 - b) Rata-rata ukur (*geometric mean*)
 - c) Rata-rata harmonis (*harmonic mean*)
 2. Median
 3. Modus

I. Rata-rata Hitung

- Dirumuskan :

- Rata-rata hitung = jumlah semua nilai data
banyaknya nilai data

- Bila data merupakan pengamatan dari n sampel, maka:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{atau} \quad \bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

- Bila data merupakan pengamatan dari N populasi, katakanlah masing-masing nilai data mengulang dengan frekuensi tertentu, maka:

$$\bar{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + f_3 X_3 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} \quad \text{atau} \quad \bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

Continue..

- Contoh :
 - Nilai ujian statistik 5 mahasiswa berikut adalah 80, 60, 75, 70, 65, maka nilai rata-rata hitunganya adalah?

$$\bar{X} = \frac{80+60+75+70+65}{5}$$

$$\bar{X} = 70$$

Continue..

- Contoh :
 - Nilai ujian statistik 15 mahasiswa berikut adalah 2 mahasiswa mendapat nilai 95, ada 4 mahasiswa dengan nilai 80, ada 5 mahasiswa mendapat nilai 65, ada 3 mahasiswa dengan nilai 60 dan ada 1 mahasiswa mendapat nilai 50, maka nilai rata-rata hitungannya adalah?

Continue..

- Solusi :

$$\bar{X} = \frac{(2 \times 95) + (4 \times 80) + (5 \times 65) + (3 \times 60) + (1 \times 50)}{2 + 4 + 5 + 3 + 1}$$

$$\bar{X} = \frac{1065}{15}$$

$$\bar{X} = 71$$

Continue..

a) Contoh dalam tabel distribusi frekuensi

- Misalkan modal (dalam jutaan rupiah) dari 40 perusahaan disajikan pada tabel distribusi frekuensi berikut, maka tentukanlah nilai rata-rata hitungnya!

Continue..

a) Contoh dalam tabel distribusi frekuensi

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	Frekuensi (f)	fX
112-120	116	4	464
121-129	125	5	625
130-138	134	8	1072
139-147	143	12	1716
148-156	152	5	760
157-165	161	4	644
166-174	170	2	340
		$\sum f = 40$	$\sum fX = 5621$

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{5621}{40} = 140,525$$

Continue..

b. Contoh dengan memakai kode (U)

- Rumus :
$$\bar{X} = X_0 + c \left(\frac{\sum fU}{\sum f} \right)$$

Dimana x adalah nilai tengah kelas yang berhimpit dengan nilai U (0), c adalah lebar kelas, U adalah kode kelas

- Berdasarkan data dari soal a), dengan menggunakan rumus diatas maka tentukanlah nilai rata-rata hitungunya!

Continue..

b) Contoh dengan memakai kode (U)

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	U	Frekuensi (f)	fU
112-120	116	-3	4	-12
121-129	125	-2	5	-10
130-138	134	-1	8	-8
139-147	143	0	12	0
148-156	152	1	5	5
157-165	161	2	4	8
166-174	170	3	2	6
			$\sum f = 40$	$\sum fU = -11$

$$\bar{X} = X_0 + c \left(\frac{\sum fU}{\sum f} \right)$$

$$\bar{X} = 143 + 9 \left(\frac{-11}{40} \right) = 143 - 2,475 = 140,525$$

II. Rata-rata Ukur

- Digunakan jika data memiliki ciri tertentu, banyaknya nilai data satu sama lain saling berkelipatan sehingga data berukuran tetap atau hampir tetap.
- Biasa digunakan untuk mengetahui persentase perubahan sepanjang waktu, misalnya rata-rata persentase tingkat perubahan hasil penjualan, produksi, harga, dan pendapatan nasional.

