

Kuliah 1: Pengantar Analisis Deret Waktu

Koordinator Tim: I Wayan Sumarjaya (sumarjaya@unud.ac.id)
Anggota Tim Teaching I: I Gusti Ayu Made Srinadi (srinadi@unud.ac.id)
Anggota Tim Teaching II: Made Susilawati (mdsusilawati@unud.ac.id)

Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

Mahasiswa mampu menjelaskan konsep dasar deret waktu (S5, KU1, KK1).

Kemampuan Akhir yang Diharapkan

Mahasiswa mampu menjelaskan konsep deret waktu, contoh-contoh deret waktu, jenis-jenis deret waktu, tujuan analisis deret waktu, klasifikasi deret waktu, dan mendemonstrasikan dengan perangkat lunak R (C2, P2, A2).

Indikator

1. Ketepatan menjelaskan konsep deret waktu
2. Ketepatan dan kesesuaian dalam memberikan contoh-contoh deret waktu
3. Ketepatan dalam menjelaskan jenis-jenis deret waktu
4. Ketepatan dan kesesuaian dalam menjelaskan klasifikasi deret waktu

Bahan Kajian/Materi Ajar

1. Konsep deret waktu
2. Contoh-contoh deret waktu
3. Jenis-jenis deret waktu: deret waktu diskret dan kontinu
4. Tujuan analisis deret waktu
5. Klasifikasi deret waktu

1.1 Konsep Deret Waktu

Pada pertemuan ini kita akan membicarakan konsep deret waktu (*time series*) disertai dengan beberapa contoh data deret waktu. Pada pertemuan berikutnya kita akan membicarakan elemen eksplorasi deret waktu dan alat-alat deskriptif sederhana. Silakan baca Cryer and Chan (2008) untuk penggunaan R dalam kuliah ini.

Deret waktu didefinisikan sebagai kumpulan observasi atau amatan yang dibuat secara beruntun (*sequentially*) atau berurut sepanjang waktu. Biasanya observasi dalam deret waktu tidaklah bebas atau bisa dikatakan berkorelasi. Artinya, urutan dari observasi menjadi penting. Hal ini tentu berakibat pada prosedur-prosedur dan teknik-teknik statistika yang berdasarkan pada asumsi bebas (*independent*) menjadi tidak berlaku lagi; sehingga, diperlukan metode-metode dan pendekatan-pendekatan yang berbeda.

1.2 Contoh-contoh Deret Waktu

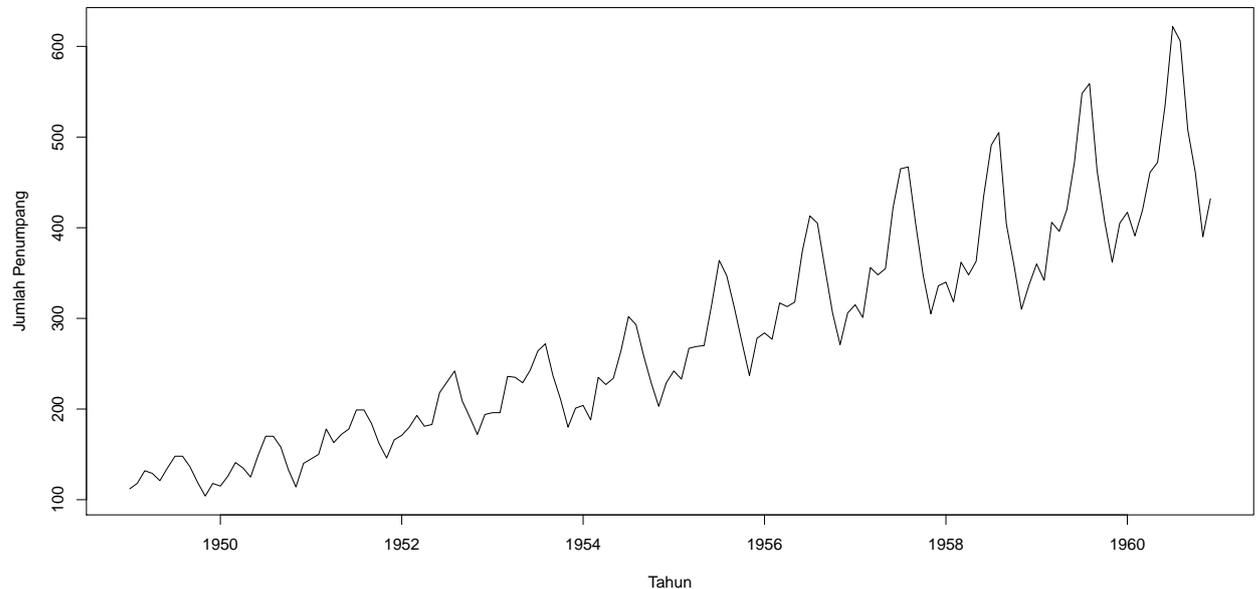
Deret waktu muncul dalam berbagai bidang, baik dalam bidang yang berkaitan dengan ilmu-ilmu eksakta maupun ilmu-ilmu sosial. Contoh-contoh berikut hanyalah merupakan sebagian kecil dari deret waktu yang dapat dijumpai dalam bidang industri, bisnis dan keuangan, kependudukan, kedokteran, ekologi, metereologi, kesehatan, dan lain-lain.

