

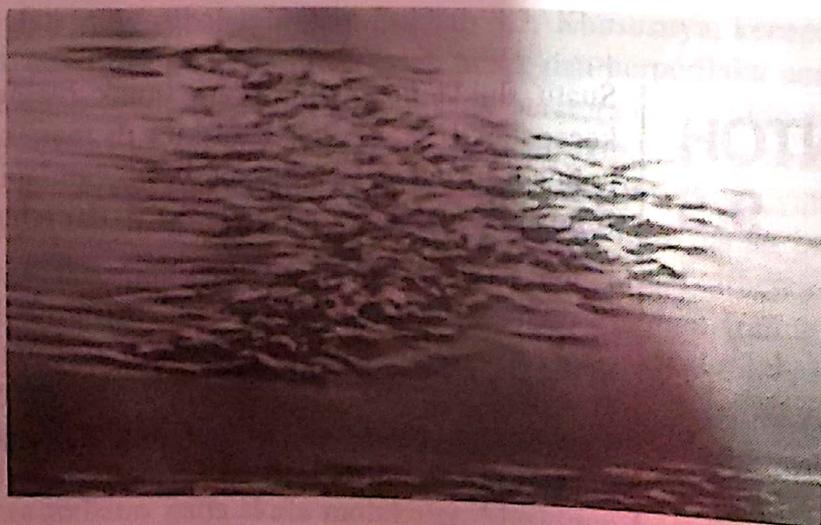
9.2.4 Transisi dari Aliran Laminar ke Turbulen

Hasil-hasil analitis yang diberikan dalam Tabel 9.2 terbatas untuk aliran lapisan batas laminar sepanjang pelat datar dengan gradien tekanan nol. Hasil-hasil tersebut sesuai dengan hasil-hasil eksperimen sampai titik di mana aliran lapisan batas menjadi turbulen, yang akan terjadi untuk kecepatan aliran bebas berapapun dan fluida apapun jika pelat cukup panjang. Hal ini berlaku karena parameter yang mengatur transisi menuju aliran turbulen adalah bilangan Reynolds—dalam hal ini bilangan Reynolds berdasarkan jarak dari ujung depan pelat, $Re_x = Ux/\nu$.

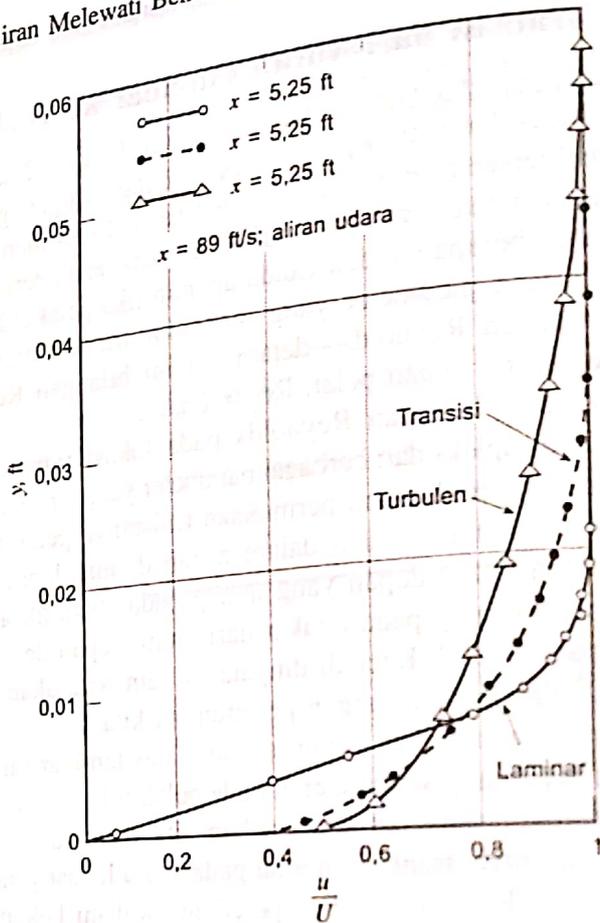
Nilai dari bilangan Reynolds pada lokasi transisi merupakan fungsi yang agak kompleks dari berbagai parameter yang terlibat, termasuk kekasaran permukaan, kelengkungan permukaan (misalnya pelat datar atau bola), dan beberapa ukuran gangguan dalam aliran di luar lapisan batas. Pada pelat datar dengan ujung depan yang lancip pada suatu aliran udara yang biasa, transisi berlangsung pada jarak x dari ujung depan dengan nilai $Re_{x_{cr}} = 2 \times 10^5$ sampai 3×10^6 . Kecuali dinyatakan lain, kita akan menggunakan $Re_{x_{cr}} = 5 \times 10^5$ dalam perhitungan-perhitungan kita.

Transisi aktual dari aliran lapisan batas laminar menuju turbulen dapat terjadi di sepanjang suatu daerah pada pelat, tidak pada suatu lokasi tertentu. Hal ini terjadi, sebagian dikarenakan sifat percikan (*spottiness*) pada saat transisi. Biasanya, transisi dimulai pada suatu lokasi yang acak pada pelat di sekitar $Re_x = Re_{x_{cr}}$. Kemudian percikan awal ini berkembang dengan cepat selagi terkonveksi ke hilir sampai seluruh lebar pelat diliputi oleh aliran turbulen. Foto pada Gambar 9.13 mengilustrasikan proses transisi ini.

Proses transisi yang kompleks dari aliran laminar menuju turbulen melibatkan ketidakstabilan medan aliran. Gangguan kecil menyebabkan aliran lapisan batas (misalnya getaran dari pelat, kekasaran dari permukaan atau suatu “goyangan” dari aliran melewati pelat), akan dapat tumbuh (instabilitas) atau luruh (stabilitas), tergantung di mana gangguan tersebut masuk ke dalam aliran. Jika gangguan ini terjadi pada lokasi dengan $Re_x < Re_{x_{cr}}$, maka gangguan ini akan menghilang, dan lapisan batas kembali ke aliran laminar pada lokasi tersebut. Gangguan yang mengenai aliran di sebuah lokasi dengan



■ GAMBAR 9.13 Percikan turbulen (*turbulent spot*) dan transisi dari aliran lapisan batas laminar ke turbulen pada pelat datar. Aliran dari kiri ke kanan (Hak foto pada B. Cantwell, Universitas Stanford).



■ GAMBAR 9.14 Profil lapisan batas yang khas dari aliran laminar, transisi, dan turbulen pada sebuah pelat datar (Ref 1).

Lapisan batas pada pelat datar akan menjadi turbulen jika pelat cukup panjang.

$Re_x > Re_{xcr}$ akan tumbuh dan mengubah aliran lapisan batas di hilir dari lokasi ini menjadi turbulensi. Kajian mengenai inisiasi, pertumbuhan dan struktur dari percikan turbulen (*turbulen burst*) merupakan suatu bidang yang sangat aktif dalam penelitian-penelitian mekanika fluida.

Transisi dari aliran laminar menjadi turbulen juga melibatkan perubahan yang terlihat dalam bentuk dari profil kecepatan lapisan batas. Profil-profil yang biasa diperoleh di sekitar lokasi transisi ditunjukkan pada Gambar 9.14. Profil turbulen lebih rata dan mempunyai gradien kecepatan lebih besar pada dinding, serta menghasilkan ketebalan lapisan batas yang lebih besar daripada profil laminar.

CONTOH 9.5

Suatu fluida mengalir secara tunak melewati sebuah pelat datar dengan kecepatan $U = 10$ ft/s. Kira-kira di manakah lokasi lapisan batasnya akan menjadi turbulen, dan berapa ketebalan lapisan batas pada titik tersebut jika fluidanya adalah (a) air pada 60°F , (b) udara standar, atau (c) gliserin pada 68°F ?

PENYELESAIAN

Untuk setiap fluida, ketebalan lapisan batas laminar diperoleh dari Persamaan 9.15

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

Lapisan batas ...

Perpindahan ... dari partikel-partikel fluida berukuran tertentu terjadi di dalam lapisan batas turbulen.

Jadi, jika kita mengasumsikan $Re_{x_{cr}} = 5 \times 10^5$, kita peroleh

$$x_{cr} = \frac{\nu Re_{x_{cr}}}{U}$$

$$x_{cr} = \frac{5 \times 10^5}{10 \text{ ft/s}} \nu = 5 \times 10^4 \nu$$

dan

$$\delta_{cr} \equiv \delta|_{x=x_{cr}} = 5 \left[\frac{\nu}{10} (5 \times 10^4 \nu) \right]^{1/2} = 354 \nu$$

di mana ν dalam ft^2/s dan x_{cr} dan δ_{cr} dalam feet. Nilai dari viskositas kinematika diperoleh dari Tabel 1.5 dan 1.7 dan diuraikan dalam Tabel C9.5 bersama dengan nilai x_{cr} dan δ_{cr} yang berkaitan

■ TABEL C9.5

Fluida	ν (ft^2/s)	x_{cr} (ft)	δ_{cr} (ft)
a. Air	$1,21 \times 10^{-5}$	0,605	0,00428
b. Udara	$1,57 \times 10^{-4}$	7,85	0,0556
c. Gliserin	$1,28 \times 10^{-2}$	640,0	4,53

(Jawaban)

Aliran laminar dapat dipertahankan pada bagian yang lebih panjang dari pelat jika viskositas meningkat. Namun demikian, aliran lapisan batas pada akhirnya akan menjadi turbulen, jika pelatnya cukup panjang. Demikian pula halnya, ketebalan lapisan batas akan lebih besar jika viskositas meningkat.

