ARTIKEL

RESONANCE PHENOMENA

Tugas ini disusun untuk memenuhi tugas mata kuliah

Persamaan Diferensial

Dosen: Nikenasih Binatari, S. Si, M. Si.

Disusun Oleh:

Wahyuni Eka Maryati	(17301241027)
Dewi Sukmawati	(17301241028)
Tanti Fibrianti	(17301241034)
Amelia Riiza Negrita	(17301244021)

Pendidikan Matematika I 2017

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2019

5.5 RESONANCE PHENOMENA

Diketahui besarnya getaran dalam kondisi setimbang yang dihasilkan dari gaya eksternal periodik untuk setiap t didefinisikan dengan $F(t) = F_1 cos\omega t$, dan diasumsikan $F_1 > 0$. Untuk koefisien tentu b, λ, dan E_1 dari persamaan $x_p = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}}\cos(\omega t - \theta)$, didefiniskan fungsi f atas ω, yaitu

$$f(\omega) = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}}$$

Jika $\omega = 0$ maka $F(t) = F_1$ dengan $F_1 > 0$, dan $f(\omega) = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}} = \frac{E_1}{\lambda^2}$ dengan $\frac{E_1}{\lambda^2} > 0$

Jika $\omega = \infty$ maka $f(\omega) = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}} = \frac{E_1}{\infty} \approx 0$ atau $f(\omega) \to 0$.

$$f'(\omega) = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}}\right)$$

$$= E_1 \frac{d}{d\omega}\left(\frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}}\right)$$

$$= E_1\left(-\frac{1}{2}((\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2)^{-\frac{3}{2}}\right.$$

$$\left.\times\big((2(\lambda^2-\omega^2)\times -2\omega)+8b^2\omega^2\big)\right)$$

$$= \frac{E_1}{-2((\lambda^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2)^{3/2}} \times (-4\omega(\lambda^2-\omega^2)+8b^2\omega^2)$$

Jika $f'(\omega) = 0$, maka E_1 tidak mungkin sama dengan nol, karena merupakan koefisien tentu.

Jadi satu-satunya kemungkinan adalah $-4\omega(\lambda^2-\omega^2)+8b^2\omega^2 = 0$.

$$-4\omega(\lambda^2-\omega^2)+8b^2\omega^2 = 0$$

$$-4\omega\big((\lambda^2-\omega^2)-2b^2\big) = 0$$

$$-4\omega = 0 \quad \text{atau} \quad \big((\lambda^2-\omega^2)-2b^2\big) = 0$$

$$\omega_2 = 0 \qquad\qquad (\lambda^2-2b^2) = {\omega_1}^2$$

$$\sqrt{\lambda^2-2b^2} = \omega_1$$

Asumsikan $\lambda^2 < 2b^2$, maka $\sqrt{\lambda^2-2b^2} = \omega_1$ merupkan bilangan kompleks.

Sehingga, f tidak memiliki nilai ekstrem untuk $0 < \omega < \infty$ tetapi f menurun secara monoton untuk $0 < \omega < \infty$ yang nilai E_1/λ^2 ketika $\omega = 0$ dan mendekati nol ketika $\omega \to \infty$.

Asumsikan bahwa $\lambda^2 > 2b^2$. Hal tersebut dikarenakan $\omega^2 = \lambda^2 - 2b^2$, sehingga $\lambda^2 > 2b^2$ yang dimana fungsi f memiliki maksimum relatif ketika $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - 2b^2}$, yang dinyatakan oleh

$$f(\omega) = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}}$$

$$f(\omega_1) = \frac{E_1}{\sqrt{\left(\lambda^2 - \left(\sqrt{\lambda^2 - 2b^2}\right)^2\right)^2 + 4b^2\left(\sqrt{\lambda^2 - 2b^2}\right)^2}}$$

$$f(\omega_1) = \frac{E_1}{\sqrt{\left(\lambda^2 - (\lambda^2 - 2b^2)\right)^2 + 4b^2(\lambda^2 - 2b^2)}}$$