Contoh 1.2.1. Berikut ini adalah plot data bulanan total jumlah penumpang pesawat internasional pada periode 1949–1960. Gambar 1.1 menunjukkan adanya tren naik dan fluktuasi musiman.

```
> ## Mengakses pustaka datasets
> library(datasets)
> help(datasets)
> plot(AirPassengers,xlab="Tahun",ylab="Jumlah Penumpang")
```

Untuk memperjelas pola musiman tersebut, modifikasi plot dengan memberikan label inisial bulan akan membantu (lihat Gambar 1.2). Label pada gambar tersebut dikodekan, misalnya, J = Januari, F = Februari, M = Maret dan seterusnya. Tentu saja dalam pembacaan plot kita harus membedakan antara Januari, Juni, dan Juli; Maret dan Mei; April dan Agustus. Namun, hal ini cukup mudah karena kita bisa melihat karakter-karakter plot yang berdekatan.

```
> library(TSA)
> plot(AirPassengers,type="l",xlab="Tahun",ylab="Jumlah Penumpang")
>
points(y=AirPassengers,x=time(AirPassengers),pch=as.vector(season(AirPassenger
```



Gambar 1.1: Plot data bulanan total jumlah penumpang pesawat internasional pada periode 1949–1960.

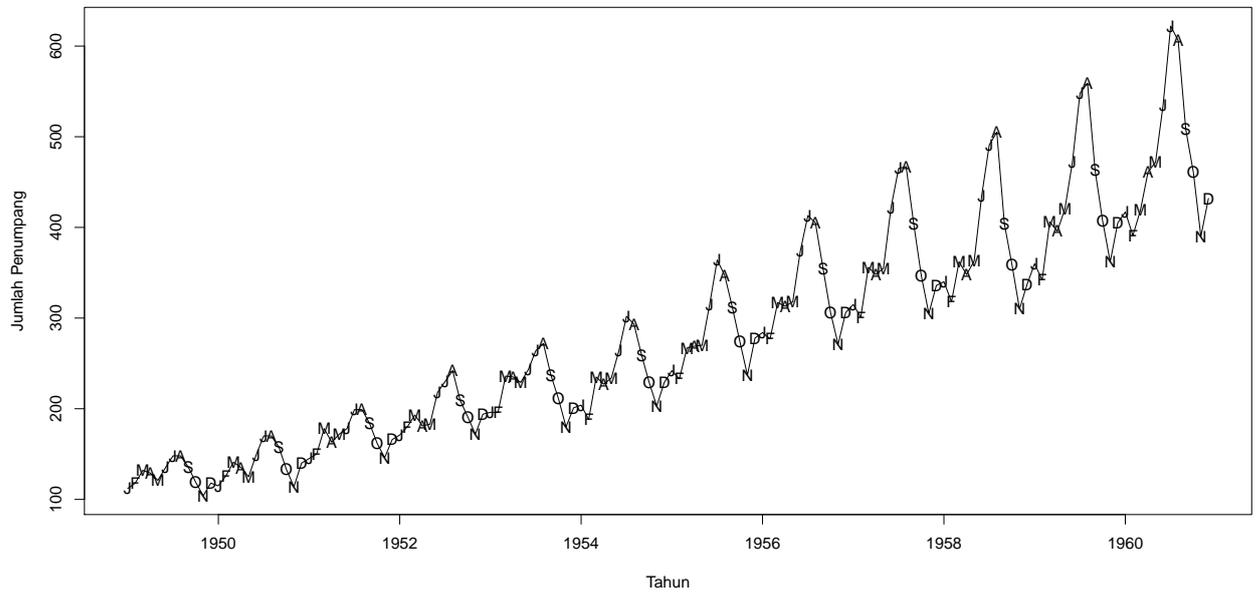
Berdasarkan modifikasi plot, kita bisa mengamati bahwa jumlah penumpang tertinggi terdapat pada bulan Juli–Agustus; sebaliknya, penumpang terendah terdapat pada bulan November. Pola-pola ini senantiasa berulang setiap tahunnya.

Contoh 1.2.2. Gambar 1.3 memperlihatkan konsentrasi atmosfer CO₂ dalam *parts per million* (ppm) untuk periode 1959–1997. Tampak jelas dari plot adanya tren naik dan pola musiman yang berulang. Coba Anda bandingkan dengan plot data penumpang pesawat pada contoh sebelumnya.

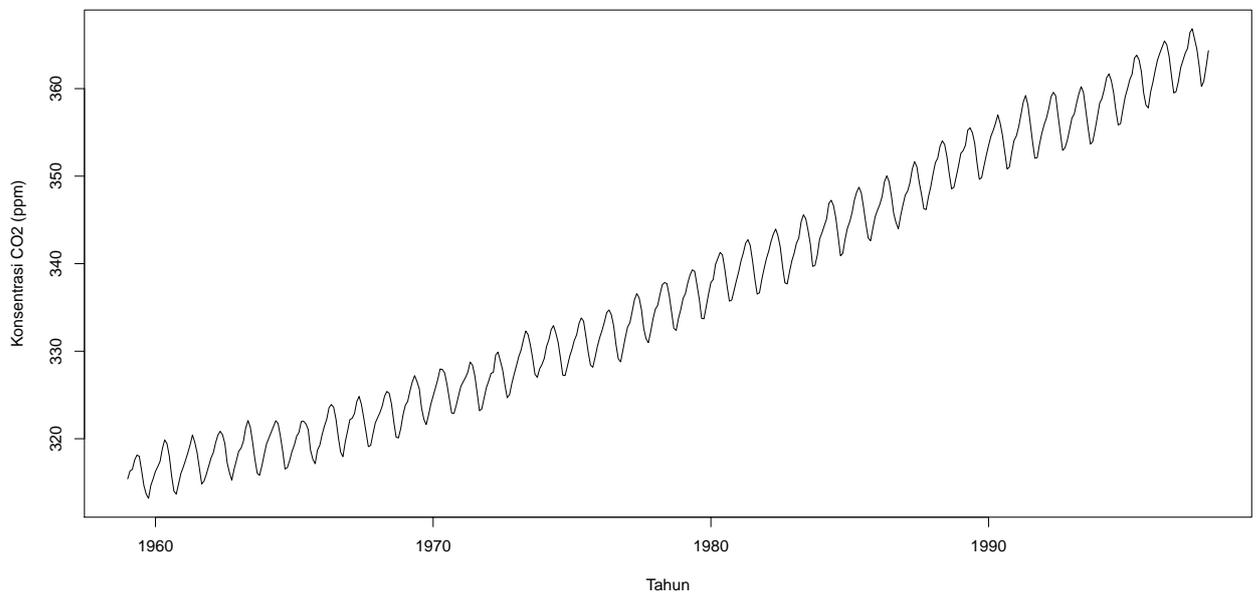
```
> plot(co2,xlab="Tahun",ylab="Konsentrasi CO2 (ppm)")
```

