



**Telkom**  
University

# **Pengolahan Sinyal Digital Lanjut dan Aplikasi (PSDLA) : TTH5I3**

**Pertemuan 03 : Representasi Proses  
Stokastik dengan Fungsi Autokorelasi  
Oleh : Koredianto Usman**

**Versi : Juni 2020**

# Representasi proses Stokastik dengan Fungsi Autokorelasi

- 1 Proses stokastik adalah proses yang secara umum menghasilkan deretan keluaran yang bersifat stokastik
- 2 Stokastik sendiri berarti sesuatu yang memiliki peluang terjadi (probabilistik)
- 3 Jika dilihat secara realisasi deretan angka yang dihasilkan, maka keluaran tersebut terlihat seperti acak
- 4 Namun jika kita mengetahui proses pembangkitan dari keacakan tersebut, maka ada pola pola didalamnya.
- 5 Pada slide ini kita akan membahas cara merepresentasikan proses stokastik dengan fungsi autokorelasi

## Proses Stokastik

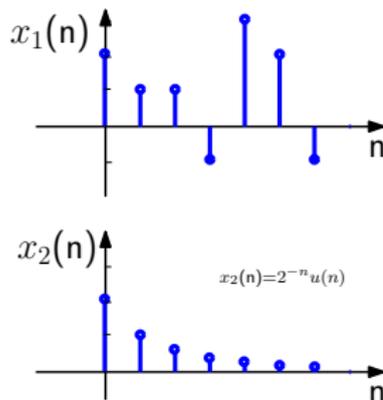
- ➊ Proses stokastik adalah proses yang menghasilkan suatu outcome yang bersifat acak
- ➋ Keacakan tersebut ditandai dengan ketidaktahuan secara pasti terkait dengan sinyal apa yang akan muncul.
- ➌ Dalam kehidupan sehari-hari, proses stokastik misalnya adalah aktifitas dari suatu gunung berapi.
- ➍ Ada suatu proses di dalam gunung berapi
- ➎ dan ada suatu outcome yang kita amati, berupa gempa seismik, atau lontaran asap dan material dari kawah gunung
- ➏ kita hanya dapat mengatakan : boleh jadi akan ada lontaran material dalam waktu ke depan, namun kapan dan berapa magnitudonya, kita tidak tahu.
- ➐ dapat dikatakan bahwa proses yang terjadi dalam kawah gunung berapi adalah proses stokastik

## Stokastik v.s. Deterministik

- 1 Pada **proses stokastik**, kita tidak dapat memprediksi 100% yakin terhadap outcome atau sinyal di masa yang akan datang
- 2 Dengan sifat ini, maka proses stokastik tidak dapat dinyatakan dengan suatu persamaan.
- 3 Proses stokastik hanya dapat dinyatakan dalam peluang kejadian.
- 4 Sebagai kontras, **proses deterministik** adalah proses yang dapat dinyatakan dengan suatu persamaan
- 5 Pada proses deterministik, nilai sinyal dapat ditentukan secara tepat untuk setiap waktu.

# Proses MA

- 1 Contoh sinyal stokastik dan sinyal deterministik diilustrasikan pada gambar di bawah ini, dengan  $x_1(n)$  menyatakan sinyal stokastik dan  $x_2(n)$  sinyal deterministik dengan persamaan  $x_2(n) = 2^{-n}u(n)$



- 2 Pertanyaan: Jika sinyal stokastik tidak dapat diwakili oleh suatu persamaan, apakah yang dapat dipakai untuk mewakili sinyal stokastik?

## Fungsi Autokorelasi

- 1 Salah satu cara untuk mewakili sinyal stokastik adalah nilai autokorelasi
- 2 Autokorelasi adalah mengkorelasikan sinyal dengan dirinya sendiri.
- 3 Jika kita memiliki sinyal dengan panjang  $\mathbf{N}$ :  
$$\mathbf{x} = [x_0 \ x_2 \ \cdots \ x_{N-1}]^T$$
- 4 Maka nilai autokorelasi  $\mathbf{x}$  adalah:  $r_{xx} = \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{x}$
- 5 Oleh karena nilai autokorelasi ini diperoleh dengan mengkorelasikan  $x$  dengan dirinya sendiri tanpa menggeser, maka nilai autokorelasi ini dinotasikan dengan  $r_{xx}(0)$ . Dengan  $\mathbf{0}$  menyatakan tidak ada pergeseran.