$$f(\omega_1) = \frac{E_1}{\sqrt{(2b^2)^2 + 4b^2(\lambda^2 - 2b^2)}}$$

$$f(\omega_1) = \frac{E_1}{\sqrt{4b^2(\lambda^2 - b^2)}}$$

$$f(\omega_1) = \frac{E_1}{2b\sqrt{\lambda^2 - 2b^2}}$$

Ketika frekuensi fungsi usaha $F_1 cos\omega t$, maka $\omega = \omega_1$ sehingga fungsi usaha dikatakan beresonansi dengan sistem. Dengan kata lain, fungsi usaha yang dinyatakan oleh $F_1 cos\omega t$ beresonansi dengan sistem ketika $\omega = \omega_1$ pada $f(\omega)$ adalah maksimum. Nilai $\omega_1/2\pi$ disebut sebagai frekuensi resonansi sistem. Resonansi dapat terjadi jika $\lambda^2 > 2b^2$. Karena $\lambda^2 > 2b^2$, maka redaman harus kurang dari nilai kritisnya.

Persamaan $m\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + kx = F_1 \cos \omega t$, dengan m, a, k, F_1 merupakan koefisien fungsi.

Karena $f(\omega) = \frac{E_1}{\sqrt{(\lambda^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}}$, dengan $\lambda^2 = \frac{k}{m}$, $E_1 = \frac{F_1}{m}$, $\frac{a}{m} = 2b$

Diperoleh,

$$f(\omega) = \frac{\frac{F_1}{m}}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a}{m}\right)^2 \omega^2}}$$

Sehingga, didapat frekuensi resonansi asli yaitu

$\frac{\omega_1}{2\pi}$, dengan $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - 2b^2}$

$\frac{\sqrt{\lambda^2-2b^2}}{2\pi}$, dengan $\lambda^2 = \frac{k}{m}, \frac{a}{m} = 2b$ maka $\frac{a^2}{2m^2} = 2b^2$

Diperoleh,

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{a^2}{2m^2}}$$

Karena frekuensi yang bebas, osilasi teredamnya yaitu

$\frac{\omega_1}{2\pi}$, dengan $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - b^2}$

$\frac{\sqrt{\lambda^2-b^2}}{2\pi}$, dengan $\lambda^2 = \frac{k}{m}, \frac{a}{m} = 2b$ maka $\frac{a^2}{4m^2} = b^2$

Diperoleh,

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{a^2}{4m^2}}$$

Sehingga, frekuensi resonansi lebih kecil dari osilasi teredam pada frekuensi yang bebas.

Grafik $f(\omega)$ disebut sebagai kurva resonansi sistem. Untuk m, k, F_1 bernilai tetap, maka hubungan kurva resonansi untuk setiap nilai redaman $a \geq 0$. Grafik kurva resonansi yang sesuai dengan nilai tertentu yang dipilih dari a.

Misalkan $m = k = F_1 = 1$

Sehingga,

$$f(\omega) = \frac{\frac{F_1}{m}}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a}{m}\right)^2 \omega^2}}$$

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + a^2\omega^2}}$$

dan frekuensi resonansi menjadi

$\frac{\omega_1}{2\pi}$, dengan $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - 2b^2}$

$\frac{\sqrt{\lambda^2-2b^2}}{2\pi}$, dengan $\lambda^2 = \frac{k}{m}, \frac{a}{m} = 2b$ maka $\frac{a^2}{2m^2} = 2b^2$

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{a^2}{2m^2}}$$

Sehingga,

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{1 - \frac{a^2}{2}}$$

Grafik resonansi terlihat pada Gambar 5.10

Kemungkinan yang terjadi, $a = \sqrt{2}$ dan $a = 0$

$$\sqrt{1 - \frac{a^2}{2}} = 0$$

$$1 - \frac{a^2}{2} = 0$$

$$\frac{a^2}{2} = 1$$

$$a = \sqrt{2}$$

Ketika $a = 0$, maka nilai $\omega_1 = \sqrt{1 - \frac{a^2}{2}} = 1$

Ketika $a = \sqrt{2}$, maka nilai $\omega_1 = \sqrt{1 - \frac{a^2}{2}} = 0$

Jika $a < \sqrt{2}$, maka a mengalami penurunan dari $\sqrt{2}$ sampai 0, sedangkan nilai ω_1 dalam resonansi mengalami kenaikan dari 0 sampai 1 dan hubungan nilai maksimum $f(\omega)$ menjadi sangat besar. Ketika $a = 0$, maka solusinya menjadi