Contoh 1.2.3. Data pada bidang keuangan (*financial*) seperti indeks harga saham dan kurs mata uang biasanya berfluktuasi sangat tinggi. Berikut ini adalah plot data penutupan indeks Jakarta Stock Exchange (JKSE) untuk periode 4 Januari 2010 sampai dengan 23 Agustus 2012 (lihat Gambar 1.4). Data finansial seperti ini memiliki tren, namun berfluktuasi sehingga sering disebut tren stokastik.

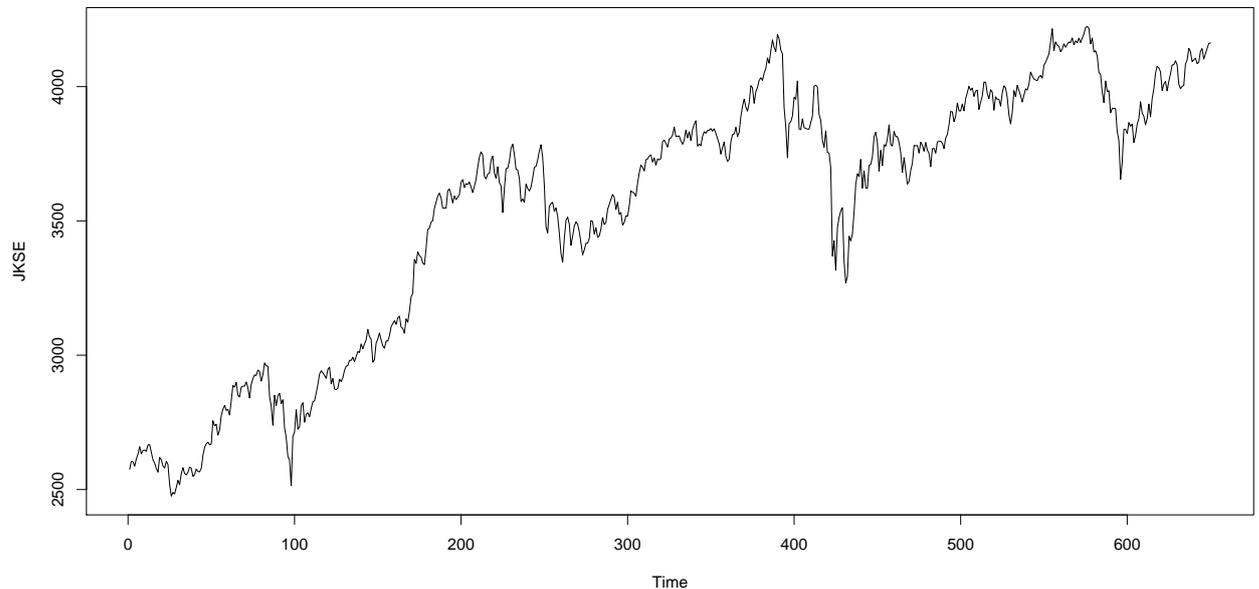
```
> JKSE <- scan("JKSE.txt")
> plot.ts(JKSE)
```



Gambar 1.2: Plot data bulanan total jumlah penumpang pesawat internasional pada periode 1949–1960 dengan label. Inisial menunjukkan nama bulan dalam bahasa Inggris.



Gambar 1.3: Plot konsentasi atmosfer CO₂ dalam *parts per million* (ppm).



Gambar 1.4: Plot indeks penutupan JKSE untuk periode 4 Januari 2010 sampai dengan 23 Agustus 2012.

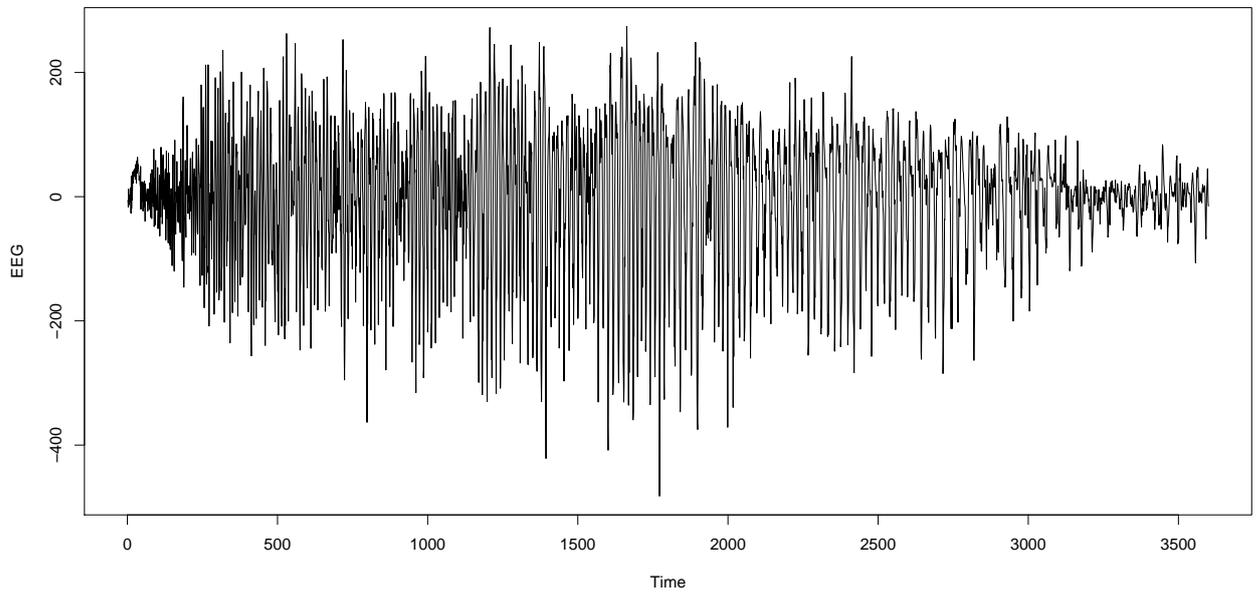
Contoh 1.2.4. Dalam bidang kedokteran dijumpai data deret waktu *electroencephalogram* (EEG) yang melacak gelombang otak yang dibuat oleh *electroencephalograph* untuk mendeteksi penyakit yang berhubungan dengan otak (*celebral disease*). Gambar 1.5 memperlihatkan plot EEG. Apa yang dapat Anda amati dari gambar tersebut?

```
> EEG <- scan("EEG.txt")
> plot.ts(EEG)
```