9.2.5 Aliran Lapisan Batas Turbulen

Struktur aliran lapisan batas turbulen sangat kompleks, acak dan tak beraturan. Struktur tersebut banyak memiliki karakteristik yang digambarkan pada aliran pipa turbulen yang dibahas dalam Subbab 8.3. Khususnya, kecepatan pada suatu titik tertentu di dalam aliran tidak tunak dan berperilaku acak. Aliran dapat dianggap sebagai suatu campuran tak beraturan dari eddy-eddy (atau pusaran-pusaran) yang saling berkaitan dengan ukuran yang berbeda-beda (diameter dan kecepatan angularnya). Berbagai kuantitas fluida yang terlibat (massa, momentum dan energi) dikonveksikan ke hilir dalam arah aliran bebasnya seperti dalam lapisan batas laminar. Untuk aliran turbulen kuantitas tersebut juga dikonveksikan melintasi lapisan batas (dalam arah tegak lurus terhadap pelat) dengan perpindahan secara acak dari partikel fluida berukuran tertentu yang berkaitan dengan pusaran-pusaran (eddy) turbulen. Terjadi banyak percampuran yang terlibat pada pusaran-pusaran berukuran tertentu ini—jauh lebih banyak dari percampuran yang terdapat dalam aliran laminar yang hanya terbatas pada skala molekuler. Meskipun terdapat banyak gerak acak dari partikel fluida yang tegak lurus terhadap pelat, hanya terdapat sedikit perpindahan massa netto melintasi lapisan batas—laju aliran yang terbesar adalah yang sejajar dengan pelat.

Perpindahan acak dari partikel-partikel fluida berukuran tertentu terjadi di dalam lapisan batas turbulen.

Namun demikian, terdapat transfer netto yang besar dari komponen x momentum dalam arah tegak lurus terhadap pelat karena gerak acak dari partikel-partikel. Partikel fluida yang bergerak mendekati pelat (dalam arah y negatif) mempunyai sebagian dari kelebihan momentum yang dipindahkan oleh pelat (partikel-partikel ini datang dari daerah dengan kecepatan lebih tinggi). Sebaliknya partikel-partikel yang menjauhi pelat (dalam arah y positif) mendapatkan momentum dari fluida (partikel-partikel ini datang dari daerah dengan kecepatan lebih rendah). Hasil nettonya adalah berperannya pelat sebagai sebuah penyerap momentum (*momentum sink*), yang secara terus menerus mengekstraksi momentum dari fluida. Untuk aliran laminar perpindahan melintasi tegak lurus aliran dari kuantitas tersebut semata-mata terjadi dalam skala molekuler. Untuk aliran turbulen, keacakan berkaitan dengan pencampuran partikel fluida. Akibatnya, gaya geser untuk aliran lapisan batas turbulen jauh lebih besar daripada aliran lapisan batas laminar (lihat Subbab 8.3.2)

Tidak tersedia penyelesaian eksak untuk aliran lapisan batas turbulen.

Tidak ada penyelesaian "eksak" dari aliran lapisan batas turbulen. Seperti dibahas dalam Subbab 9.2.2, telah dimungkinkan untuk menyelesaikan persamaan lapisan batas Prandtl untuk aliran laminar melewati sebuah pelat datar dengan penyelesaian Blasius (yang "eksak" dengan asumsi-asumsi yang terlibat dalam persamaan-persamaan lapisan batas). Karena tidak terdapat pernyataan yang tepat untuk tegangan geser dalam aliran turbulen (lihat Subbab 8.3), penyelesaian untuk aliran turbulen tidak tersedia. Namun demikian, upaya-upaya dasar telah banyak dilakukan untuk memperoleh penyelesaian secara numerik (komputer) untuk aliran turbulen dengan menggunakan perkiraan relasi-relasi dari tegangan geser. Kemajuan juga telah banyak dicapai dalam bidang pengintegralan penuh secara numerik dan langsung dari persamaan-persamaan pengatur dasar, yaitu persamaan Navier-Stokes.

Hasil-hasil perkiraan lapisan batas turbulen dapat juga diperoleh dengan menggunakan persamaan momentum integral, Persamaan 9.26, yang berlaku baik untuk aliran laminar ataupun turbulen. Yang kita diperlukan untuk menggunakan persamaan ini adalah perkiraan yang memadai terhadap profil kecepatan $u = U g(Y)$, di mana $Y = y/\delta$ dan u adalah kecepatan rata-rata menurut waktu (*time-average velocity*) (notasi garis di atas, \bar{u} , pada Subbab 8.3.2 telah dihapus untuk kemudahan penulisan) dan suatu hubungan fungsional yang menggambarkan tegangan geser dinding. Untuk aliran laminar, tegangan geser dinding digunakan sebagai $\tau_w = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$. Dalam teorinya, teknik seperti ini bisa juga digunakan untuk lapisan batas turbulen. Namun demikian, seperti dibahas dalam Subbab 8.3, perincian mengenai gradien kecepatan pada dinding belum bisa diketahui secara baik untuk aliran turbulen. Jadi, masih diperlukan penggunaan beberapa relasi empiris untuk tegangan geser dinding. Hal ini diilustrasikan dalam Contoh 9.6

CONTOH 9.6

Tinjau aliran turbulen dari fluida takmampu-mampat yang melewati sebuah pelat datar. Profil kecepatan lapisan batas diasumsikan sebagai $u/U = (y/\delta)^{1/7}$ untuk $Y = y/\delta \leq 1$ dan $u = U$ untuk $Y > 1$ seperti ditunjukkan dalam Gambar C9.6. Profil ini merupakan perkiraan yang memadai dari hasil pengamatan eksperimental, kecuali pada daerah yang sangat dekat dengan pelat di mana rumus tersebut memberikan $\partial u/\partial y = \infty$ pada $y = 0$. Perhatikan

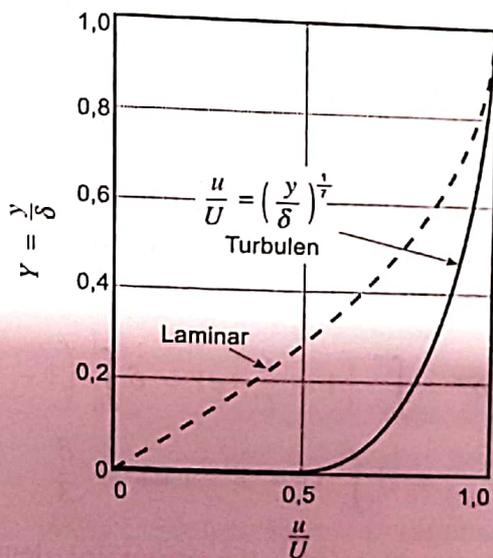
bahwa ada perbedaan antara profil turbulen yang diasumsikan dengan profil laminar. Asumsikan juga bahwa tegangan geser sesuai dengan rumus yang diperoleh dari eksperimen:

$$\tau_w = 0,225 \rho U^2 \left(\frac{\nu}{U\delta} \right)^{1/4} \quad (1)$$

Tentukan ketebalan lapisan batas δ , δ^* , Θ dan tegangan geser dinding, τ_w sebagai fungsi dari x . Tentukan juga koefisien drag gesek, C_{Df}

PENYELESAIAN

Baik aliran itu laminar atau turbulen, telah diketahui bahwa gaya drag terjadi dengan adanya pengurangan momentum dari fluida yang mengalir melewati pelat. Tegangan geser diperoleh dari Persamaan 9.26 dalam bentuk laju peningkatan ketebalan lapisan batas momentum, Θ , dengan perubahan jarak sepanjang pelat sebagai



■ GAMBAR C 9.6

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\Theta}{dx}$$

Untuk profil kecepatan yang diasumsikan, ketebalan lapisan batas momentum diperoleh dari Persamaan 9.4 sebagai

$$\Theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = \delta \int_0^1 \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dY$$

atau dengan pengintegralan

$$\Theta = \delta \int_0^1 Y^{1/7} (1 - Y^{1/7}) dY = \frac{7}{72} \delta \quad (2)$$

di mana δ adalah fungsi dari x yang tidak diketahui. Dengan mengombinasikan ketergantungan dari gaya geser yang diasumsikan (Persamaan 1) dengan Persamaan (2), kita memperoleh persamaan diferensial berikut untuk δ :

$$0,0225\rho U^2 \left(\frac{v}{U\delta}\right)^{1/4} = \frac{7}{72}\rho U^2 \frac{d\delta}{dx}$$

atau

$$\delta^{1/4} d\delta = 0,231 \left(\frac{v}{U}\right)^{1/4} dx$$

Persamaan ini dapat diintegrasikan dari $\delta = 0$ pada $x = 0$ sehingga menghasilkan

$$\delta = 0,370 \left(\frac{v}{U}\right)^{1/5} x^{4/5}$$

(3) (Jawaban)

atau dalam bentuk tak berdimensi

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,30}{\text{Re}_x^{1/5}}$$

Secara ringkas dapat dikatakan, lapisan batas di dekat ujung depan dari pelat adalah laminar, tidak turbulen, dan kondisi batas yang tepat harus berupa kesesuaian antara ketebalan lapisan batas turbulen awal (pada lokasi transisi) dengan ketebalan lapisan batas laminar pada titik tersebut. Namun demikian dalam prakteknya, lapisan batas laminar sering terdapat dalam bagian yang pendek pada pelat, dan kesalahan yang berkaitan dengan permulaan lapisan batas turbulen dengan $\delta = 0$ pada $x = 0$ dapat diabaikan.