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2}} = \frac{1}{1-\omega^2}$$

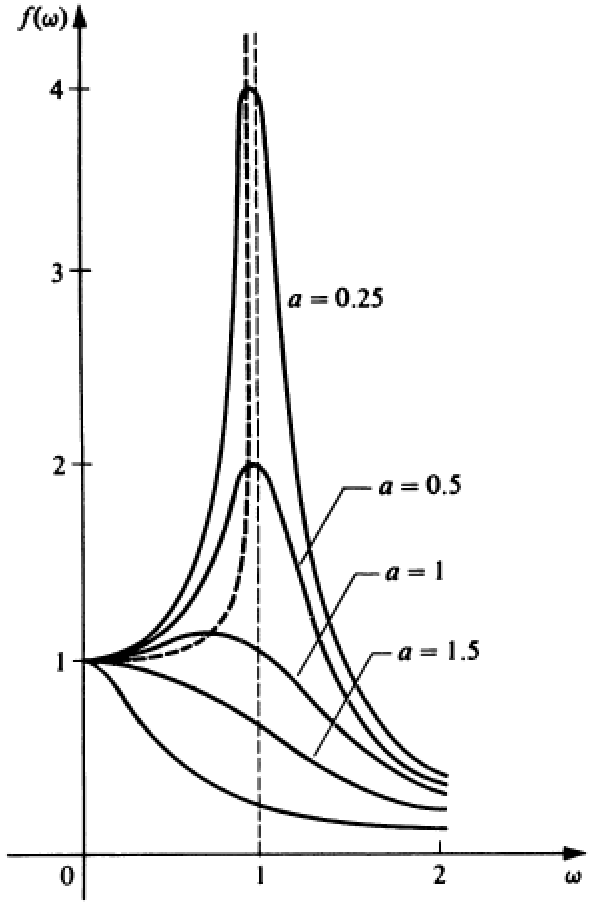

Figure 5.10

Dan $f(1)$ tidak dapat ditentukan. Membatasi kasus ini adalah contoh dari resonansi tidak terkendali atau bisa disebut dengan tidak teredam, kemudian kita akan membahas mengenai fenomena tersebut.

Resonansi tidak teredam terjadi ketika tidak ada redaman dan frekuensi gaya yang terlihat sama dengan frekuensi asli dari sistem.

$$\omega = \sqrt{\lambda^2}$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Hal tersebut terjadi dikarenakan dalam kasus ini $a = 0$ dan frekuensinya $\frac{\omega}{2\pi}$ yang mana sama dengan frekuensi asli yaitu $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, persamaan diferensial (5.50) menjadi :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + kx = F_1 \cos\omega t$$

Dengan $a = 0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = F_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

Bagi kedua ruas dengan m, didapatkan

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{F_1}{m}cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

Dimana nilai $E_1 = \frac{F_1}{m}$, didapatkan

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = E_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

(5.70)

Solusi komplementer dari persaman (5.70) adalah

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = E_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t \qquad (1)$$

Bentuk parametrik dari persamaan (1) adalah

$$h^2 + \frac{k}{m} = 0$$

$$h = \pm\sqrt{-\frac{k}{m}}$$

$$h = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{-1}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}i \text{ atau } h_2 = -\sqrt{\frac{k}{m}}i$$

$$x_c = c_1 e^0 \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + c_2 e^0 \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$$x_c = c_1 \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + c_2 \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

(5.71)

Kita tidak dapat menuliskan solusi khususnya menjadi

$$x_p = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

Tetapi dapat dituliskan menjadi :

$x_p = \mathrm{At}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + \mathrm{Bt}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$ ……………………………………………(1)

Hal tersebut dikarenakan $\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$ dan $\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$ merupakan fungsi dalam t sehingga c_1 dan c_2 dapat diganti dengan At dan Bt