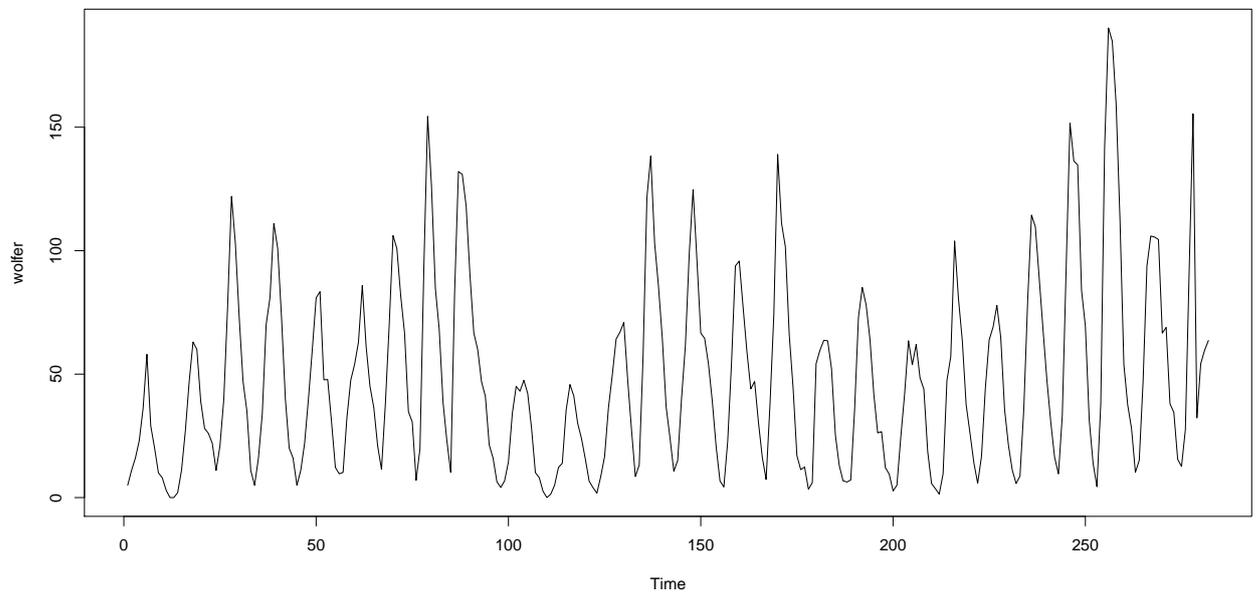
Contoh 1.2.5. Berikut ini adalah plot data tahunan bintik matahari Wölf untuk periode 1700–1983. Gambar 1.6 memperlihatkan pola siklus 10 tahunan. Silakan nanti Anda baca tentang bintik matahari dengan melakukan pencarian di Internet.

```
> wolfer <- scan("wolfer.txt", skip=1)
> plot.ts(wolfer)
```

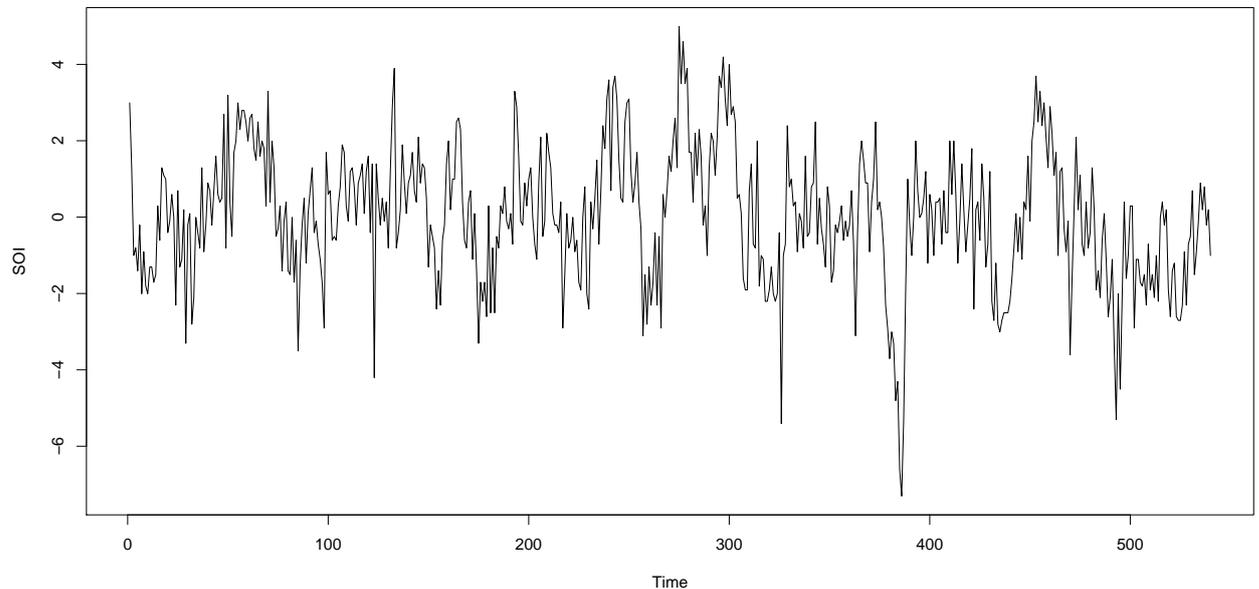
Contoh 1.2.6. Data berikut ini adalah data bulanan *Southern Oscillation Index* (SOI) selama periode 1950–1995. Indeks ini merupakan salah satu ukuran "El Nino-Southern Oscillation" yang merupakan salah satu data penting dalam studi klimatologi.