II. Rata-rata Ukur

- Dirumuskan :
 - Untuk data sampel :

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n} \quad \text{atau} \quad \log G = \log \left(\frac{\sum \log X}{n} \right) \quad \text{atau} \quad G = \text{antilog} \left(\frac{\sum \log X}{n} \right)$$

- Untuk data berkelompok :

$$G = \text{anti log} \left(\frac{\sum f \log X}{\sum f} \right)$$

Continue..

- Contoh :

- Tentukanlah rata-rata ukur dari 2,4,8!

$$\log 2 = 0,3010 \quad \log 4 = 0,6021 \quad \log 8 = 0,9031$$

$$G = \text{anti log} \left(\frac{\log 2 + \log 4 + \log 8}{3} \right)$$

$$G = \text{anti log} \left(\frac{0,3010 + 0,6021 + 0,9031}{3} \right)$$

$$G = \text{anti log} \left(\frac{1,8062}{3} \right)$$

$$G = \text{anti log}(0,6021)$$

$$G = 4,0$$

Continue..

- Contoh :
 - Perhatikan tabel data modal perusahaan pada soal-soal sebelumnya. Tentukanlah rata-rata ukur dari data tersebut!

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	Frekuensi (f)	log X	f log X
112-120	116	4	2,064	8,256
121-129	125	5	2,097	10,485
130-138	134	8	2,127	17,016
139-147	143	12	2,155	25,860
148-156	152	5	2,182	10,910
157-165	161	4	2,207	8,828
166-174	170	2	2,230	4,460
		40		85,815

$$G = \text{anti log} \left(\frac{\sum f \log X}{\sum f} \right) = \text{anti log} \left(\frac{85,815}{40} \right) = \text{anti log}(2,145) = 139,757$$

III. Rata-rata Harmonis

- Digunakan jika data memiliki ciri tertentu, data dalam bentuk pecahan atau desimal

- Dirumuskan :

- Untuk data tidak berkelompok :

$$R_H = \left(\frac{n}{\sum \left(\frac{1}{X} \right)} \right)$$

- Untuk data berkelompok :

$$R_H = \left(\frac{\sum f}{\sum \left(\frac{f}{X} \right)} \right)$$

Continue..

- **Contoh :**

- **Tentukanlah rata-rata harmonis dari 2,4,8!**

$$R_H = \left(\frac{n}{\sum \left(\frac{1}{X} \right)} \right) = \left(\frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \right) = \left(\frac{3}{\frac{7}{8}} \right) = 3,43$$

- **Tentukanlah rata-rata harmonis dari 1/3,2/5,3/7,4/9!**

$$R_H = \left(\frac{n}{\sum \left(\frac{1}{X} \right)} \right) = \left(\frac{4}{3 + \frac{5}{2} + \frac{7}{3} + \frac{9}{4}} \right) = \left(\frac{4}{10,08} \right) = 0,397 = 0,40$$

Continue..

- Contoh :
 - Perhatikan tabel data modal perusahaan pada soal-soal sebelumnya. Tentukanlah rata-rata harmonisnya!

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	Frekuensi (f)	f/X
112-120	116	4	0,034
121-129	125	5	0,040
130-138	134	8	0,060
139-147	143	12	0,084
148-156	152	5	0,033
157-165	161	4	0,025
166-174	170	2	0,012
		40	0,288

$$R_H = \left(\frac{\sum f}{\sum \left(\frac{f}{X} \right)} \right) = \frac{40}{0,288} = 138,889$$

2. Median

- Median adalah nilai tengah dari kelompok data yang telah diurutkan
- Dirumuskan :
 - Untuk data sampel :
Median data ganjil = nilai yang paling tengah
Median data genap = rata-rata dari dua nilai tengah
 - Untuk data berkelompok :

$$Med = T_b + c \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right)$$

Continue..

- Contoh :
 - Median dari data 3,4,4,5,6,8,8,9,10 adalah?
Nilai ke-5, yaitu 6
 - Himpunan bilangan 11,12,5,7,9,5,18,15, memiliki median?