# Fungsi Autokorelasi

1 **Contoh:** diketahui sinyal  $\mathbf{x} = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2]$ . Tentukan nilai autokorelasi  $r_{xx}(0)$

2 **Jawab:**

$$3 \quad r_{xx}(0) = \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{x} = \frac{1}{4} [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} =$$
$$\frac{1}{4}(1 + 1 + 1 + 4) = \frac{7}{4}$$

## Fungsi Autokorelasi

- 1 Disamping menggunakan definisi:  $r_{xx}(0) = \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ ,
- 2 Nilai autokorelasi dapat dihitung dengan tabel:
- 3 Proses menghitung nilai autokorelasi  $r_{yy}(0)$ ,  $r_{yy}(1)$  dst ini dapat ditabelkan sebagai berikut:

- 4 Menghitung  $r_{xx}(0)$  :

$\mathbf{x}(n)$	1	1	-1	2
$\mathbf{x}(n)$	1	1	-1	2
Perkalian	1	1	1	4
JUMLAH	$1 + 1 + 1 + 4 = 7$			

- 5 dengan demikian  $r_{xx}(0) = \frac{7}{4}$

## Latihan 01

- 1 Diketahui sinyal  $\mathbf{x} = [-1 \ 1 \ -2 \ 2 \ -3]$ . Tentukan nilai autokorelasi  $r_{xx}(0)$
- 2 **Jawab:** .....

## Fungsi Autokorelasi

- 1 Disamping dapat dikorelasikan dengan dirinya sendiri secara langsung  $r_{xx}(0)$
- 2 Sinyal  $\mathbf{x(n)}$  dapat pula dikorelasikan dengan dirinya yang telah digeser terlebih dahulu.
- 3 Sebagai contoh  $\mathbf{x(n)}$  dapat dikorelasikan dengan  $\mathbf{x(n-1)}$
- 4 Hasil korelasi ini dinotasikan dengan  $r_{xx}(-1)$
- 5 Tanda -1 menunjukkan bahwa sinyal  $\mathbf{x(n)}$  dikorelasikan dengan  $\mathbf{x(n)}$  yang telah digeser 1 ke kanan / **didelay 1 sampel**
- 6 Perhatikan contoh pada slide berikut :

## Fungsi Autokorelasi

1 Diketahui sinyal  $\mathbf{x} = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2]$ . Tentukan nilai autokorelasi  $r_{xx}(-1)$

2 **Jawab:**

3 sinyal  $\mathbf{x}(n) = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2]$

4 sinyal  $\mathbf{x}(n-1) = [0 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$  (nilai 2 keluar)

5 Dengan demikian  $r_{xx}(-1) = \frac{1}{N} \mathbf{x}(n)^T \mathbf{x}(n-1) =$

$$\frac{1}{4} [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} (0 + 1 - 1 - 2) = \frac{-2}{4}$$

# Fungsi Autokorelasi

- 1 Jika menggunakan tabel:
- 2 Menghitung  $r_{xx}(-1)$  :

<b>x(n)</b>	1	1	-1	2
<b>x(n-1)</b>	0	1	1	-1
Perkalian	0	1	-1	-2
JUMLAH	$0 + 1 - 1 - 2 = -2$			

- 3 dengan demikian  $r_{xx}(-1) = \frac{-2}{4}$

## Latihan 02

- 1 Diketahui sinyal  $\mathbf{x} = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 2]$ . Tentukan nilai autokorelasi  $r_{xx}(-2)$
- 2 **Jawab:**