Ketebalan perpindahan, δ^* , dan ketebalan momentum, Θ , dapat diperoleh dari Persamaan 9.3 dan 9.4 dengan pengintegralan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \delta^* &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dY = \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U}\right) dY \\ &= \delta \int_0^1 (1 - Y^{1/7}) dY = \frac{\delta}{8} \end{aligned}$$

Jadi, dengan menggabungkan persamaan ini dengan Persamaan 3 kita memperoleh

$$\delta^* = 0,0463 \left(\frac{v}{U}\right)^{1/5} x^{4/5} \quad \text{(Jawaban)}$$

Demikian pula halnya, dari Persamaan 2,

$$\Theta = \frac{7}{72}\delta = 0,0360 \left(\frac{v}{U}\right)^{1/5} x^{4/5} \quad \text{(4) (Jawaban)}$$

Ketergantungan fungsional untuk δ , δ^* dan θ , adalah sama; hanya konstanta kesebandingannya yang berbeda. Biasanya $\theta < \delta^* < \delta$.

Dengan menggabungkan Persamaan 1 dan 3, kita memperoleh hasil berikut ini untuk tegangan geser dinding

$$\tau_w = 0,0225\rho U^2 \left[\frac{v}{U(0,370)(v/U)^{1/5} x^{4/5}} \right]^{1/4} = \frac{0,0288\rho U^2}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \text{(Jawaban)}$$

Persamaan ini dapat diintegrasikan di sepanjang pelat untuk memperoleh *drag* gesek pada satu sisi pelat, \mathcal{D}_f sebagai

$$\mathcal{D}_f = \int_0^\ell b\tau_w dx = b(0,0288\rho U^2) \int_0^\ell \left(\frac{v}{Ux}\right)^{1/5} dx$$

atau

$$\mathcal{D}_f = 0,0360\rho U^2 \frac{A}{\text{Re}_\ell^{1/5}}$$

di mana $A = b\ell$ adalah luas pelat (Hasil ini juga dapat diperoleh dengan menggabungkan Persamaan 9.23 dan pernyataan untuk ketebalan momentum yang diberikan dalam Persamaan 4). Koefisien *drag* gesek yang berkaitan, C_{Df} adalah

$$C_{Df} = \frac{\mathcal{D}_f}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} = \frac{0,0720}{\text{Re}_\ell^{1/5}} \quad \text{(Jawaban)}$$

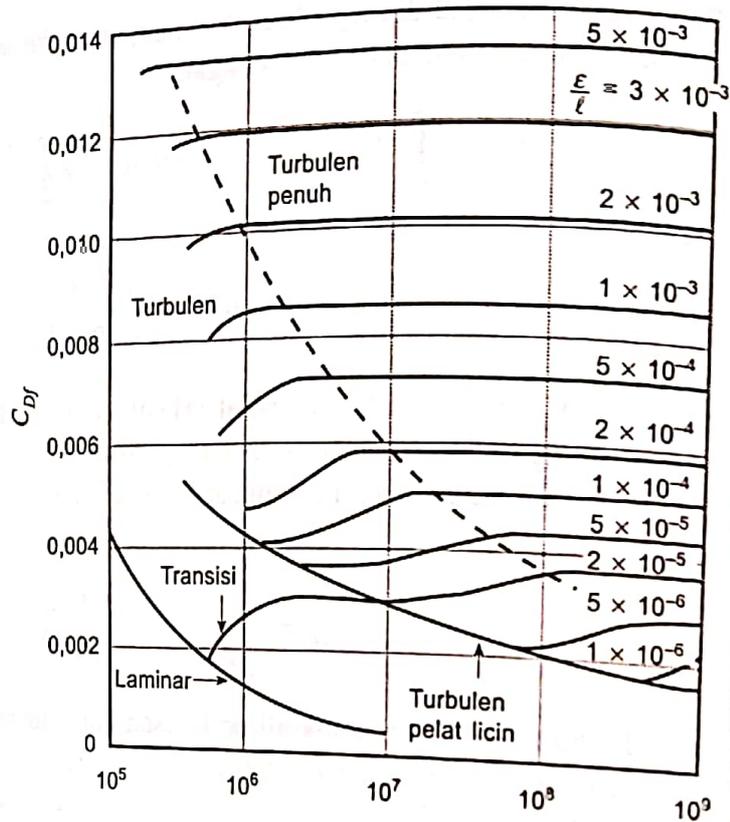
Perhatikan bahwa untuk aliran lapisan batas turbulen, ketebalan lapisan batas meningkat terhadap x sebagai $\delta \sim x^{4/5}$ dan tegangan geser berkurang dengan $\tau_w \sim x^{-1/5}$. Untuk aliran laminar, ketergantungan ini masing-masing adalah $x^{1/2}$ dan $x^{-1/2}$. Karakter acak dari aliran turbulen menyebabkan struktur yang berbeda dari aliran.

Jelas bahwa hasil-hasil yang ditunjukkan dalam contoh ini hanya berlaku pada kisaran validitas data aslinya—profil kecepatan dan tegangan geser yang diasumsikan. Kisaran ini meliputi pelat datar licin dengan $5 \times 10^5 < \text{Re}_\ell < 10^7$.

Secara umum, koefisien *drag* untuk sebuah pelat datar dengan panjang ℓ adalah sebuah fungsi dari bilangan Reynolds, Re_ℓ dan kekasaran relatif, ϵ/ℓ . Hasil-hasil berbagai eksperimen yang meliputi kisaran yang luas dari parameter yang terlibat ditunjukkan dalam Gambar 9.15. Untuk aliran lapisan batas laminar, koefisien *drag* adalah sebuah fungsi yang hanya terdiri dari bilangan Reynolds—kekasaran permukaan tidak penting. Hal ini serupa dengan aliran laminar dalam sebuah pipa. Namun demikian, untuk aliran turbulen, kekasaran permukaan mempengaruhi tegangan geser dan tentu saja, koefisien *drag*. Hal ini serupa dengan aliran pipa turbulen di mana kekasaran permukaan dapat menembus ke dalam atau melewati sublapisan viskos di sebelah dinding dan mengubah aliran dalam lapisan yang tipis namun sangat penting ini (lihat **Subbab 8.4.1**). Nilai-nilai kekasaran, ϵ , untuk berbagai bahan yang berbeda dapat diperoleh dari **Tabel 8.1**

Diagram koefisien *drag* pada Gambar 9.15 (aliran lapisan batas) memiliki banyak kesamaan karakteristik dengan diagram Moody yang sudah kita kenal (aliran pipa) pada Gambar 8.23, meskipun mekanisme yang mengatur aliran berbeda. Aliran pipa horizontal berkembang penuh diatur oleh kesetimbangan antara gaya tekanan dengan gaya viskos. Inersia fluida tetap konstan di seluruh aliran. Aliran lapisan batas pada pelat datar horizontal diatur oleh kesetimbangan antara efek inersia dengan gaya viskos. Tekanan tetap konstan di seluruh aliran. (Seperti dibahas dalam **Subbab 9.2.6**, untuk aliran lapisan batas pada permukaan melengkung, tekanan tidak konstan).

Koefisien drag pada pelat datar adalah fungsi dari kekasaran relatif dan bilangan Reynolds.



■ GAMBAR 9.15 Koefisien drag gesek untuk sebuah pelat datar yang sejajar dengan aliran hulu (Ref. 18 dengan izin).