Bilangan terurut : 5,5,7,9,11,12,15,18

Mediannya adalah

$$= \frac{1}{2} (\text{nilai ke } 4 + \text{nilai ke } 5)$$

$$= \frac{1}{2} (9 + 11) = 10$$

Continue..

- Contoh :
 - Perhatikan tabel data modal perusahaan pada soal-soal sebelumnya. Tentukanlah median dari data tersebut!

Kelas (Modal)	Frekuensi (f)
112-120	4
121-129	5
130-138	8
139-147	12
148-156	5
157-165	4
166-174	2

Median terletak pada nilai ke $\frac{n}{2}$ atau ke $\frac{40}{2}$,

yaitu nilai ke 20 Pada kelas 139 – 147

maka $T_b = 138,5$ $f = 12$ $F = 4 + 5 + 8 = 17$

$c = 147,5 - 138,5 = 9$

$Med = 138,5 + 9 \left(\frac{20 - 17}{12} \right) = 140,75$

3. Modus

- Modus menyatakan gejala yang paling sering terjadi atau paling banyak muncul.
- Dirumuskan :
 - Untuk data sampel :
Modus = nilai yang paling sering muncul
 - Untuk data berkelompok :

$$Mod = T_b + c \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Mod = modus

T_b = tepi bawah kelas modus

c = lebar kelas

b₁ = selisih antara frekuensi kelas modus dengan frekuensi tepat satu kelas sebelum kelas modus

b₂ = selisih antara frekuensi kelas modus dengan frekuensi tepat satu kelas sesudah kelas modus

Continue..

- **Contoh :**
 - Modus dari data 3,4,4,5,6,8,8,8,9 adalah?
Mod = 8
 - Himpunan bilangan 3,4,4,6,8,8,9,10, memiliki modus?
Memiliki 2 modus yaitu Mod = 4 dan Mod = 8
 - Data 3,4,5,6,8,9,10 memiliki modus?
Tidak mempunyai modus
 - Data 3,3,3,3,3,3,3 memiliki modus?
Tidak mempunyai modus

Continue..

- Contoh :
 - Perhatikan tabel data modal perusahaan pada soal-soal sebelumnya. Tentukanlah modus dari data tersebut!

Kelas (Modal)	Frekuensi (f)
112-120	4
121-129	5
130-138	8
139-147	12
148-156	5
157-165	4
166-174	2

*Modus terletak pada kelas 139–147, dengan frekuensi terbesar 12
maka $T_b = 138,5$ $c = 147,5 - 138,5 = 9$ $b_1 = 12 - 8 = 4$ $b_2 = 12 - 5 = 7$*

$$Mod = 138,5 + 9 \left(\frac{4}{4 + 7} \right) = 141,77$$

Ukuran Letak Data

- Ukuran letak data meliputi :
 1. Kuartil
 2. Desil
 3. Persentil

I. Kuartil

- Dirumuskan :

- Konsep median diperluas dengan membagi data yang telah terurut menjadi empat bagian sama banyak, dengan tiga bilangan pembagi yaitu kuartil (Q_1, Q_2, Q_3)
- Bila data tidak berkelompok, maka:

$$Q_i = \text{Nilai yang ke } \frac{i(n+1)}{4}, \quad i=1,2,3$$

- Bila data berkelompok, maka:

$$Q_i = T_b + c \left(\frac{\frac{in}{4} - F}{f} \right), \quad i=1,2,3$$

di mana :

T_b = tepi bawah kelas kuartil

c = lebar kelas

F = jumlah frekuensi semua kelas sebelum kelas kuartil Q_i

f = frekuensi kelas kuartil Q_i

Continue..

- Contoh untuk data tak berkelompok:
 - Tentukanlah kuartil 1, 2 dan 3 dari data upah bulanan 13 karyawan (dalam ribuan rupiah) berikut!
40, 30, 50, 65, 45, 55, 70, 60, 80, 35, 85, 95, 100

Continue..

