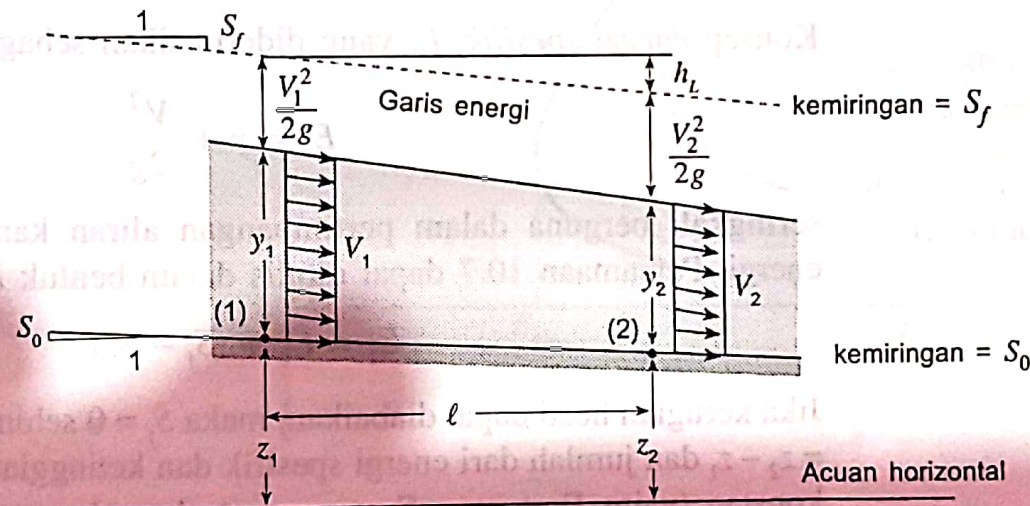


aliran gas mampu-mampat, di mana Ma adalah bilangan Mach. Beberapa keserupaan ini dibahas di dalam bab ini dan dalam Bab 11.

10.3 Pertimbangan Energi

Suatu segmen bagian dari aliran kanal-terbuka ditunjukkan pada Gambar 10.6. Kemiringan dari dasar kanal (atau *kemiringan dasar*), $S_0 = (z_1 - z_2) / \ell$, diasumsikan konstan sepanjang segmen yang ditunjukkan. Kedalaman dan kecepatan fluida adalah y_1, y_2, V_1 , dan V_2 seperti yang ditunjukkan. Perhatikan bahwa kedalaman fluida diukur dalam arah vertikal dan jarak x adalah horizontal. Untuk kebanyakan aliran kanal-terbuka, nilai dari S_0 sangat kecil (dasarnya biasanya hampir horizontal). Sebagai contoh, sungai Mississippi turun sejauh 1470 ft sepanjang panjangnya 2350 mi, sehingga memberikan nilai rata-rata $S_0 = 0,000118$. Dalam keadaan demikian, nilai x dan y sering diambil sebagai jarak sepanjang dasar kanal dan kedalaman tegak lurus



■ GAMBAR 10.6 Geometri dari kanal-terbuka.

terhadap dasar, dengan sedikit perbedaan yang dapat diabaikan akibat dua sistem koordinat tersebut.

Dengan asumsi profil kecepatan seragam pada penampang manapun dari kanal, persamaan energi satu-dimensi untuk aliran ini (Persamaan 5.84) menjadi

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad (10.5)$$

di mana h_L adalah kerugian head karena efek viskos antara bagian (1) dan (2) dan $z_1 - z_2 = S_0 \ell$. Karena tekanan pada dasarnya adalah hidrostatis pada setiap penampang, kita dapatkan $p_1/\gamma = y_1$ dan $p_2/\gamma = y_2$ sehingga Persamaan 10.5 menjadi

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + S_0 \ell = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (10.6)$$