■ TABEL 9.3 Persamaan Empiris untuk Koefisien Drag Pelat datar (Ref. 1)

Persamaan	Kondisi aliran
$C_{Df} = 1,328 / (Re_l)^{0,5}$	Aliran laminar
$C_{Df} = 0,455 / (\text{Log } Re_l)^{2,58} - 1700 / Re_l$	Transisional dengan $Re_{acr} = 5 \times 10^5$
$C_{Df} = 0,455 / (\text{Log } Re_l)^{2,58}$	Turbulen, pelat licin
$C_{Df} = [1,89 - 1,62 \text{ Log } \epsilon / \ell]^{-2,5}$	Turbulen penuh

Berbagai persamaan tersedia untuk koefisien drag pada pelat datar

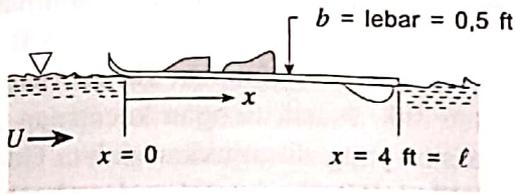
Seringkali lebih mudah jika kita mempunyai sebuah persamaan koefisien drag sebagai sebuah fungsi dari bilangan Reynolds dan kekasaran relatif ketimbang suatu penyajian dalam bentuk grafik seperti yang diberikan dalam Gambar 9.15. Meskipun tidak ada sebuah persamaan yang berlaku untuk seluruh kisaran $Re_l - \epsilon / \ell$, persamaan yang terdapat dalam Tabel 9.3 dapat digunakan dengan baik untuk kondisi yang ditunjukkan.

CONTOH 9.7

Ski air yang ditunjukkan pada Gambar C9.7a bergerak melalui air bersuhu 70 °F dengan kecepatan U . Perkiraan drag yang disebabkan oleh tegangan geser pada bagian bawah ski untuk $0 < U < 30$ ft/s

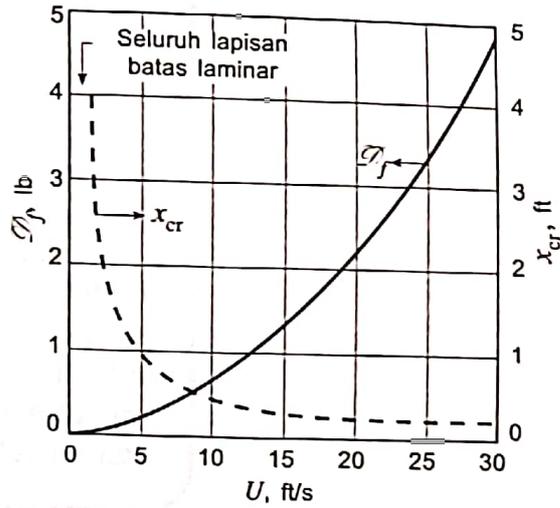
PENYELESAIAN

Jelas bahwa ski bukanlah pelat datar sejajar dengan aliran hulu.



(a)

■ GAMBAR C9.7



(b)

yang memadai untuk gaya geser dengan memakai hasil-hasil dari pelat datar. Artinya, *drag gesek*, \mathcal{D}_f , yang disebabkan oleh tegangan geser pada bagian bawah ski (tegangan geser dinding) dapat ditentukan sebagai

$$\mathcal{D}_f = \frac{1}{2} \rho U^2 l b C_{Df}$$

Dengan $A = lb = 4 \text{ ft} \times 0,5 \text{ ft} = 2 \text{ ft}^2$, $\rho = 1,94 \text{ slugs/ft}^3$, dan $\mu = 2,04 \times 10^{-5} \text{ lb} \cdot \text{s/ft}^2$ (lihat Tabel B.1) kita mendapatkan

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_f &= \frac{1}{2} (1,94 \text{ slugs/ft}^3) (2,0 \text{ ft}^2) U^2 C_{Df} \\ &= 1,94 U^2 C_{Df} \end{aligned} \quad (1)$$

di mana \mathcal{D}_f dan U dalam pound dan ft/s.

Koefisien gesekan C_{Df} dapat diperoleh dari Gambar 9.15 atau dari persamaan yang tepat yang diberikan dalam Tabel 9.3. Seperti yang akan kita lihat, untuk persoalan ini, kebanyakan aliran berada dalam rezim transisi di mana kedua bagian, laminar dan turbulen dari aliran lapisan batas menempati panjang yang cukup besar dari pelat tersebut. Kita memilih untuk menggunakan nilai C_{Df} dari tabel.

Untuk kondisi yang diberikan kita memperoleh

$$Re_\ell = \frac{\rho U \ell}{\mu} = \frac{(1,94 \text{ slugs/ft}^3) (4 \text{ ft}) U}{2,04 \times 10^{-5} \text{ lb} \cdot \text{s/ft}^2} = 3,80 \times 10^5 U$$

di mana U dalam ft/s. Dengan $U = 10 \text{ ft/s}$, atau $Re_\ell = 3,80 \times 10^6$, kita dapatkan dari Tabel 9.3 $C_{Df} = 0,455/(\log Re_\ell)^{2,58} - 1700/Re_\ell = 0,00308$. Dari Persamaan 1 *drag* yang dihasilkan adalah

$$\mathcal{D}_f = 1,94 (10)^2 (0,00308) \approx 0,598 \text{ lb}$$

Dengan meliputi kisaran kecepatan hulu yang dibahas, kita memperoleh hasil-hasil yang ditunjukkan dalam Gambar C9.7b.

Jika $Re \leq 1000$, hasil dari teori lapisan batas tidak valid—efek inersia tidak cukup dominan dan lapisan batas tidak cukup tipis dibandingkan dengan panjang pelat. Untuk persoalan ini, hal ini bersesuaian dengan $U = 2,63 \times 10^{-3} \text{ ft/s}$. Untuk seluruh tujuan praktis U lebih besar daripada nilai ini, dan aliran melewati ski adalah jenis aliran lapisan batas.

Perkiraan lokasi transisi dari laminar ke aliran lapisan batas sebagaimana yang didefinisikan oleh $Re_{cr} = \rho U x_{cr} / \mu = 5 \times 10^5$ ditunjukkan dalam Gambar C9.7b. Sampai $U = 1,31$ ft/s seluruh lapisan batas adalah laminar. Bagian dari lapisan batas yang laminar berkurang seiring meningkatnya U sampai hanya bagian depan 0,18 ft laminar berkurang

Bagi mereka yang menggunakan ski air, jelas bahwa $U = 30$ ft/s yang lebih besar untuk ditarik dengan kecepatan 30 ft/s daripada $U = 30$ lb = 9,76 lb (dua ski) yang ditunjukkan dalam Gambar C9.7b. Seperti yang dibahas dalam Subbab 9.3, *drag* total pada sebuah benda diperlukan air terdiri lebih dari hanya sekedar *drag* gesek. Komponen lain, termasuk *drag* tekanan dan *drag* pembuat gelombang, memberi tambahan yang cukup besar terhadap hambatan total.

9.2.6 Efek Gradien Tekanan

Pembahasan lapisan batas dalam bagian sebelumnya dari Subbab 9.2 menangani aliran di sepanjang pelat datar di mana tekanan konstan di seluruh fluida. Secara umum, ketika sebuah fluida mengalir melewati sebuah benda selain pelat datar, medan tekanan tidak seragam. Seperti ditunjukkan dalam Gambar 9.6, jika bilangan Reynolds besar, lapisan-lapisan batas yang relatif tipis akan berkembang di sepanjang permukaan. Di dalam lapisan-lapisan ini komponen-komponen gradien tekanan dalam arah aliran (yaitu sepanjang permukaan benda) tidak nol, meskipun gradien tekanan tegak lurus terhadap permukaan kecil dan dapat diabaikan. Artinya, jika kita akan mengukur tekanan sambil bergerak melintasi lapisan batas dari benda menuju tepi lapisan batas, kita akan mendapati bahwa tekanan pada dasarnya konstan. Namun demikian, tekanan bervariasi dalam arah sepanjang permukaan benda jika benda melengkung. Variasi dari *kecepatan aliran bebas*, U_{fs} , kecepatan fluida pada tepi lapisan batas, adalah penyebab dari gradien tekanan di dalam lapisan batas. Karakteristik dari seluruh aliran (baik di dalam ataupun di luar lapisan batas) seringkali sangat tergantung pada efek gradien tekanan pada fluida di dalam lapisan batas.