Gambar 1.5: Plot *electroencephalogram* (EEG).



Gambar 1.6: Plot data tahunan bintik matahari Wölf.



Gambar 1.7: *Southern Oscillation Index (SOI)* selama periode 1950–1995.

```
> SOI <- scan("SOI.txt")  
> plot.ts(SOI)
```

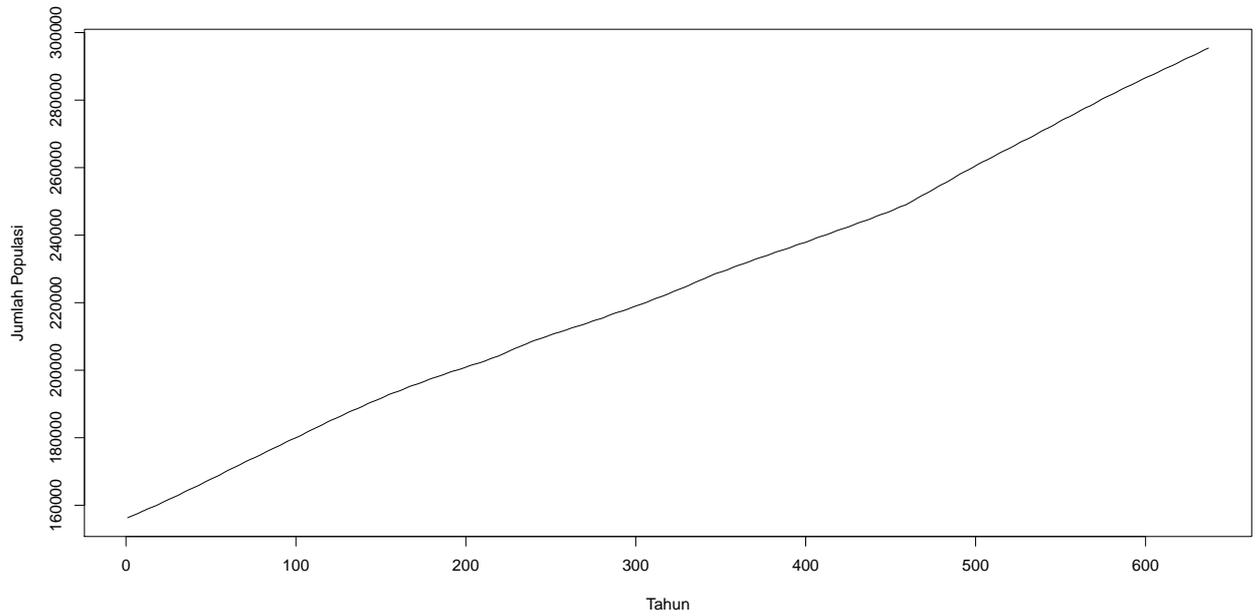
Contoh 1.2.7. Berikut ini adalah plot jumlah penduduk bulanan di Amerika Serikat mulai 1 Januari 1952 sampai dengan 1 Januari 2005.

```
> PopUSA <- read.table("PopUSA.txt", skip=3)  
> PopUSA <- PopUSA[, 3]  
> plot.ts(PopUSA, xlab="Tahun", ylab="Jumlah Populasi")
```