Salah satu kesulitan dari menganalisa aliran kanal-terbuka, serupa dengan yang dibahas dalam Bab 8 untuk aliran pipa, adalah berkaitan dengan penentuan kerugian head dalam bentuk parameter-parameter fisika lainnya. Tanpa masuk kepada hal yang lebih detil saat ini, kita menulis kerugian head dalam suku kemiringan garis energi, $S_f = h_L/\ell$ (sering disebut sebagai *kemiringan gesekan*), seperti ditunjukkan pada Gambar 10.6. Ingat kembali dari Bab 3 bahwa garis energi terletak pada jarak z (ketinggian dari suatu acuan pada dasar kanal) ditambah dengan head tekanan (p/γ) ditambah head kecepatan ($V^2/2g$) di atas acuan. Jadi, Persamaan 10.6 dapat dituliskan sebagai

$$y_1 - y_2 = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (S_f - S_0)\ell \quad (10.7)$$

Jika tidak terdapat kerugian head, garis energi menjadi horizontal ($S_f = 0$), dan energi total dari aliran bebas untuk berubah antara energi kinetik dan energi potensial dengan tetap memenuhi hukum kekekalan. Dalam hal yang spesifik untuk dasar kanal horizontal ($S_0 = 0$) dan kerugian head yang dapat diabaikan ($S_f = 0$), Persamaan 10.7 menjadi

$$y_1 - y_2 = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g}$$

10.3.1 Energi Spesifik

Konsep *energi spesifik*, E , yang didefinisikan sebagai

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (10.8)$$

seringkali berguna dalam pertimbangan aliran kanal-terbuka. Persamaan energi, Persamaan 10.7 dapat ditulis dalam bentuk E sebagai

$$E_1 = E_2 + (S_f - S_0)\ell \quad (10.9)$$

Jika kerugian head dapat diabaikan, maka $S_f = 0$ sehingga $(S_f - S_0)\ell = -S_0\ell = z_2 - z_1$ dan jumlah dari energi spesifik dan ketinggian dari dasar kanal tetap konstan (yaitu $E_1 + z_1 = E_2 + z_2$, suatu bentuk pernyataan dari Persamaan Bernoulli).

Energi spesifik adalah jumlah dari energi potensial dan energi kinetik (per satuan berat).

Jika kita meninjau suatu kanal sederhana yang bentuk penampangnya adalah segiempat dengan lebar b , energi spesifik dapat dituliskan dalam suku laju aliran per satuan luas, $q = Q/b = Vy/b = Vy$, sebagai

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \tag{10.10}$$

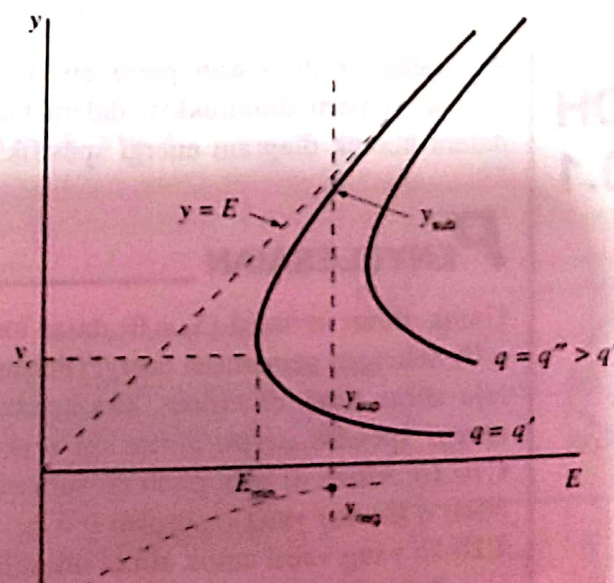
Untuk kanal yang ditentukan dengan lebar konstan, nilai q tetap konstan sepanjang kanal, meskipun kedalamannya, y , mungkin bervariasi. Untuk mendapatkan gambaran lebih jauh mengenai proses aliran yang terlibat, mari kita tinjau *diagram energi spesifik*, sebuah grafik dari $E = E(y)$ dengan q tetap, sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 10.7.