- Urutan data : 30,35,40,45,50,55,60,65,75,80,85,95,100

$$Q_i = \text{nilai ke } \frac{i(n+1)}{4}, \text{ di mana } n = 13$$

Maka nilai kuartil Q_1, Q_2, Q_3 adalah :

$$Q_1 = \text{nilai ke } \frac{1(13+1)}{4} = \text{nilai ke } \frac{14}{4} = \text{nilai ke } 3 \frac{1}{2}$$

$$= \text{antara nilai ke 3 dan nilai ke 4}$$

$$= \text{nilai ke } 3 + \frac{1}{2}(\text{nilai ke } 4 - \text{nilai ke } 3)$$

$$= 40 + \frac{1}{2}(45 - 40) = 42,5$$

$$Q_2 = \text{nilai ke } \frac{2(13+1)}{4} = \text{nilai ke } \frac{28}{4} = \text{nilai ke } 7 = 60$$

$$Q_3 = \text{nilai ke } \frac{3(13+1)}{4} = \text{nilai ke } \frac{42}{4} = \text{nilai ke } 10 \frac{1}{2}$$

$$= \text{nilai ke } 10 + \frac{1}{2}(\text{nilai ke } 11 - \text{nilai ke } 10)$$

$$= 80 + \frac{1}{2}(85 - 80) = 82,5$$

Continue..

- Contoh untuk data berkelompok
Tentukanlah kuartil 1, 2 dan 3!

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	Frekuensi (f)
112-120	116	4
121-129	125	5
130-138	134	8
139-147	143	12
148-156	152	5
157-165	161	4
166-174	170	2

Q_1 , membagi data menjadi 25% ke bawah dan 75% ke atas

Q_2 , membagi data menjadi 50% ke bawah dan 50% ke atas

Q_3 , membagi data menjadi 75% ke bawah dan 25% ke atas

Karena $n = 40$, maka Q_1 pada kelas 130–138, Q_2 pada 139–147 dan Q_3 pada 148–156

Continue..

Untuk Q_1 :

$$L_0 = 129,5 \quad F = 4 + 5 = 9 \quad f = 8$$

$$Q_1 = 129,5 + 9 \left(\frac{\frac{40}{4} - 9}{8} \right) = 129,5 + 9 \left(\frac{10 - 9}{8} \right) = 130,625$$

Untuk Q_2 :

$$L_0 = 138,5 \quad F = 4 + 5 + 8 = 17 \quad f = 12$$

$$Q_2 = 138,5 + 9 \left(\frac{20 - 17}{12} \right) = 140,75$$

Untuk Q_3 :

$$L_0 = 147,5 \quad F = 29 \quad f = 5$$

$$Q_3 = 147,5 + 9 \left(\frac{30 - 29}{5} \right) = 149,3$$

II. Desil

- Dirumuskan :

- Desil adalah sekelompok data yang dibagi menjadi 10 bagian sama banyak
- Bila data tidak berkelompok, maka:

$$D_i = \text{Nilai yang ke } \frac{i(n+1)}{10}, i=1,2,3,\dots,9$$

- Bila data berkelompok, maka:

$$D_i = T_b + c \left(\frac{\frac{in}{10} - F}{f} \right), i=1,2,3,\dots,9$$

di mana :

T_b = tepi bawah kelas desil

c = lebar kelas

F = jumlah frekuensi semua kelas sebelum kelas desil D_i

f = frekuensi kelas desil D_i

Continue..

- Contoh untuk data tak berkelompok:
 - Tentukanlah desil 3, dan 7 dari data upah bulanan 13 karyawan (dalam ribuan rupiah) berikut!
40, 30, 50, 65, 45, 55, 70, 60, 80, 35, 85, 95, 100

Continue..