Untuk sebuah pelat datar yang sejajar dengan aliran hulu, kecepatan hulu (yang jauh di depan pelat) dan kecepatan aliran bebas (yang berada pada tepi lapisan batas) adalah sama $-U = U_{fs}$. Hal ini adalah konsekuensi dari ketebalan pelat yang diabaikan. Untuk benda-benda dengan ketebalan yang tidak nol, kedua kecepatan ini berbeda. Hal ini dapat dilihat pada aliran yang melewati sebuah silinder bundar dengan diameter D . Kecepatan dan tekanan hulu masing-masing adalah U dan p_o . Jika fluida benar-benar inviscid ($\mu = 0$), bilangan Reynoldnya akan tak terhingga ($Re = \rho UD / \mu = \infty$) dan garis-garis arus akan simetris, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 9.16a. Kecepatan fluida di sepanjang permukaan akan bervariasi dari $U_{fs} = 0$ pada bagian paling depan dan paling belakang silinder (titik A dan F adalah titik stagnasi) sampai maksimum $U_{fs} = 2U$ pada bagian atas dan bawah silinder (titik C). Tekanan pada permukaan dari silinder akan simetris terhadap bidang tengah vertikal silinder, yang mencapai nilai maksimum dari $p_o + \rho U^2 / 2$ (tekanan stagnasi) pada bagian depan dan belakang silinder, dan nilai minimum sebesar $p_o - 3\rho U^2 / 2$ pada bagian atas dan bawah silinder. Distribusi

Kecepatan aliran bebas pada permukaan melengkung tidak konstan.

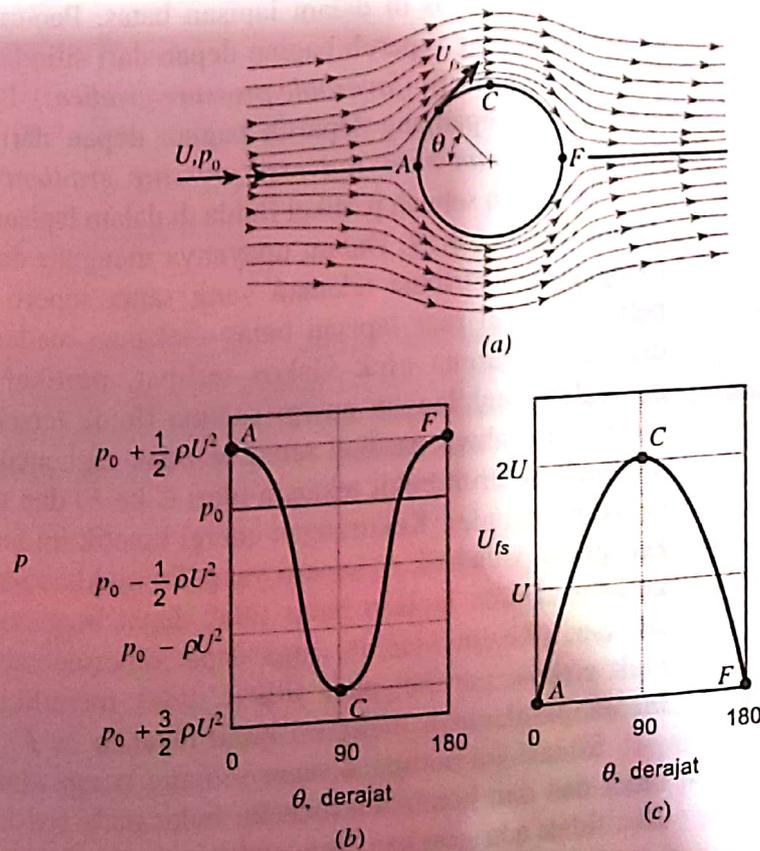
tekanan dan kecepatan aliran bebas ditunjukkan dalam Gambar 9.16b dan 9.16c. Karakteristik ini dapat diperoleh dari analisis aliran potensial pada Subbab 6.6.3.

Karena tidak adanya viskositas (karena itu, $\tau_w = 0$) dan kesimetrisan dari distribusi tekanan untuk aliran inviscid melewati sebuah silinder bundar, jelas bahwa *drag* pada silinder adalah nol. Meskipun tidak jelas, dapat ditunjukkan bahwa *drag* adalah nol untuk setiap benda yang tidak menghasilkan *lift* (simetris ataupun tidak) dalam sebuah fluida inviscid (Ref. 4). Namun demikian, berdasarkan bukti-bukti eksperimen kita ketahui pasti terdapat *drag netto*. Jelas, karena tidak ada fluida yang benar-benar inviscid, alasan dari *drag* yang teramati pasti disebabkan oleh efek viskos.

Untuk menguji hipotesis ini, kita dapat mengadakan eksperimen dengan mengukur *drag* pada sebuah benda (seperti silinder bundar) di dalam serangkaian fluida dengan nilai viskositas yang menurun. Cukup mengejutkan mendapati bahwa berapapun kecilnya viskositas (misalkan tidak tepat nol), kita akan dapat mengukur suatu *drag* tertentu, yang pada dasarnya tidak tergantung dari nilai μ . Seperti yang ditunjukkan dalam Subbab 6.6.3, hal ini membawa kita pada apa yang disebut sebagai *paradoks d'Alembert*—*drag* pada sebuah benda di dalam fluida inviscid adalah nol, tetapi *drag* pada sebuah benda di dalam fluida dengan viskositas yang sangat kecil (tetapi tidak nol) besarnya tidak nol.

Penyebab dari paradoks di atas dapat dijelaskan sebagai efek dari gradien tekanan pada aliran lapisan batas. Perhatikan aliran dengan bilangan Reynolds besar dari sebuah fluida nyata (viskos) yang melewati silinder bundar. Seperti

Jika tidak ada viskositas, tidak akan ada drag tekanan atau drag gesek pada sebuah silinder.



■ GAMBAR 9.16 Aliran inviscid melewati sebuah silinder: (a) garis-garis arus aliran jika tidak ada efek viskos, (b) distribusi tekanan pada permukaan silinder, (c) kecepatan aliran bebas pada permukaan silinder.

Gradien tekanan pada aliran luar bekerja pada seluruh fluida lapisan batas.

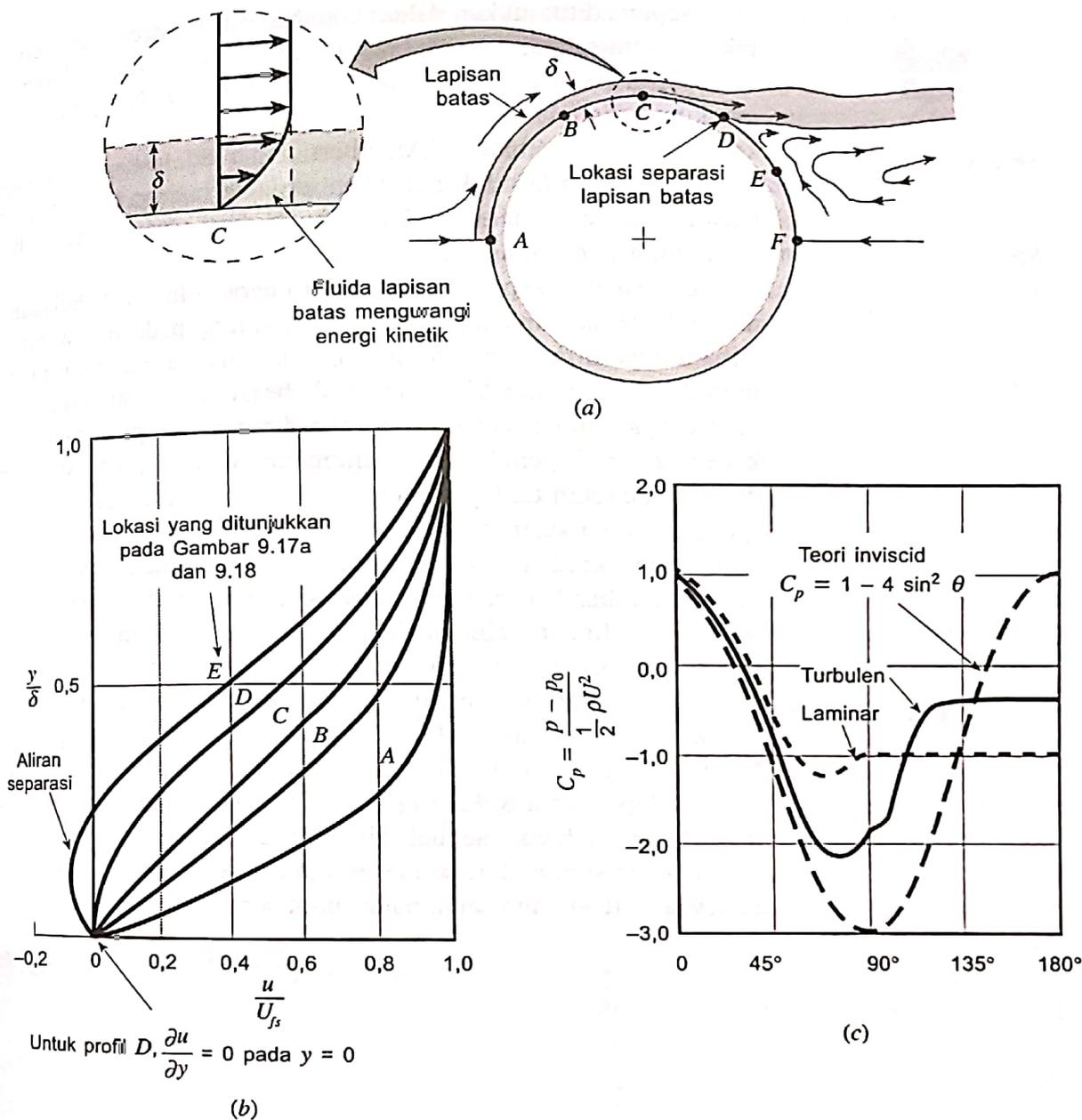
telah dibahas dalam Subbab 9.1.2, kita memperkirakan efek viskos akan terbatas pada lapisan batas tipis di dekat permukaan. Hal ini memungkinkan fluida melekat ($V = 0$) pada permukaan—suatu kondisi yang diperlukan dari setiap fluida, jika $\mu \neq 0$. Gagasan dasar dari teori lapisan batas adalah bahwa lapisan batas tersebut cukup tipis sehingga tidak banyak mempengaruhi aliran di luar lapisan batas. Berdasarkan alasan ini, untuk bilangan Reynolds yang besar, aliran di sebagian besar medan aliran dapat diperkirakan seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 9.16a yaitu medan aliran inviscid.