Untuk q dan E yang diberikan, Persamaan 10.10 adalah persamaan pangkat tiga dengan tiga penyelesaian, y_{sup} , y_{sub} dan y_{neg} . Jika energi spesifik cukup besar (yaitu $E > E_{min}$, di mana E_{min} adalah fungsi dari q), dua dari penyelesaian bernilai positif dan yang lain, y_{neg} , negatif. Akar negatif, yang ditunjukkan oleh kurva dengan garis putus-putus dalam Gambar 10.7, tidak mempunyai makna fisik dan dapat diabaikan. Jadi, untuk sebuah laju aliran dan energi spesifik yang diberikan, terdapat dua kemungkinan kedalaman, kecuali garis vertikal dari sumbu E tidak berpotongan dengan kurva energi spesifik yang berkaitan dengan nilai q yang diberikan ($E < E_{min}$). Dua kedalaman ini disebut kedalaman alternatif (*alternate depth*).

Untuk nilai-nilai yang besar dari E , cabang atas dan bawah dari diagram energi spesifik (y_{sub} dan y_{sup}) masing-masing mendekati $y = E$ dan $y = 0$. Batas-batas ini bersesuaian dengan kanal yang sangat dalam mengalir sangat lambat ($E = y + V^2/2g \rightarrow y$ jika $y \rightarrow \infty$ dengan $q = Vy$ tetap), atau aliran sangat cepat pada kanal dangkal ($E = y + V^2/2g \rightarrow V^2/2g$ jika $y \rightarrow 0$).

Seperti ditunjukkan dalam Gambar 10.7, $y_{sup} < y_{sub}$. Jadi, karena $q = Vy$ konstan sepanjang kurva, maka $V_{sup} > V_{sub}$, di mana subskrip "sub" dan "sup" pada kecepatan bersesuaian dengan kedalaman yang ditandai dengan subskrip yang sama. Diagram energi spesifik terdiri dari dua bagian yang

Untuk nilai energi spesifik yang ditentukan, suatu aliran dapat mempunyai kedalaman alternatif



■ GAMBAR 10.7 Diagram energi spesifik

dibagi oleh “hidung” kurva, E_{min} . Kita akan melihat bahwa kondisi aliran pada lokasi ini berkaitan dengan kondisi kritis ($Fr = 1$), di bagian atas kurva berkaitan dengan kondisi subkritis (maka diberi subskrip “sub”), dan yang di bagian bawah kurva berkaitan dengan kondisi superkritis (maka diberi subskrip “sup”).

Untuk menentukan nilai dari E_{min} , kita menggunakan Persamaan 10.10 dan menetapkan $dE/dy = 0$ untuk memperoleh

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

atau

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (10.11)$$

di mana subskrip “c” menyatakan kondisi pada E_{min} . Dengan mensubstitusikan kembali ke Persamaan 10.10 kita mendapatkan

$$E_{min} = \frac{3y_c}{2}$$

Dengan menggabungkan Persamaan 10.11 dan $V_c = q/y_c$ kita memperoleh

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \frac{(y_c^{3/2} g^{1/2})}{y_c} = \sqrt{gy_c}$$

atau $Fr_c = V_c/(gy_c)^{1/2} = 1$. Jadi kondisi kritis ($Fr = 1$) terjadi pada lokasi E_{min} . Karena lapisan lebih dalam dan kecepatan lebih rendah untuk bagian atas dari diagram energi spesifik (dibandingkan dengan kondisi pada E_{min}), aliran seperti itu adalah subkritis ($Fr < 1$). Sebaliknya, aliran untuk bagian bawah dari diagram adalah superkritis. Jadi untuk suatu laju aliran yang diberikan, q , jika $E > E_{min}$ terdapat dua kemungkinan, yang satu subkritis dan yang lainnya superkritis.