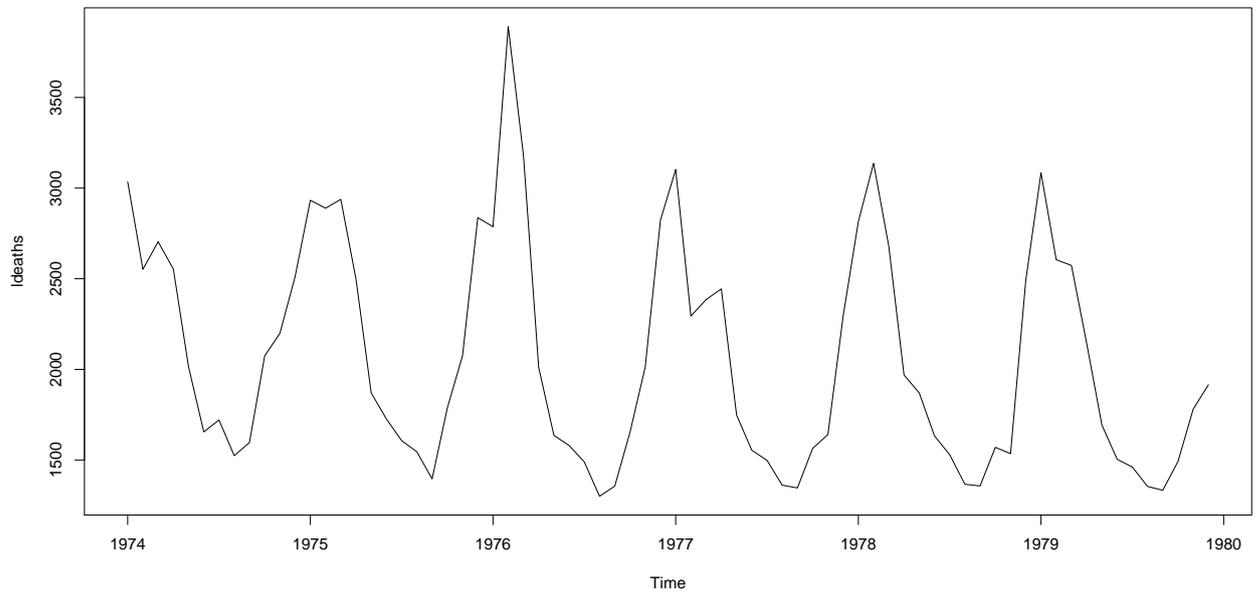
Contoh 1.2.8. Gambar 1.9 memperlihatkan kematian bulanan (laki-laki dan perempuan) di Inggris akibat bronkitis, asma, dan emfisema selama kurun waktu 15 tahun.

```
> plot(ldeaths)
```

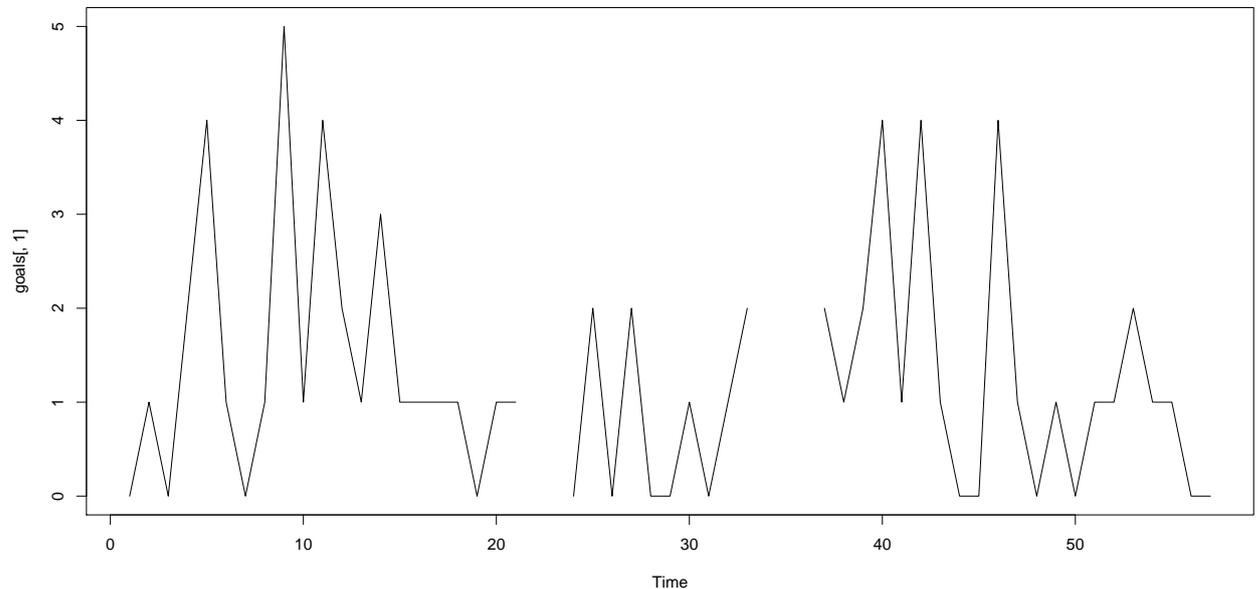
Contoh 1.2.9. Banyaknya gol dalam suatu pertandingan 1872–1987 dapat dilihat pada Gambar 1.10 berikut.



Gambar 1.8: Plot jumlah penduduk bulanan di Amerika Serikat untuk periode 1 Januari 1952 sampai dengan 1 Januari 2005.



Gambar 1.9: Plot kematian bulanan (laki-laki dan perempuan) di Inggris akibat bronkitis, asma, dan emfisema mulai 1974—1979.



Gambar 1.10: Plot gol pertandingan selama periode 1872–1987.

```
> goals <- read.table("goals.txt")
> plot.ts(goals[,1])
```

Contoh 1.2.10. Gambar 1.11 memperlihatkan banyak *lynx* yang terperangkap selama kurun waktu 1821–1934 di Kanada