Distribusi tekanan yang ditunjukkan dalam Gambar 9.16b bekerja pada aliran lapisan batas sepanjang permukaan silinder. Kenyataannya, terdapat variasi tekanan yang dapat diabaikan melintasi lapisan batas yang tipis sehingga distribusi tekanan di dalam lapisan batas adalah seperti yang diberikan oleh medan aliran inviscid. Distribusi tekanan ini sedemikian sepanjang silinder hingga fluida diam pada hidung silinder ($U_{fs} = 0$ pada $\theta = 0$) dipercepat mencapai kecepatan maksimumnya ($U_{fs} = 2U$ pada $\theta = 90^\circ$) dan kemudian diperlambat kembali menjadi kecepatan nol pada bagian belakang silinder ($U_{fs} = 0$ pada $\theta = 180^\circ$). Hal ini dapat terjadi karena suatu kesetimbangan antara tekanan dan efek-efek inersia; efek viskos tidak ada untuk aliran inviscid di luar lapisan batas.

Secara fisika, dengan ketidakhadiran efek viskos, sebuah partikel fluida yang bergerak dari depan ke belakang silinder melintasi “bukit tekanan” dari $\theta = 0$ sampai $\theta = 90^\circ$ (dari titik A ke C pada Gambar 9.16b) dan kemudian menuruni bukit ke $\theta = 180^\circ$ (dari titik C ke F) tanpa kehilangan energi sedikitpun. Terdapat pertukaran antara energi kinetik dan energi tekanan, namun tidak ada kehilangan energi. Distribusi tekanan yang sama juga bekerja pada fluida viskos di dalam lapisan batas. Penurunan tekanan dalam arah aliran sepanjang separuh bagian depan dari silinder disebut sebagai *gradien tekanan semestinya (favorable pressure gradient)*. Peningkatan tekanan dalam arah aliran sepanjang separuh bagian belakang dari silinder disebut sebagai *gradien tekanan balik (adverse pressure gradient)*.

Tinjaulah sebuah partikel fluida di dalam lapisan batas seperti ditunjukkan dalam Gambar 9.17. Dalam upayanya mengalir dari A ke F, fluida tersebut mengalami distribusi tekanan yang sama seperti partikel di dalam aliran bebas tepat di luar lapisan batas—tekanan medan aliran inviscid. Namun demikian, karena efek viskos terlibat, partikel di dalam lapisan batas mengalami kehilangan energi selama fluida tersebut mengalir. Kehilangan ini berarti bahwa partikel tersebut tidak lagi memiliki cukup energi untuk melintasi seluruh bukit tekanan (dari C ke F) dan mencapai titik F di bagian belakang silinder. Kekurangan energi kinetik ini terlihat dalam rincian profil kecepatan pada titik C, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.17a. Karena gesekan, fluida lapisan batas tidak dapat bergerak dari depan ke belakang silinder. (Kesimpulan ini juga dapat diperoleh dari konsep bahwa karena efek viskos, partikel pada titik C tidak memiliki cukup momentum yang memungkinkannya melintasi bukit tekanan ke F).

Situasi ini serupa dengan seorang pengendara sepeda yang menuruni bukit dan kemudian menaiki bukit pada sisi lainnya dari suatu lembah. Jika tidak ada gesekan, pengendara yang mulai dengan kecepatan nol akan mencapai ketinggian yang sama dengan tempat dari mana dia mulai. Jelas bahwa gesekan (hambatan gelinding, *drag aerodinamika*, dan lain-lain) menyebabkan suatu kehilangan energi (dan momentum).



■ G A M B A R 9.17 Karakteristik lapisan batas pada silinder bundar: (a) lokasi separasi lapisan batas, (b) profil kecepatan lapisan batas pada umumnya di berbagai lokasi pada silinder (c) distribusi tekanan permukaan untuk aliran inviscid dan aliran batas.

tidak mungkin bagi pengendara untuk mencapai ketinggian yang sama dengan tempat di mana dia mulai tanpa adanya tambahan energi (yaitu dengan mengayuh pedal). Fluida di dalam lapisan batas tidak memiliki suplai energi seperti itu. Jadi, fluida mengalir melawan tekanan yang meningkat sejauh fluida tersebut mampu, sampai pada suatu titik di mana lapisan batas berpisah (terangkat) dari permukaannya. *Perpisahan (separasi) lapisan batas* ini ditunjukkan dalam Gambar 9.17a (Lihat foto pada permulaan Bab 7, 9, dan 11). Profil kecepatan yang biasa pada lokasi yang mewakili di sepanjang permukaan ditunjukkan pada Gambar 9.17b. Pada lokasi separasi (profil D), gradien kecepatan pada dinding dan tegangan geser dinding nol. Di luar lokasi itu (dari D ke E) terdapat aliran balik di dalam lapisan batas.



μ longsor

15
lapisan
yebabkan
lapisan

Seperti ditunjukkan dalam Gambar 9.17c, karena separasi lapisan batas di separuh bagian belakang dari silinder lebih kecil daripada di separuh bagian depan. Jadi sebuah *drag* tekanan yang lebih kecil daripada meskipun (karena viskositas yang kecil) *drag* geser yang besar terbentuk kecil. Maka paradoks D'Alembert dapat dijelaskan. Berapapun sangat viskositas, apabila tidak nol, akan terdapat lapisan batas yang mungkin sangat permukaan yang menimbulkan sebuah *drag* yang sebagian besarnya tidak tergantung pada nilai μ .

Lokasi dari separasi, lebar dari daerah olakan di belakang benda, dan distribusi tekanan pada permukaan tergantung pada sifat aliran lapisan batas. Dibandingkan dengan lapisan batas laminar, aliran lapisan batas turbulen memiliki energi kinetik yang lebih besar dan momentum yang berkaitan dengannya karena: (1) seperti yang ditunjukkan pada Gambar C9.6, profil kecepatannya karena: (1) seperti yang ditunjukkan pada Gambar C9.6, profil kecepatan lebih penuh, lebih hampir menyerupai profil seragam yang ideal dan (2) mungkin terdapat energi yang besar berkaitan dengan arus berputar (pusaran), komponen-komponen acak dari kecepatan yang tidak muncul dalam komponen x kecepatan rata-rata terhadap waktu. Jadi seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 9.17c, lapisan batas turbulen dapat mengalir lebih jauh di sekeliling silinder (lebih jauh mendaki bukit tekanan) sebelum mengalami separasi dibandingkan dengan lapisan batas laminar.

Struktur dari medan aliran yang melewati silinder bundar sangat berbeda untuk fluida dengan viskositas nol dibandingkan dengan fluida viskos, berapapun kecilnya viskositas tersebut asalkan tidak nol. Hal ini disebabkan separasi lapisan batas. Konsep yang serupa berlaku untuk bentuk benda yang lain. Aliran melewati sebuah airfoil pada *sudut serang* (sudut antara aliran hulu dengan sumbu dari benda) nol ditunjukkan dalam Gambar 9.18a; aliran melewati airfoil yang sama pada sudut serang 5° ditunjukkan dalam Gambar



(a)



9.18b. Di sepanjang bagian depan dari airfoil, tekanan menurun dalam arah aliran—sebuah gradien tekanan semestinya. Di sepanjang bagian belakang tekanan meningkat dalam arah aliran—sebuah gradien tekanan balik. Profil kecepatan lapisan batas pada beberapa lokasi yang mewakili sama seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 9.17b untuk aliran yang melewati silinder bundar. Jika gradien tekanan balik tidak terlalu besar (karena benda tidak terlalu “tebal”), fluida lapisan batas dapat mengalir ke dalam daerah yang tekanannya sedikit meningkat (yaitu dari C ke ujung belakang *trailing edge* dalam Gambar 9.18a) tanpa berseparasi dari permukaan. Namun demikian, jika gradien tekanan terlalu membalik (karena sudut serang terlalu besar), lapisan batas akan berpisah dari permukaan seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 9.18b. Situasi seperti itu dapat menimbulkan hilangnya *lift* yang sangat luar biasa yang disebut *stall*, yang dibahas pada Subbab 9.4.