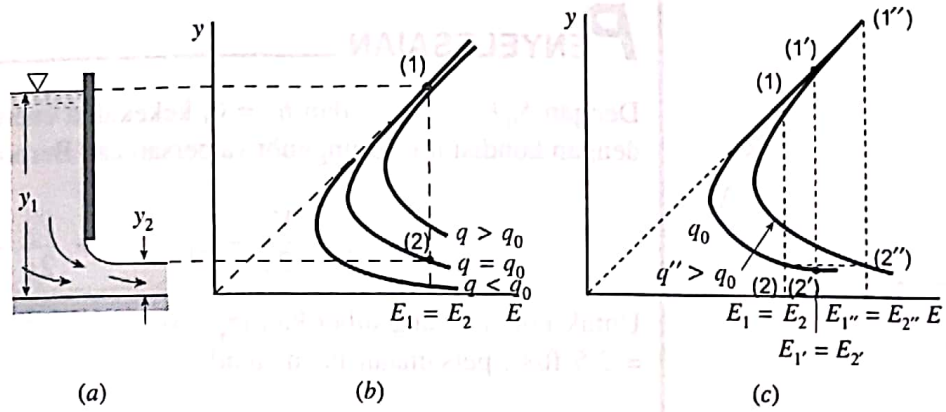
CONTOH 10.1

Air mengalir di bawah pintu air dengan kanal segiempat yang lebarnya konstan seperti ditunjukkan dalam Gambar C10.1a. Gambarkan aliran ini dalam bentuk diagram energi spesifik. Asumsikan aliran inviscid.

PENYELESAIAN

Untuk aliran inviscid ($S_f = 0$) dasar kanal adalah horizontal, $z_1 = z_2$ (atau $S_0 = 0$), sehingga persamaan energi (Persamaan 10.9) menjadi $E_1 = E_2$. Meskipun laju aliran tidak diberikan, kita ketahui bahwa $q_1 = q_2$ dan bahwa diagram energi spesifik untuk aliran ini seperti yang ditunjukkan dalam Gambar C10.1b. Aliran di hulu pintu air subkritis sementara aliran di hilir superkritis. Nilai q khusus yang diperoleh $q = q_0$, sehingga kurva spesifik pada Gambar C10.1b yang valid untuk aliran ini, diilustrasikan oleh $E_1 = E_2$ untuk $y_1 = y_2$.

Laju aliran bisa tetap sama untuk kanal ini bahkan jika kedalaman hulu meningkat. Hal ini ditunjukkan oleh kedalaman $y_1 = y_2$, dalam Gambar C10.1c. Tentu saja, untuk melakukan hal ini jarak antara dasar pintu air dan



■ GAMBAR S10.1

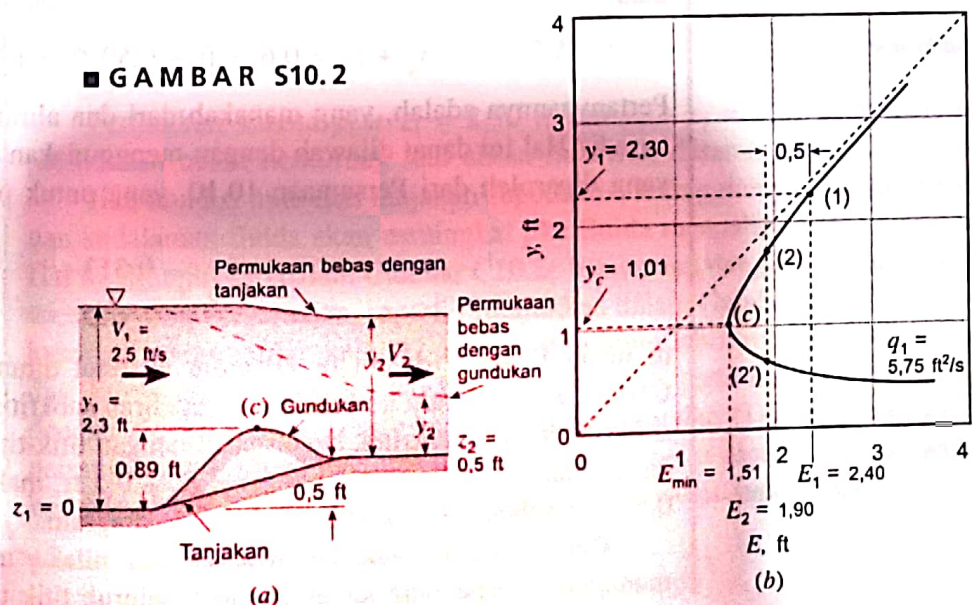
dasar kanal harus dikurangi untuk memberikan luas aliran yang lebih kecil ($y_2' < y_2$), dan kedalaman hulu harus ditingkatkan untuk memberikan head yang lebih besar ($y_1' > y_1$). Sebaliknya, jika pintu air tetap sehingga kedalaman hilir tetap ($y_2'' = y_2$), laju aliran akan meningkat ketika kedalaman hulu meningkat menjadi $y_1'' > y_1$. Hal ini ditunjukkan dalam Gambar C10.1c oleh kurva dengan laju aliran $q'' > q_0$.