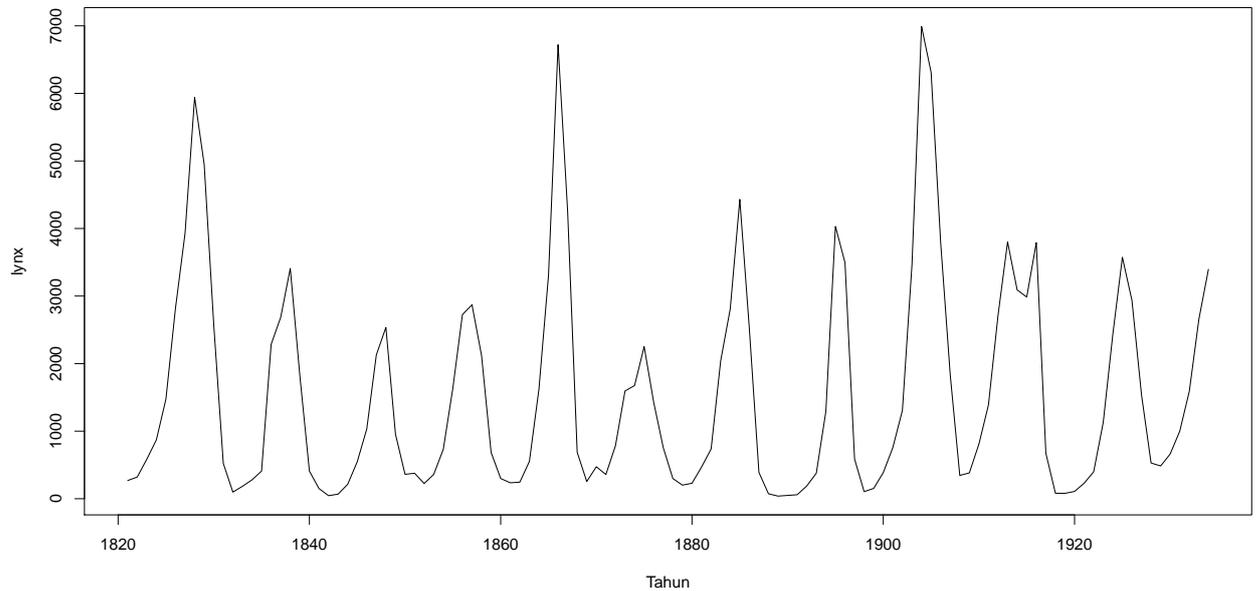
1.3 Jenis-jenis Deret Waktu

Jenis-jenis deret waktu dapat kita lihat dari berbagai sudut pandang. Berdasarkan jenis datanya deret waktu dapat dibagi menjadi dua yaitu deret waktu kontinu dan deret waktu diskret.

1.3.1 Deret Waktu Kontinu

Definisi 1.3.1. Deret waktu X_t dikatakan kontinu (*continuous time series*) jika observasi atau amatan dibuat atau dicatat secara kontinu pada suatu selang tertentu T .

Salah satu contoh deret waktu kontinu adalah deret waktu biner.



Gambar 1.11: Banyak *lynx* yang terperangkap selama kurun waktu 1821–1934 di Kanada.

1.3.2 Deret Waktu Diskret

Definisi 1.3.2. Deret waktu X_t dikatakan diskret (*discrete time series*) jika observasi hanya mengambil nilai pada waktu tertentu $T_0 = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ dan biasanya berjarak atau berselang sama (*equally spaced*).

Istilah diskret digunakan meskipun peubah terukur adalah kontinu. Kita akan lebih banyak membicarakan deret waktu diskret, sedangkan untuk deret waktu kontinu memerlukan pemahaman tentang analisis spektral terutama transformasi Fourier dan analisis harmonik.

Deret waktu diskret dapat terjadi dalam banyak cara. Misalkan terdapat deret waktu kontinu, kemudian ambil nilai-nilai pada selang yang sama untuk menghasilkan deret waktu diskret yang disebut deret tersampel (*sampled series*).

Dalam statistika biasanya kita berhubungan dengan sampel acak dari observasi bebas (*independent*). Namun dalam analisis deret waktu observasi biasanya tidak bebas (*not independent*) dan analisis harus mempertimbangkan urutan atau runtun observasi berdasarkan waktu.

Deret waktu dikatakan deterministik jika deret waktu bisa diprediksi dengan tepat. Namun, kebanyakan deret waktu bersifat stokastik. Dalam hal ini nilai masa depan hanya sebagian dipengaruhi oleh nilai-nilai masa lalu. Untuk deret waktu stokastik biasanya prediksi yang tepat hampir tidak mungkin. Oleh karena itu, kita harus menganggap bahwa nilai masa depan memiliki distribusi peluang tertentu dengan bekal pengetahuan tentang nilai-nilai masa lalu.

1.4 Tujuan Analisis Deret Waktu

Ada beberapa tujuan dari analisis deret waktu yaitu (lihat Chatfield (1984)):

1. Penggambaran (*description*)

Langkah pertama dalam analisis deret waktu biasanya adalah memplot data dan kemudian mencari beberapa ukuran-ukuran deskriptif sederhana dari deret tersebut. Melalui plot deret waktu kita bisa memperhatikan ada atau tidaknya komponen-komponen tren (*trend*), musiman (*seasonal*), dan komponen siklus (*cyclic*). Selain itu dengan melihat plot data deret waktu kita bisa mengamati adanya pencilan (*outliers*) dan adanya perubahan titik (*turning points*). Pencilan dapat berupa observasi yang benar (*valid*), namun dapat juga bersifat aneh (*freak*). Perubahan titik biasanya berhubungan dengan perubahan dari tren naik menjadi tren turun. Selain itu, kita juga bisa menghitung statistik deskriptif dasar seperti fungsi autokorelasi, autokovarians, dan periodogram (Kitagawa (2010)).

2. Pemaparan (*explanation*)

Apabila observasi diambil pada dua atau lebih peubah, maka variasi dalam deret waktu bisa digunakan untuk menjelaskan variasi dalam deret waktu lain. Model regresi berganda dan sistem-sistem linear akan berguna dalam tahap ini. Sebagai contoh bagaimana air laut dipengaruhi oleh suhu dan tekanan.

3. Prediksi (*prediction*)

Dengan ketersediaan data deret waktu maka kita bisa meramal atau memprediksi nilai-nilai data masa depan. Prediksi atau peramalan ini berhubungan erat dengan pengawasan karena suatu tindakan akan dilakukan oleh suatu perusahaan apabila terjadi sesuatu di luar prediksi targetnya.

4. Pengawasan (*control*)

Jika analisis deret waktu telah menunjukkan mutu dari proses produksi maka analisis digunakan untuk melakukan pengawasan terhadap proses. Dalam kendali mutu statistika observasi diplot dalam diagram kontrol, kemudian pengawas akan mempelajari diagram tersebut.