- Urutan data : 30,35,40,45,50,55,60,65,75,80,85,95,100

$$D_i = \text{nilai ke } \frac{i(n+1)}{10}, \text{ di mana } n = 13$$

Maka nilai desil D_3, D_7 adalah :

$$D_3 = \text{nilai ke } \frac{3(13+1)}{10} = \text{nilai ke } \frac{42}{10} = \text{nilai ke } 4 \frac{1}{5}$$

$$= \text{nilai ke } 4 + \frac{1}{5}(\text{nilai ke } 5 - \text{nilai ke } 4)$$

$$= 45 + \frac{1}{5}(50 - 45) = 46$$

$$D_7 = \text{nilai ke } \frac{7(13+1)}{10} = \text{nilai ke } \frac{98}{10} = \text{nilai ke } 9 \frac{8}{10}$$

$$= \text{nilai ke } 9 + \frac{8}{10}(\text{nilai ke } 10 - \text{nilai ke } 9)$$

$$= 70 + \frac{8}{10}(80 - 70) = 78$$

Continue..

- Contoh untuk data berkelompok. Tentukanlah desil 3 dan 7!

Kelas (Modal)	Nilai Tengah (X)	Frekuensi (f)
112-120	116	4
121-129	125	5
130-138	134	8
139-147	143	12
148-156	152	5
157-165	161	4
166-174	170	2

D_3 , membagi data menjadi 30% ke bawah dan 70% ke atas

Q_7 , membagi data menjadi 70% ke bawah dan 30% ke atas

Karena $n = 40$, maka D_3 pada kelas 130 – 138, D_7 pada 139 – 147

Continue..

Untuk D_3 :

$$D_3 = 129,5 + 9 \left(\frac{\frac{3(40)}{10} - 9}{8} \right) = 129,5 + 9 \left(\frac{12 - 9}{8} \right) = 132,875$$

Untuk D_7 :

$$D_7 = 138,5 + 9 \left(\frac{\frac{7(40)}{10} - 17}{12} \right) = 138,5 + 9 \left(\frac{28 - 17}{12} \right) = 146,75$$

III. Persentil

- Dirumuskan :
 - Persentil adalah sekelompok data yang dibagi menjadi 100 bagian sama banyak
 - Bila data tidak berkelompok, maka:

$$P_i = \text{Nilai yang ke } \frac{i(n+1)}{100}, i=1,2,3,\dots,99$$

- Bila data berkelompok, maka:

$$P_i = T_b + c \left(\frac{\frac{in}{100} - F}{f} \right), i=1,2,3,\dots,99$$

dimana

T_b = batas bawah kelas persentil

c = lebar kelas

F = jumlah frekuensi sebelum kelas persentil

f = frekuensi kelas persentil

Tugas Soal I

- Dari data berikut:

38 67 85 95 96 76 125 150 158 120

38 36 47 49 89 70 120 80 85 93

Buatlah:

1. Tabel Distribusi Frekuensi, Frek. Relatif, Frekuensi Kumulatif
2. Hitung Rata-rata hitung, Rata-rata ukur, Rata-rata harmonis, median, modus (data terkelompok)
3. Hitung Q_2 , D_8 , P_{63} (data terkelompok)

Tugas Soal II

2. Informasi yang ada dari penelitian-penelitian sebelumnya, menyatakan bahwa kemampuan sebuah komponen elektronik memiliki rata-rata 170 jam dengan simpangan baku 17,6. Seorang peneliti melakukan pengukuran terhadap 36 komponen. Berikut adalah hasil pengukuran yang diperoleh:

Tabel Data Kekuatan Komponen Elektronik											
170	175	165	180	160	158	161	173	157	152	181	190
186	194	201	215	219	209	164	166	159	182	187	174
180	187	199	170	176	198	162	184	183	156	180	173

Buatlah:

1. Tabel Distribusi Frekuensi, Frek. Relatif, Frekuensi Kumulatif
2. Hitung Rata-rata hitung, Rata-rata ukur, Rata-rata harmonis, median, modus (data terkelompok)
3. Hitung Q2, D8, P63 (data terkelompok)