Seringkali keadaan memungkinkan untuk menentukan berbagai karakteristik dari aliran dengan meninjau diagram energi spesifik. Contoh 10.2 mengilustrasikan hal ini untuk suatu situasi di mana elevasi dasar kanal tidak konstan.

CONTOH 10.2

Air mengalir menaiki tanjakan berketinggian 0,5 ft dalam suatu kanal segiempat dengan lebar konstan pada laju $q = 5,75 \text{ ft}^2/\text{s}$ seperti ditunjukkan dalam Gambar C10.2a (Untuk saat ini abaikan dahulu "gundukan"). Jika kedalaman hulu 2,3 ft, tentukan ketinggian permukaan air di hilir dari dasar tanjakan, $y_2 + z_2$. Abaikan efek viskos.

■ GAMBAR S10.2



PENYELESAIAN

Dengan $S_0 \ell = z_1 - z_2$ dan $h_L = 0$, kekekalan energi (Persamaan 10.6, yang dengan kondisi ini, sesungguhnya persamaan Bernoulli) mensyaratkan bahwa

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Untuk kondisi yang diberikan ($z_1 = 0$, $z_2 = 0,5$ ft, $y_1 = 2,3$ ft dan $V_1 = q/y_1 = 2,5$ ft/s), persamaan ini menjadi

$$1,90 = y_2 + \frac{V_2^2}{64,4} \quad (1)$$

Di mana V_2 dan y_2 masing-masing dinyatakan dalam ft/s dan ft. Persamaan kontinuitas memberikan persamaan kedua

$$y_2 V_2 = y_1 V_1$$

atau

$$y_2 V_2 = 5,75 \text{ ft}^2/\text{s} \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat digabungkan dan memberikan

$$y_2^3 - 1,90y_2^2 + 0,513 = 0$$

yang mempunyai penyelesaian

$$y_2 = 1,72 \text{ ft}, \quad y_2 = 0,638 \text{ ft}, \quad \text{atau} \quad y_2 = -0,466 \text{ ft}$$

Perhatikan bahwa dua dari penyelesaian ini realistis secara fisika, tetapi penyelesaian negatif tidak ada artinya. Hal ini konsisten dengan pembahasan sebelumnya yang berkaitan dengan energi spesifik (ingat kembali tiga buah akar yang ditunjukkan dalam Gambar 10.7). Ketinggian yang berkaitan dari ketiga permukaan bebas ini adalah

$$y_2 + z_2 = 1,72 \text{ ft} + 0,50 \text{ ft} = 2,22 \text{ ft}$$

atau

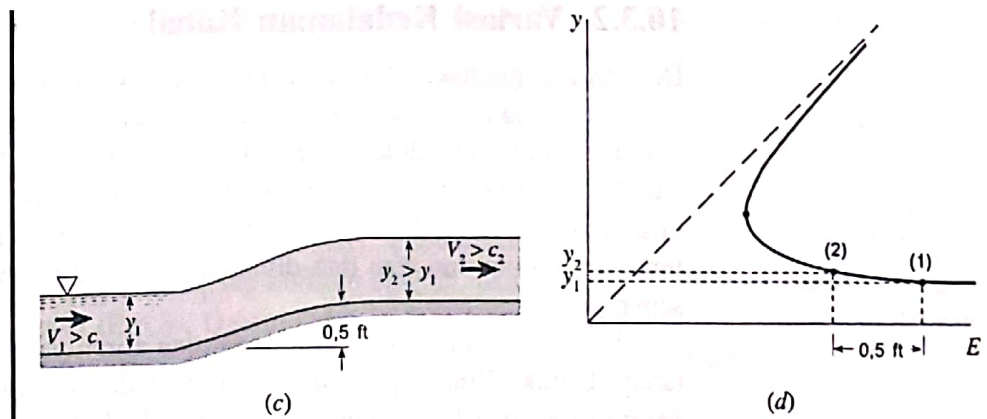
$$y_2 + z_2 = 0,638 \text{ ft} + 0,50 \text{ ft} = 1,14 \text{ ft}$$