Dalam Kitagawa (2010) tujuan analisis deret waktu ada empat: penggambaran (*description*), pemodelan (*modelling*), prediksi (*prediction*), dan pengekstrakan sinyal (*signal extraction*). Pemodelan meliputi mengidentifikasi model yang tepat dalam menangkap struktur stokastik deret waktu (kita akan membahas ini lebih lanjut dalam konsep proses stasioner dan proses linear). Dalam pemodelan ini pulalah, kita akan memilih model yang layak dan menduga parameternya. Tahap selanjutnya pengekstrakan sinyal. Pada tahap ini kita mengekstrak informasi dasar atau berguna dari deret waktu yang disesuaikan dengan tujuan analisis.

Meskipun ada perbedaan pada tujuan kedua dan keempat pada Kitagawa (2010) dan Chatfield (1984), kita tidak akan mempermasalahkannya. Kita akan lebih memusatkan perhatian pada prediksi atau peramalan.

1.5 Klasifikasi Deret Waktu

Klasifikasi deret waktu berikut dapat dilihat pada Kitagawa (2010).

1.5.1 Domain waktu dan domain frekuensi

Ditinjau dari segi domain, analisis deret waktu dapat dibagi menjadi dua yaitu analisis deret waktu dalam domain waktu dan analisis deret waktu dalam domain frekuensi. Penjelasan kedua tipe analisis deret waktu ini adalah sebagai berikut.

1. Analisis deret waktu dalam domain waktu (*time domain*)
Deret waktu dianggap merupakan proses yang berjalan seiring dengan waktu. Analisis ini banyak melibatkan istilah-istilah dalam analisis regresi seperti autokorelasi (*autocorrelation*), autokovarians (*autocovariance*), dan autoregresif (*autoregressive*).
2. Analisis deret waktu dalam domain frekuensi (*frequency domain*)
Dalam analisis domain frekuensi, deret waktu dianggap sebagai akibat dari adanya komponen siklus pada frekuensi berbeda. Untuk mengestimasi fungsi ini digunakan prosedur yang disebut analisis spektral (*spectral analysis*).

Pada mata kuliah ini kita akan mempelajari analisis deret waktu dengan pendekatan domain waktu.

1.5.2 Deret waktu kontinu dan diskret

Pada subbab sebelumnya kita telah membicarakan sekilas deret waktu kontinu dan deret waktu diskret. Data yang dicatat secara kontinu disebut deret waktu kontinu. Contoh deret waktu kontinu adalah plot EEG. Sebaliknya, data yang dicatat pada selang waktu tertentu, misalnya per jam, disebut deret waktu diskret.

Deret waktu diskret dibedakan menjadi dua yaitu interval berjarak sama (*equally spaced intervals*) dan interval berjarak tidak sama (*unequally spaced intervals*).

1.5.3 Deret waktu univariat dan multivariat

Deret waktu yang terdiri dari observasi tunggal pada setiap titik waktu disebut deret waktu *univariat*. Contoh-contoh yang telah kita bahas pada subbab sebelumnya semuanya adalah deret waktu univariat. Deret waktu yang diperoleh dengan mencatat secara simultan dua atau lebih fenomena disebut *deret waktu multivariat*. Pada mata kuliah ini kita akan mempelajari deret waktu univariat.

1.5.4 Deret waktu stasioner dan nonstasioner

Pada beberapa data deret waktu, kita akan menjumpai fenomena acak yang dianggap sebagai realisasi dari suatu model stokastik dengan struktur invarian (*invariant structure*). Deret seperti ini disebut dengan deret waktu pegun atau stasioner (*stationary*). Namun, jika struktur stokastik deret waktu tersebut berubah sepanjang waktu (*change over time*), deret tersebut disebut deret waktu takpegun atau takstasioner (*nonstationary*).

1.5.5 Deret waktu Gauss dan non-Gauss

Apabila deret waktu berdistribusi normal, deret waktu tersebut dikatakan deret waktu Gauss (*Gaussian time series*); sebaliknya, disebut deret waktu non-Gauss (*non-Gaussian time series*). Kebanyakan model yang akan kita pelajari pada kuliah ini adalah deret waktu Gauss.

1.5.6 Deret waktu linear dan nonlinear

Deret waktu yang dapat dinyatakan sebagai luaran suatu model linear disebut deret waktu linear (*linear time series*); sebaliknya, disebut deret waktu nonlinear (*nonlinear time series*).

1.6 Pengayaan

Buku-buku seperti Cryer and Chan (2008), Shumway and Stoffer (2011), Brockwell and Davis (2016), dan Box et al. (2016) dapat digunakan untuk pengayaan lebih lanjut.

1.7 Latihan

Carilah contoh data deret waktu yang bersumber dari internet, buku, jurnal, atau sumber lain. Kemudian klasifikasikan deret waktu ke dalam jenis berikut: kontinu atau diskret, univariat atau multivariat, stasioner atau nonstasioner, Gauss atau non-Gauss, dan linear atau nonlinear.

Daftar Pustaka

George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, Gregory C. Reinsel, and Greta M. Ljung. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, fifth edition, 2016.

Peter J. Brockwell and Richard A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York, third edition, 2016.

Christopher Chatfield. *The Analysis of Time Series: An Introduction*. Chapman and Hall Ltd, London, third edition, 1984.

Jonathan D Cryer and Kung-Sik Chan. *Time Series Analysis with Applications in R*. Springer, New York, second edition, 2008.

Genshiro Kitagawa. *Introduction to Time Series Modeling*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2010.

Robert H. Shumway and David S. Stoffer. *Time Series Analysis and Its Applications with R Examples*. Springer, New York, 2011.