Turunkan persamaan (1) sebanyak dua kali

$$x_p = \mathrm{At}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + \mathrm{Bt}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$$x_p{}' = \frac{d}{dt}\left(At\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{d}{dt}\left(Bt\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(At\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) = A\left(\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \sqrt{\frac{k}{m}}t\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(Bt\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) = B\left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \sqrt{\frac{k}{m}}t\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$x_p{}' = A\left(\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \sqrt{\frac{k}{m}}t\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right) + B\left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \sqrt{\frac{k}{m}}t\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$x_p{}'' = \frac{d}{dt}\,A\left(\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \sqrt{\frac{k}{m}}t\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right) + \frac{d}{dt}\,B\left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \sqrt{\frac{k}{m}}t\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\ A\left(\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)+\sqrt{\frac{k}{m}}t\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$= A\left(2\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\ B\left(\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\sqrt{\frac{k}{m}}t\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)$$

$$=\ B\left(-2\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)$$

$$x_p{}''=\ A\left(2\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)$$
$$+\ B\left(-2\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)$$

dan mensubstitusikan pada persamaan : $\frac{d^2t}{dt^2}+\frac{k}{m}x-E_1cos\sqrt{\frac{k}{m}}t=0$, diperoleh

$$\left[A\left(2\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)\right.$$
$$\left.+\ B\left(-2\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\frac{kt\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)}{m}\right)\right]$$
$$+\frac{k}{m}\left(\text{At}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t+\text{Bt}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-E_1cos\sqrt{\frac{k}{m}}t=0$$

$$\left(A\left(2\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right)-2B\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-E_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)-\text{ At }\frac{k}{m}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$$+\text{ At }\frac{k}{m}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t-\text{Bt}\frac{k}{m}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t+\text{Bt}\frac{k}{m}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t=0$$

$$2A\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t-2B\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t-E_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t=0$$

$2A\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t-2B\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t=E_1 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$ ……………………(2)

Sehingga,

$2A\sqrt{\frac{k}{m}}=E_1$ dan -2B = 0

$A=\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ dan $B=0$

Kemudian subtitusikan nilai A dan B ke dalam persamaan $x_p=\text{At}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t+\text{Bt}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$

Maka, diperoleh $x_p=\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}t\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$

Sehingga solusimya adalah

$$x=x_c+x_p$$

$$=\left(c_1 sin\sqrt{\frac{k}{m}}t+c_2 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)+\left(\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}t\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

$$=\left(c_1 cos\left(90^\circ+\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)+c_2 cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)+\left(\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}t\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

$x=\text{c}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t+\emptyset\right)+\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}t\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$………………………..(3)

Dalam persamaan 3 akan selalu mengalami penambahan amplitude sebesar $(E_1/2)\sqrt{m/k}\,t$ seiring bertambahnya t. Ketika $t\to\infty$ osilasi akan menjadi tak terbatas.

Grafik yang dapat terbentuk dari nilai $x_p=\frac{E_1}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}t\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\ t$, dapat dilihat pada Gambar 5.11.

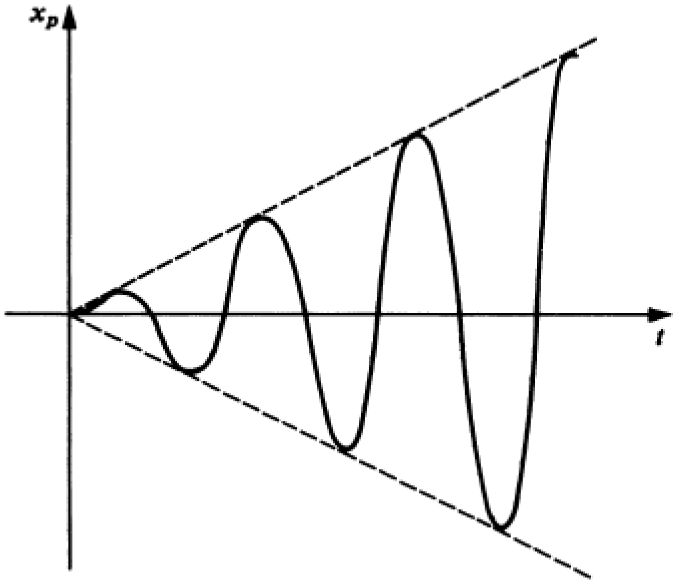

Figure 5.11

Contoh 5.6

Berat 64-lb melekat pada ujung bawah pegas koil yang dari langit-langit, konstanta pegas menjadi 18 lb / ft. Berat awal untuk kembali dalam posisi setimbang. Ditarik ke bawah 6 in. Setimbang dan dilepaskan pada saat $t = 0$. Diketahui gaya eksternal yang diberikan $F(t) = 3cos\omega t$ bekerja pada sistem.