Pertanyaannya adalah, yang manakah dari dua aliran ini yang diperkirakan terjadi? Hal ini dapat dijawab dengan menggunakan diagram energi spesifik yang diperoleh dari Persamaan 10.10, yang untuk persoalan ini adalah

$$E = y + \frac{0,513}{y^2}$$

di mana E dan y dalam ft. Diagram tersebut ditunjukkan dalam Gambar C10.2b. Kondisi hulu berkaitan dengan aliran subkritis; kondisi hilir mungkin subkritis atau superkritis, bersesuaian dengan titik-titik 2 atau 2'. Perhatikan bahwa karena $E_1 = E_2 + (z_2 - z_1) = E_2 + 0,5$ ft, maka kondisi hilir terletak 0,5 ft di sebelah kiri kondisi hulu pada diagram.

Dengan kanal yang lebarnya konstan, nilai q tetap sama untuk lokasi manapun di sepanjang kanal. Artinya, seluruh titik untuk aliran dari (1) ke



■ GAMBAR S10.2 (lanjutan)

(2) atau (2') harus terletak sepanjang kurva $q = 5,75 \text{ ft}^2/\text{s}$ yang ditunjukkan. Setiap penyimpangan dari kurva ini akan berimplikasi pada perubahan dalam q atau suatu relaksasi dari asumsi aliran satu-dimensi. Untuk tetap pada kurva dan berpindah dari (1) di sekitar titik kritis (titik c) ke titik (2') memerlukan pengurangan energi spesifik menjadi E_{\min} . Seperti terlihat dalam Gambar C10.2 a, hal ini akan memerlukan suatu ketinggian tertentu (gundukan) pada dasar kanal sehingga kondisi kritis akan terjadi di atas gundukan ini. Secara khusus, karena $E_1 = y_1 + 0,513 / y_1^2 = 2,40 \text{ ft}$ dan $E_{\min} = 3y_c/2 = 3 (q^2/g)^{1/3}/2 = 1,51 \text{ ft}$, puncak dari gundukan akan membutuhkan $z_c - z_1 = E_1 - E_{\min} = 2,40 \text{ ft} - 1,51 \text{ ft} = 0,89 \text{ ft}$ di atas dasar kanal pada bagian (1). Aliran kemudian dapat dipercepat mencapai kondisi superkritis ($Fr_2 > 1$) seperti ditunjukkan oleh permukaan bebas yang dinyatakan dengan garis putus-putus pada Gambar C10.2a.

Karena perubahan ketinggian sebenarnya (sebuah tanjakan) yang ditunjukkan dalam Gambar C10.2a tidak mengandung sebuah gundukan, kondisi hilir akan berkaitan dengan aliran subkritis yang ditandai dengan (2), bukan kondisi superkritis (2'). Tanpa gundukan pada dasar kanal, keadaan (2') tidak dapat diakses dari kondisi hulu keadaan (1). Pertimbangan tersebut sering disebut sebagai *aksesibilitas rezim aliran*. Jadi, ketinggian permukaan adalah

$$y_2 + z_2 = 2,22 \text{ ft} \quad \text{(Jawaban)}$$

Perhatikan karena $y_1 + z_1 = 2,30 \text{ ft}$ dan $y_2 + z_2 = 2,22 \text{ ft}$, ketinggian permukaan bebas berkurang saat aliran melewati dasar menanjak.