## Sifat Fungsi Autokorelasi

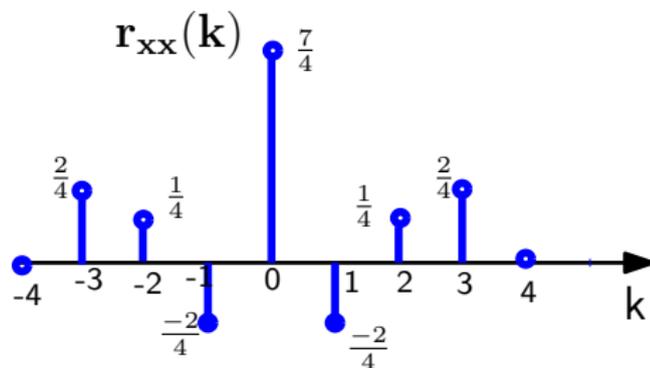
- 1 Sinyal stokastik dapat direpresentasikan karakteristiknya dengan nilai-nilai autokorelasi:  $r_{xx}(0)$ ,  $r_{xx}(-1)$ ,  $r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2)$ ,  $r_{xx}(2)$ , dan seterusnya
- 2 Dari definisi, diketahui bahwa  $r_{xx}(0)$  adalah **NON-NEGATIF**
- 3 Secara magnitudo, diketahui pula bahwa nilai absolut  $r_{xx}(0)$  adalah terbesar dibandingkan dengan nilai  $r_{xx}$  yang lain.
- 4 Bahwa  $r_{xx}(-1) = r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2) = r_{xx}(2)$  dan seterusnya
- 5 secara umum  $r_{xx}(k) = r_{xx}(-k)$  untuk **k** bilangan bulat.
- 6 Jika diplot  $r_{xx}(k)$  sebagai fungsi  $k$  maka kita peroleh kurva fungsi autokorelasi.
- 7 fungsi  $r_{xx}(k)$  sebagai fungsi dari  $k$  disebut sebagai fungsi **autokorelasi**

## Sifat Fungsi Autokorelasi

- 1 Sinyal stokastik dapat direpresentasikan karakteristiknya dengan nilai-nilai autokorelasi:  $r_{xx}(0)$ ,  $r_{xx}(-1)$ ,  $r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2)$ ,  $r_{xx}(2)$ , dan seterusnya
- 2 Dari definisi, diketahui bahwa  $r_{xx}(0)$  adalah **NON-NEGATIF**
- 3 Secara magnitudo, diketahui pula bahwa nilai absolut  $r_{xx}(0)$  adalah terbesar dibandingkan dengan nilai  $r_{xx}$  yang lain.
- 4 Bahwa  $r_{xx}(-1) = r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2) = r_{xx}(2)$  dan seterusnya
- 5 secara umum  $r_{xx}(k) = r_{xx}(-k)$  untuk **k** bilangan bulat.
- 6 Jika diplot  $r_{xx}(k)$  sebagai fungsi  $k$  maka kita peroleh kurva fungsi autokorelasi.
- 7 fungsi  $r_{xx}(k)$  sebagai fungsi dari  $k$  disebut sebagai fungsi **autokorelasi**

# Fungsi Autokorelasi

- 1 Pada sinyal  $\mathbf{x} = [1 \ 1 \ -1 \ 2]$ .
- 2 Setelah dihitung semua nilai autokorelasi  $r_{xx}(0)$ ,  $r_{xx}(-1)$ ,  $r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2)$ ,  $r_{xx}(2)$ , dan seterusnya
- 3 Maka nilai autokorelasi ini dapat diplot pada kurva autokorelasi seperti gambar berikut:



## Latihan Soal

- 1 Pada sinyal  $\mathbf{x} = [1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 2 \ 1]$ , dihitung semua nilai autokorelasi  $r_{xx}(0)$ ,  $r_{xx}(-1)$ ,  $r_{xx}(1)$ ,  $r_{xx}(-2)$ ,  $r_{xx}(2)$ , dan seterusnya sampai diperoleh nilai nol.
- 2 Plotlah kurva autokorelasi yang diperoleh dari **soal 1** di atas.
- 3 Buatlah program di OCTAVE yang dapat membaca sinyal dan memplot fungsi autokorelasinya dari  $k = -10$  sampai  $k = 10$ . Berilah label sumbu-x dan sumbu-y masing-masing dengan keterangan '**k**' dan '**Nilai autokorelasi**'!