1. Dengan asumsi gaya redaman dalam pound secara numerik sama dengan $4\left(\frac{dx}{dt}\right)$ di mana kecepatan sesaat dalam kaki per detik, tentukan frekuensi resonansi gerak yang dihasilkan.
2. Dengan anggapan tidak ada redaman, tentukan nilai ω yang menimbulkan resonansi tak teredam (tidak terkendali).

Solusi:

Diketahui $m = \frac{w}{g} = \frac{64}{32} = 2 \text{ (slugs)}, k = 18,$ dan $F(t) = 3cos\omega t$

Bentuk persamaan diferensialnya adalah

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + kx = F_1 \cos \omega t$$

$$2\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + 18x = 3cos\omega t$$

dimana a adalah koefisien redaman.

Pada tahap 1, $a = 4$

Sehingga,

$$2\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 18x = 3cos\omega t$$

Frekuensi resonansi

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{m}\right)}$$

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{18}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{16}{4}\right)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{7} \approx 0{,}42 \left(\frac{\text{cycles}}{\text{sec}}\right)$$

Resonansi terjadi ketika $\sqrt{7} \approx 2{,}65$

Pada tahap 2, $a = 0$

Sehingga,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + kx = F_1 \cos \omega t, E_1 = \frac{F_1}{m}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = \frac{3}{2}cos\omega t \text{.....................(1)}$$

Bentuk prametriknya

$$h^2 = -9$$

$$h = \pm 3\sqrt{-1}$$

$$h_1 = 3i$$

$$h_2 = -3i$$

Solusi komplementernya

$$x_c = c_1e^0sin3t + c_2e^0cos3t$$

$$x_c = c_1sin3t + c_2cos3t$$

Dimana kondisi awal $x(0) = \frac{1}{2}$, $x'(0) = 0$

$$x_c = \frac{1}{2}cos3t$$

Resonansi tidak terkendali terjadi ketika frekuensi $\omega/2\pi$ yang sama dengan frekuensi asli.

Akibatnya $\omega = 3$ menimbulkan resonansi tak terkendali, maka

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = \frac{3}{2}cos3t$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{3}{2\pi}$$

Sehingga, frekuensi aslinya adalah $3/2\pi$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = E_1 \cos \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{18}{2}x = \frac{3}{2}\cos 3t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = \frac{3}{2}\cos 3t$$

$$x_c = c_1 sin3t + c_2 cos3t$$

$$x_p = Atsin3t + Btcos3t$$

$$x_p' = A\big((sin3t) + 3tcos3t\big) + B\big((cos3t) - 3tsin3t\big)$$

$$x_p'' = A\big((2.3.cos3t) - 9tsin3t\big) + B\big((-2.3.sin3t) - 9tcos3t\big)$$

Substitusi ke persamaan awal

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 9x = \frac{3}{2}\cos 3t$$

$$\Big(A\big((2.3.cos3t) - 9tsin3t\big) + B\big((-2.3.sin3t) - 9tcos3t\big)\Big) + 9(Atsin3t + Btcos3t) = \frac{3}{2}\cos 3t$$

$$6Acos3t - 6Bsin3t - 9Atsin3t + 9Atsin3t - 9Btcos3t + 9Btcos3t = \frac{3}{2}\cos 3t$$

Sehingga, $6Acos3t - 6Bsin3t = \frac{3}{2}\cos 3t$

$6A = \frac{3}{2}$, maka $A = \frac{1}{4}$

Atau
$-6B = 0$, maka $B = 0$

$$x_p = \frac{1}{4}tsin3t$$

Solusinya adalah

$$x = x_c + x_p$$

$$x = \frac{1}{2} cos3t + \frac{1}{4} tsin3t$$

Sumber:

Ross, Shepley L. (1984). *Differential Equation Edisi Third*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.