Jika kondisi hulu dari tanjakan superkritis, ketinggian permukaan bebas dan kedalaman fluida akan meningkat jika fluida mengalir ke atas tanjakan. Hal ini ditunjukkan dalam Gambar C10.2c bersamaan dengan diagram energi spesifik yang bersesuaian, seperti ditunjukkan dalam Gambar C10.2d. Untuk kasus ini aliran mulai pada (1) pada cabang yang lebih rendah (superkritis) dari kurva energi spesifik dan berakhir pada (2) pada cabang yang sama dengan $y_2 > y_1$. Karena y dan z keduanya meningkat dari (1) ke (2), ketinggian permukaan, $y + z$ juga meningkat. Jadi, aliran menaiki dasar kanal menanjak berbeda untuk kondisi subkritis dibandingkan kondisi superkritis.

10.3.2 Variasi Kedalaman Kanal

Dengan menggunakan konsep energi spesifik dan kondisi aliran kritis ($Fr = 1$), dimungkinkan untuk menentukan berapa besarnya kedalaman dari sebuah aliran di dalam sebuah kanal-terbuka akan berubah terhadap jarak sepanjang kanal. Dalam beberapa situasi, perubahan kedalaman sangat cepat sehingga nilai dari dy/dx berada dalam kisaran satu. Efek kompleks yang melibatkan fenomena aliran dua atau tiga-dimensi seringkali terlibat dalam aliran-aliran seperti itu.

Dalam bagian ini kita akan meninjau aliran yang bervariasi secara bertahap. Untuk aliran seperti itu $dy/dx \ll 1$ dan cukup beralasan untuk menerapkan asumsi kecepatan satu-dimensi. Pada bagian manapun, head total adalah $H = V^2/2g + y + z$ dan persamaan energi (Persamaan 10.5) menjadi

$$H_1 = H_2 + h_L$$

di mana h_L adalah kerugian head antara bagian (1) dan (2).

Seperti dibahas di subbab sebelumnya, kemiringan garis energi adalah $dH/dx = dh_L/dx = S_f$ dan kemiringan dasar kanal adalah $dz/dx = S_0$. Jadi, karena

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} + y + z \right) = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$$

kita memperoleh

$$\frac{dh_L}{dx} = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + S_0$$

atau

$$\frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + S_f - S_0 \quad (10.12)$$

Untuk laju aliran persatuan lebar yang diberikan, q , di dalam kanal segiempat dengan lebar b konstan, kita mendapatkan $V = q/y$ atau dengan mendiferensialkan

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{q}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{V}{y} \frac{dy}{dx}$$

sehingga suku energi kinetik di dalam Persamaan 10.12 menjadi

$$\frac{V}{g} \frac{dV}{dx} = -\frac{V^2}{gy} \frac{dy}{dx} = -Fr^2 \frac{dy}{dx} \quad (10.13)$$


Di mana $Fr = V/(gy)^{1/2}$ adalah bilangan Froude lokal dari aliran. Dengan mensubstitusi Persamaan 10.13 ke dalam Persamaan 10.12 dan penyederhanaan memberikan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(S_f - S_0)}{(1 - Fr^2)} \quad (10.14)$$

Terlihat bahwa laju perubahan kedalaman fluida, dy/dx , tergantung pada kemiringan lokal dari dasar kanal, kemiringan dari garis energi, dan bilangan Froude. Nilai dari dy/dx dapat negatif, nol, atau positif, tergantung pada

Head total tidak konstan karena kerugian head tidak nol.

10.4 Aliran Kanal dengan Kedalaman Seragam ■ 227



nilai-nilai dari ketiga parameter ini. Artinya, kedalaman aliran kanal dapat konstan atau dapat meningkat maupun berkurang dalam arah aliran, tergantung pada nilai S_0 , S_f dan Fr . Perilaku aliran subkritis mungkin berlawanan dengan aliran superkritis, seperti terlihat oleh penyebut, $1 - Fr^2$ dari Persamaan 10.14.

Meskipun dalam penurunan Persamaan 10.14 kita mengasumsikan q konstan (kanal segiempat), Persamaan 10.14 berlaku untuk kanal dengan bentuk penampang konstan apapun, jika bilangan Froudenya diartikan dengan tepat (Ref.3). Dalam buku ini kita hanya akan meninjau kanal-kanal dengan penampang segiempat apabila menggunakan persamaan ini.