

Kuliah 8: Contoh Soal Ujian Tengah Semester

Tulislah jawaban Anda secara logis dan sistematis. Nilai maksimum akan diperoleh jika proses dan jawaban akhir benar. Ingat bedakan indeks dan perkalian, misalnya $X_t \neq X t$.

1. Jika X dan Y saling takbebas tetapi $\text{var}(X) = \text{var}(Y)$ hitunglah $\text{cov}(X + Y, X - Y)$. **[Total Nilai: 10]**
2. Jika $Y = a + bX$ tunjukkan bahwa $\text{cor}(X, Y) = \pm 1$. **[Total Nilai: 10]**
3. Misalkan $\{X_t\}$ adalah deret waktu stasioner dan definisikan

$$Y_t = \begin{cases} X_t, & \text{untuk } t \text{ ganjil,} \\ X_t + 3, & \text{untuk } t \text{ genap.} \end{cases}$$

- (a) Tunjukkan bahwa $\text{cov}(Y_t, Y_{t-h})$ adalah bebas dari t untuk semua beda kala (*lag*) h .
- (b) Apakah $\{Y_t\}$ stasioner?

[Total Nilai: 20]

4. Misalkan $X_1 = \theta_0 + \varepsilon_1$ dan untuk $t > 1$ definisikan X_t secara rekursif dengan $X_t = \theta_0 + X_{t-1} + \varepsilon_t$ dengan θ_0 adalah konstanta. Proses $\{X_t\}$ disebut langkah acak dengan hanyutan (*random walk with drift*).
 - (a) Tunjukkan bahwa X_t dapat ditulis sebagai $X_t = t\theta_0 + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \dots + \varepsilon_1$.
 - (b) Hitung fungsi nilai tengah X_t .
 - (c) Hitung fungsi autokovarians untuk X_t .

[Total Nilai: 20]

5. Misalkan terdapat dua proses MA(2), yang satu dengan $\theta_1 = \theta_2 = 1/6$ dan yang lain $\theta_1 = -1$ dan $\theta_2 = 6$.
 - (a) Tunjukkan bahwa kedua proses tersebut memiliki fungsi autokorelasi yang sama.
 - (b) Plot fungsi autokorelasi untuk kedua proses MA.

[Total Nilai: 20]

6. Sketsalah fungsi autokorelasi untuk model-model ARMA berikut:

(a) $X_t + 0,8X_{t-1} = \varepsilon_t - 0,4\varepsilon_{t-1}$

(b) $X_t - 0,6X_{t-1} = \varepsilon_t + 0,5\varepsilon_{t-1}$

Lakukan sampai beda kala (*lag*) lima. Apa yang dapat Anda amati? [**Total Nilai: 20**]