Benda-benda yang *streamlined* biasanya dirancang untuk menghilangkan (atau setidaknya mengurangi) efek separasi, sementara benda tidak *streamlined* umumnya memiliki drag yang relatif besar karena tekanan rendah di daerah yang terseparasi (olakan). Meskipun lapisan batas mungkin cukup tipis, lapisan tersebut dapat sangat mengubah seluruh medan aliran karena terjadinya separasi lapisan batas. Gagasan ini dibahas dalam Subbab 9.3.

Separasi lapisan batas menyebabkan sayap pesawat terbang mengalami stall.

9.2.7 Persamaan Lapisan Batas Momentum Integral dengan Gradien Tekanan Tidak Nol

Hasil-hasil lapisan batas yang dibahas pada Subbab 9.2.2 dan 9.2.3 berlaku hanya untuk lapisan batas dengan gradien tekanan nol. Hasil-hasil tersebut bersesuaian dengan profil kecepatan berlabel C dalam Gambar 9.1.7b. Karakteristik lapisan batas untuk aliran dengan gradien tekanan tidak nol dapat diperoleh dari persamaan lapisan batas berupa persamaan diferensial parsial non linier serupa dengan Persamaan 9.8 dan 9.9, dengan gradien tekanan yang diikutsertakan dengan semestinya. Pendekatan seperti itu berada di luar cakupan buku ini (Ref. 1,2).

Pendekatan alternatifnya adalah memperluas teknik persamaan lapisan batas momentum-integral (Subbab 9.2.3) sehingga dapat diterapkan untuk aliran-aliran dengan gradien tekanan tidak nol. Persamaan momentum-integral untuk aliran lapisan batas dengan gradien tekanan nol, Persamaan 9.26, merupakan suatu pernyataan mengenai kesetimbangan antara gaya geser pada pelat (yang diwakili oleh τ_w) dan laju perubahan momentum dari fluida di dalam lapisan batas [diwakili oleh $\rho U^2/(d\theta/dx)$]. Untuk aliran-aliran seperti itu, kecepatan aliran bebas konstan ($U_{fs} = U$). Jika kecepatan aliran bebas tidak konstan [$U_{fs} = U_{fs}(x)$, di mana x adalah jarak yang diukur sepanjang benda melengkung], tekanan tidak akan konstan. Hal ini mengikuti persamaan Bernoulli dengan efek gravitasi yang diabaikan, karena $p + \rho U_{fs}^2/2$ konstan sepanjang garis arus di luar lapisan batas. Jadi

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U_{fs} \frac{dU_{fs}}{dx} \quad (9.34)$$

Untuk suatu benda tertentu, kecepatan aliran bebas dan gradien tekanan yang berkaitan pada permukaan dapat diperoleh dari teknik aliran inviscid (aliran potensial) yang dibahas pada Subbab 6.7. (Ini adalah cara bagaimana hasil-hasil untuk silinder bundar pada Gambar 9.16 bisa diperoleh.)

Aliran di dalam lapisan batas dengan gradien tekanan tidak nol sangat serupa dengan yang ditunjukkan oleh Gambar 9.11, kecuali bahwa kecepatan hulu, U , digantikan oleh kecepatan aliran bebas, $U_{fs}(x)$, dan tekanan pada bagian (1) dan (2) tidak perlu sama. Dengan menggunakan komponen x dari persamaan momentum (Persamaan 5.22) dengan tegangan geser dan gradien tekanan yang sesuai pada permukaan atur seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.11, persamaan momentum integral untuk aliran lapisan batas berikut ini dapat diperoleh:

Pengaruh gradien tekanan dapat diikutsertakan dalam persamaan menentukan integral.

$$\tau_w = \rho \frac{d}{dx} (U_{fs}^2 \Theta) + \rho \delta^* U_{fs} \frac{dU_{fs}}{dx} \tag{9.35}$$

Penurunan persamaan ini serupa dengan penurunan dari persamaan yang berkaitan untuk aliran lapisan batas dengan tekanan konstan, yakni Persamaan 9.26, meskipun penambahan efek gradien tekanan membawa suku tambahan (Ref. 1, 2, 3). Sebagai contoh, ketebalan momentum lapisan batas, θ , dan ketebalan perpindahan, δ^* , keduanya ikut terlibat.

Persamaan 9.35 yang merupakan persamaan momentum-integral umum untuk aliran lapisan batas dua-dimensi, menggambarkan suatu kesetimbangan antara gaya viskos (dinyatakan oleh τ_w), gaya tekanan (dinyatakan oleh $\rho U_{fs} dU_{fs}/dx = -dp/dx$), dan momentum fluida (dinyatakan oleh θ , ketebalan momentum lapisan batas). Dalam kasus khusus sebuah pelat datar, $U_{fs} = U = \text{konstan}$ dan Persamaan 9.35 menjadi Persamaan 9.26.

Persamaan 9.35 dapat digunakan untuk memperoleh informasi lapisan batas dengan cara yang serupa dengan yang dilakukan pada lapisan batas pelat datar (Subbab 9.2.3). Artinya, untuk bentuk benda yang ditentukan, kecepatan aliran bebas, U_{fs} , ditentukan, dan sekumpulan dari perkiraan profil lapisan batas diasumsikan. Persamaan 9.35 kemudian digunakan untuk memberikan informasi mengenai ketebalan lapisan batas, tegangan geser dinding dan sifat-sifat lain yang ingin diketahui. Perincian dari teknik ini tidak termasuk cakupan buku ini (Ref. 1, 3).

9.3 Drag

Seperti yang telah dibahas dalam Subbab 9.1, setiap benda yang bergerak melalui suatu fluida akan mengalami *drag*, \mathcal{D} —suatu gaya netto dalam arah aliran karena tekanan dan gaya geser pada permukaan benda. Gaya netto ini, yang merupakan kombinasi komponen gaya pada arah aliran dari gaya-gaya normal dan tangensial pada benda, dapat ditentukan dengan menggunakan Persamaan 9.1 dan 9.2, jika distribusi tekanan, p , dan tegangan geser dinding, τ_w , diketahui. Hanya pada kasus-kasus tertentu (sangat jarang) distribusi ini dapat ditentukan secara analitis. Aliran lapisan batas yang melewati sebuah pelat datar sejajar dengan aliran hulu seperti yang dibahas dalam Subbab 9.2 adalah salah satu contoh kasusnya. Kemajuan saat ini dalam bidang komputasi dinamika fluida (yaitu dengan menggunakan komputer untuk memecahkan persamaan-persamaan pengatur pada medan aliran) telah memberikan hasil-hasil yang menjanjikan untuk bentuk-bentuk yang lebih kompleks. Namun demikian, masih banyak usaha yang harus dilakukan di bidang ini.

Sebagian besar informasi yang tersedia mengenai *drag* pada sebuah benda adalah hasil dari eksperimen. Untuk aliran tak viskos dengan

terowongan angin, terowongan air, tangki towing, dan peralatan-peralatan lainnya yang digunakan untuk mengukur drag model-model yang diskala. Seperti yang dibahas pada **Bab 7**, data-data ini dapat dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi dan hasilnya dapat diperbandingkan dengan tepat untuk perhitungan prototipe. Biasanya, hasil untuk benda berbentuk tertentu adalah sebuah koefisien *drag*, C_D , di mana

$$C_D = \frac{\mathcal{D}}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \quad (9.36)$$

dan C_D adalah fungsi dari parameter tak berdimensi lainnya seperti bilangan Reynolds, Re , bilangan Mach, Ma , bilangan Froude, Fr , dan kekasaran relatif, ϵ/ℓ . Artinya,

$$C_D = \phi(\text{bentuk}, Re, Ma, Fr, \epsilon/\ell)$$

Karakter dari C_D sebagai fungsi dari parameter-parameter ini dibahas dalam Subbab ini.

Koefisien drag adalah fungsi dari parameter-parameter tak berdimensi lainnya.

9.3.1 Drag Gesekan

Drag gesekan, \mathcal{D}_f , adalah bagian dari *drag* yang langsung disebabkan oleh tegangan geser, τ_w pada benda. *Drag* ini bukan hanya merupakan fungsi dari besar tegangan geser dinding, tetapi juga arah orientasi permukaan di mana gaya tersebut bekerja. Hal ini ditunjukkan dengan faktor $\tau_w \sin \theta$ dalam Persamaan 9.1. Jika permukaan sejajar dengan kecepatan hulu, seluruh gaya geser berkontribusi langsung terhadap *drag*. Hal ini berlaku untuk pelat datar sejajar dengan aliran seperti yang dibahas dalam Subbab 9.2. Jika permukaan tegak lurus terhadap kecepatan hulu, tegangan geser tidak memberikan kontribusi apapun terhadap *drag*. Hal ini terjadi pada pelat datar yang tegak lurus terhadap kecepatan hulu seperti yang dibahas dalam Subbab 9.1.

