

Definition 15

Misalkan fungsi $f(z)$ terdefinisi di D pada bidang Z dan titik z_0 terletak pada interior D , fungsi $f(z)$ dikatakan kontinu di z_0 jika untuk z menuju z_0 , maka $\lim f(z) = f(z_0)$.

Theorem 16

Fungsi $f(z)$ kontinu di z_0 jika memenuhi tiga kondisi berikut ini:

- 1 $f(z_0)$ ada,
- 2 $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$ ada,
- 3 $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$.

Definition 17

Fungsi $f(z)$ dikatakan kontinu pada suatu daerah R , jika $f(z)$ kontinu pada setiap titik pada daerah R tersebut.

Theorem 18

Jika $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $f(z)$ terdefinisi di setiap titik pada daerah R dan $z_0 = x_0 + iy_0$ titik di dalam R , maka fungsi $f(z)$ kontinu di z_0 jika dan hanya jika masing-masing $u(x, y)$ dan $v(x, y)$ masing-masing kontinu di (x_0, y_0) .

Theorem 19

Andaikan $f(z)$ dan $g(z) \neq 0$ kontinu di z_0 , maka masing-masing fungsi:

- 1 $f(z) + g(z)$
- 2 $f(z) \cdot g(z)$
- 3 $f(z)/g(z)$
- 4 $f(g(z)); f$ kontinu di $g(z_0)$

Example 20

Selidiki apakah fungsi berikut ini kontinu di $2i$.

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z^2+4}{z-2i} & z \neq 2i, \\ 3 + 4z & z = 2i \end{cases}$$

Perhatikan bahwa $f(2i) = 3 + 4(2i) = 3 + 8i$. Dilain pihak,

$$\lim_{z \rightarrow 2i} f(z) = \frac{z^2 + 4}{z - 2i} = z + 2i.$$

Oleh sebab itu, $\lim_{z \rightarrow 2i} f(z) \neq f(2i)$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa $f(z)$ tidak kontinu di $z = 2i$.

Pada contoh sebelumnya kalian mendapati bahwa fungsi

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z^2+4}{z-2i} & z \neq 2i, \\ 3 + 4z & z = 2i \end{cases}$$

tidak kontinu di $z = 2i$. Agar fungsi $f(z)$ ini kontinu di $z = 2i$, maka harus didefinisikan ulang menjadi

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z^2+4}{z-2i} & z \neq 2i, \\ z + 2i & z = 2i \end{cases}$$

Mengapa bisa demikian? tentu saja kita dapat definisikan sehingga

$$\lim_{z \rightarrow 2i} f(z) = f(2i).$$

Example 21

Evaluasi fungsi $g(z)$ berikut ini, apakah merupakan fungsi kontinu di setiap bilangan kompleks z .

$$g(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2 - 3z + 2}$$

Petunjuk: Perhatikan bahwa fungsi $g(z)$ tidak terdefinisi di $z = 1$ dan $z = 2$.