Secara umum, permukaan sebuah benda akan terdiri dari bagian yang sejajar dan tegak lurus terhadap aliran hulu, dan juga pada arah di antaranya. Silinder bundar adalah salah satunya. Karena fluida-fluida yang umum viskositasnya kecil, kontribusi dari gaya geser terhadap *drag* keseluruhan pada benda seringkali sangat kecil. Pernyataan seperti ini seharusnya disajikan dalam suku-suku tak berdimensi. Hal ini karena bilangan Reynolds untuk aliran-aliran yang lazim sangat besar, persentase *drag* yang disebabkan langsung oleh tegangan geser seringkali sangat kecil. Namun demikian, untuk benda-benda yang sangat *streamlined* atau untuk aliran dengan bilangan Reynolds rendah, sebagian besar *drag* mungkin disebabkan oleh *drag* gesekan. *Drag* gesekan pada pelat datar dengan lebar b dan panjang ℓ yang sejajar dengan aliran hulu dapat dihitung dengan

$$\mathcal{D}_f = \frac{1}{2}\rho U^2 b \ell C_{Df}$$

di mana C_{Df} adalah koefisien *drag* gesekan. Nilai dari C_{Df} diberikan sebagai fungsi dari bilangan Reynolds, $Re_\ell = \rho U \ell / \mu$, dan kekasaran relatif, ϵ/ℓ , di dalam **Gambar 9.15** dan **Tabel 9.3** adalah hasil dari analisis lapisan batas dan eksperimen-eksperimen (lihat Subbab 9.2). Nilai-nilai yang umum untuk

Drag gesekan (viskos) dihasilkan oleh tegangan geser viskos.

kekasaran, ϵ , pada berbagai permukaan diberikan dalam Tabel 8.1. Seperti pada aliran pipa yang dibahas dalam Bab 8, aliran dibagi atas dua kategori yang berbeda—laminar atau turbulen, dengan rezim transisi yang menghubungkannya. Koefisien drag (dan juga drag) bukan suatu fungsi dari kekasaran pelat untuk aliran laminar. Namun demikian, untuk aliran turbulen, kekasaran sangat mempengaruhi nilai C_{Df} . Seperti pada aliran pipa, ketergantungan ini adalah akibat dari elemen kekasaran permukaan yang menonjol ke dalam atau melewati sublapisan laminar (lihat Subbab 8.3).

Kebanyakan benda bukanlah pelat datar yang sejajar dengan aliran, namun kebanyakan benda tersebut adalah permukaan-permukaan melengkung yang di sepanjangnya memiliki tekanan bervariasi. Seperti yang telah dibahas dalam Subbab 9.2.6, hal ini berarti bahwa karakter lapisan batas, termasuk gradien kecepatan pada dinding, berbeda untuk kebanyakan benda dibandingkan dengan karakter pelat datar. Hal ini dapat dilihat dari perubahan bentuk profil lapisan batas sepanjang silinder dalam Gambar 9.17b.

Penentuan tegangan geser secara tepat di sepanjang permukaan benda melengkung sangat sulit untuk diperoleh. Meskipun hasil-hasil perkiraan dapat diperoleh dengan berbagai teknik (Ref. 1,2), hal ini di luar cakupan buku teks ini. Seperti yang ditunjukkan dalam contoh berikut ini, jika tegangan geser diketahui, kontribusinya terhadap drag dapat ditentukan.

CONTOH 9.8

Fluida viskos tak mampu-mampat mengalir melewati sebuah silinder bundar yang ditunjukkan dalam Gambar C9.8a. Menurut suatu teori lanjut aliran lapisan batas, lapisan batas tersebut tetap melekat pada silinder sampai lokasi separasi pada $\theta \approx 108,8^\circ$ dengan tegangan geser dinding tak berdimensi seperti yang ditunjukkan dalam Gambar C9.8b (Ref. 1). Tegangan geser pada silinder di daerah olakan $108,8 < \theta < 180^\circ$, dapat diabaikan. Tentukan koefisien drag, C_{Df} pada silinder hanya berdasarkan drag gesekan saja.

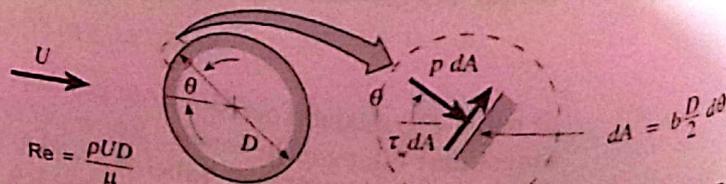
PENYELESAIAN

Drag gesekan, \mathcal{G}_f , dapat ditentukan dari Persamaan 9.1 sebagai

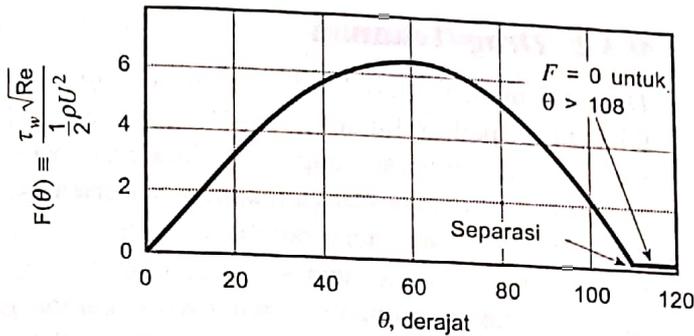
$$\mathcal{G}_f = \int \tau_w \sin \theta \, dA = 2 \left(\frac{D}{2} \right) b \int_0^\pi \tau_w \sin \theta \, d\theta$$

di mana b adalah panjang dari silinder. Perhatikan bahwa θ dalam radian (bukan derajat) untuk memastikan dimensi yang sesuai dari $dA = 2(D/2) b d\theta$. Jadi,

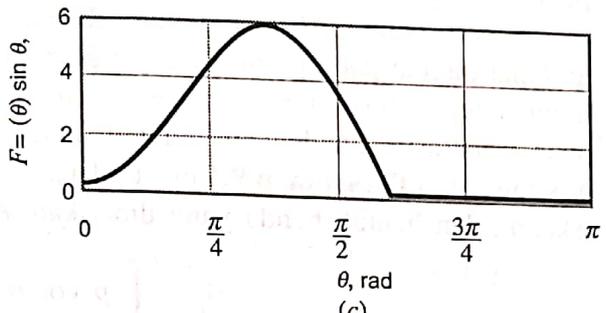
$$C_{Df} = \frac{\mathcal{G}_f}{\frac{1}{2} \rho U^2 b D} = \frac{2}{\rho U^2} \int_0^\pi \tau_w \sin \theta \, d\theta$$



■ GAMBAR C9.8



(b)



(c)

■ GAMBAR C9.8 (lanjutan)

Hal ini dapat dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi dengan menggunakan parameter tegangan geser tak berdimensi $F(\theta) = \tau_w \sqrt{Re} / (\rho U^2 / 2)$, yang diberikan dalam Gambar C9.8b sebagai berikut

$$C_{Df} = \int_0^\pi \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} \sin \theta \, d\theta = \frac{1}{\sqrt{Re}} \int_0^\pi \frac{\tau_w \sqrt{Re}}{\frac{1}{2} \rho U^2} \sin \theta \, d\theta$$

di mana $Re = \rho U D / \mu$. Jadi,

$$C_{Df} = \frac{1}{\sqrt{Re}} \int_0^\pi F(\theta) \sin \theta \, d\theta \tag{1}$$

Fungsi $F(\theta) \sin \theta$ yang diperoleh dari Gambar C9.8b, diplot dalam Gambar C9.8c. Pengintegralan yang diperlukan untuk mendapatkan C_{Df} dari Persamaan 1 dapat dilakukan dengan teknik numerik yang tepat atau dengan metode pendekatan grafik untuk menentukan luas di bawah kurva yang diberikan.

Hasil dari $\int_0^\pi F(\theta) \sin \theta \, d\theta = 5,93$ atau

$$C_{Df} = \frac{5,93}{\sqrt{Re}} \tag{Jawaban}$$

Perhatikan bahwa *drag* total harus menyertakan *drag* tegangan geser (gesekan) dan *drag* tekanan. Seperti yang akan kita lihat dalam Contoh 9.9, untuk silinder bundar, sebagian besar *drag* disebabkan oleh gaya tekanan.

Hasil *drag* gesekan di atas berlaku hanya jika aliran lapisan batas pada silinder laminar. Seperti dibahas dalam Subbab 9.3.3, untuk silinder licin hal ini berarti $Re = \rho U D / \mu < 3 \times 10^5$. Hasil tersebut juga berlaku untuk aliran yang bilangan Reynoldsnya cukup besar untuk memastikan bahwa struktur lapisan batas pada aliran. Untuk silinder, hal ini berarti $Re > 100$.