

2. Pengantar Program Linear: Formulasi Model

- ▶ Keputusan utama dari seorang manager biasanya memaksimumkan laba atau meminimumkan biaya dengan batasan sumberdaya seperti waktu, tenaga kerja, energi, bahan baku, atau uang.
- ▶ Teknik program linear dapat dilakukan dengan 3 syarat: (1) masalah harus diidentifikasi bisa dipakai PL, (2) masalah yang tidak terstruktur harus bisa dibuat menjadi terstruktur, (3) model harus diselesaikan dengan teknik matematika yang dibuat.

A. Formulasi Model

Komponen model PL :

- Peubah keputusan : biasa disimbolkan x_1, x_2, \dots
 - Fungsi tujuan : target dari perusahaan
 - Batasan model : merupakan kombinasi linear dari peubah-peubah keputusan.
-
- 

B. Contoh Kombinasi Produk

- Contoh : sebuah perusahaan memproduksi 2 produk setiap hari, yaitu mangkok dan cangkir. Perusahaan mempunyai sumberdaya yang terbatas jumlahnya yaitu tanah liat, dan tenaga kerja. Perusahaan ingin mengetahui berapa mangkok dan cangkir yang harus diproduksi untuk memaksimalkan laba dengan keterbatasan sumberdaya.
- Kebutuhan sumberdaya untuk satu buah mangkok dan cangkir

Produk	Tenaga Kerja (jam/unit)	Tanah Liat (pon/unit)	Laba (\$/unit)
Mangkok	1	4	4
Cangkir	2	3	5

Tersedia 40 jam tenaga dan 120 pon (1 pon = 454 gram) tanah liat setiap hari.

1. Peubah Keputusan

x_1 : banyaknya mangkok yang diproduksi

x_2 : banyaknya cangkir yang diproduksi

2. Fungsi Tujuan

Tujuannya memaksimalkan Total Laba.

Memaksimalkan $Z = 4x_1 + 5x_2$

Diketahui : Z = total laba setiap hari

$4x_1$ = laba dari mangkok, dan $5x_2$ = laba dari cangkir



3. Batasan Model

Dalam masalah ini terdapat sumberdaya yang digunakan yaitu tenaga kerja dan tanah liat. Persediaannya terbatas. Batasan untuk kasus ini adalah sebagai berikut:

Tenaga kerja $1x_1 + 2x_2 \leq 40$ jam

Tanah liat $4x_1 + 3x_2 \leq 120$

Batasan non-negative, $x_1 \geq 0$ dan $x_2 \geq 0$

Model lengkap PL nya

Memaksimumkan $Z = 4x_1 + 5x_2$

Batasan

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1 \geq 0 \text{ dan } x_2 \geq 0$$

Salah satu solusi yang feasible untuk kasus ini $x_1 = 1$ dan $x_2 = 10$

Salah satu solusi yang feasible adalah $x_1 = 5$ dan $x_2 = 10$

Salah satu solusi yang infeasible adalah $x_1 = 30$ dan $x_2 = 10$.



C. Contoh Unsur-unsur Campuran

- ▶ Perusahaan makanan biji-bijian menghasilkan makanan biji-bijian yang diiklankan mengandung vitamin A dan D. Makanan ini terbuat dari terigu, gandum, dan beras yang masing-masing mengandung vitamin A dan D. Data untuk satu kotak makanan adalah sebagai berikut:

Kontribusi Vitamin				
Vitamin	Terigu (mg/ons)	Gandum (mg/ons)	Beras (mg/ons)	Kebutuhan (mg/kotak)
A	10	20	8	100
D	7	14	12	70

- ▶ Biaya 1 ons terigu adalah Rp 1.000, biaya satu gandum adalah Rp 1.500 dan biaya 1 ons beras adalah Rp 1.300
 - ▶ Tujuannya meminimumkan biaya
-
- 

1. Peubah Keputusannya

x_1 = ons terigu, x_2 = ons gandum, x_3 = ons beras

2. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan untuk meminimumkan biaya adalah

Minimumkan $Z = 1000x_1 + 1500x_2 + 1300x_3$

Diketahui : Z = total biaya perkotak

$1000x_1$ = biaya terigu perkotak

$1500x_2$ = biaya gandum perkotak

$1300x_3$ = biaya beras berkotak

3. Batasan Model

$$10x_1 + 20x_2 + 8x_3 \geq 100$$

$$7x_1 + 14x_2 + 12x_3 \geq 70$$

Batasan non-negativenya $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Model Lengkapnya adalah

Minimumkan $Z = 1.000x_1 + 1.500x_2 + 1.300x_3$

$$10x_1 + 20x_2 + 8x_3 \geq 100$$

$$7x_1 + 14x_2 + 12x_3 \geq 70$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



D. Contoh investasi

Investor perorangan mempunyai uang Rp 700.000.000. Dia ingin menginvestasikan uangnya dengan pilihan investasi adalah (1) emas dengan tingkat pengembalian 8,5%, (2) sapi dengan tingkat pengembalian 10%, (3) tanah dengan tingkat pengembalian 6,5%, dan saham dengan tingkat pengembalian 13%. Jumlah waktu sampai jatuh tempo pengembalian sama setiap jenis investasi. Untuk mengurangi dilakukan diversifikasi investasi dengan pedoman sebagai berikut :

1. Tidak lebih 20% dari total investasi emas
2. Jumlah yang diinvestasikan dalam sapi tidak lebih dari jumlah investasi untuk ketiga investasi lainnya
3. Paling sedikit 30% dari investasi harus tanah dan saham
4. Perbandingan antara investasi emas dengan jumlah yang diinvestasikan dalam tanah tidak boleh lebih dari satu banding tiga.
5. Investor ingin menginvestasikan semua uangnya.



D. Contoh Investasi

1. Peubah Keputusan

x_1 = jumlah rupiah yang diinvestasikan dalam emas

x_2 = jumlah rupiah yang diinvestasikan dalam sapi

x_3 = jumlah rupiah yang diinvestasikan dalam tanah

x_4 = jumlah \$ yang diinvestasikan dalam saham

2. Fungsi Tujuan

Tujuan investor adalah memaksimalkan total pengembalian investasi dalam empat pilihan tersebut. Fungsi tujuannya adalah:

Memaksimalkan $Z = 0,085x_1 + 0,100x_2 + 0,065x_3 + 0,130x_4$

3. Batasan model

Batasan 1 emas tidak boleh lebih dari 20% total investasi ($x_1 \leq 140.000.000$)

Batasan 2 jumlah investasi sapi tidak boleh lebih dari total investasi yang lainnya ($x_2 \leq x_1 + x_3 + x_4$ atau $x_2 - x_1 - x_3 - x_4 \leq 0$)

Batasan 3 paling sedikit 30% dari total investasi harus dalam tanah dan saham. Jika 30% dari 700.000.000 adalah 210.000.000, batasannya menjadi $x_3 + x_4 \geq 210.000.000$

Batasan 4 perbandingan investasi pada emas dan tanah tidak boleh lebih dari 1 banding 3 ($x_1/x_3 \leq 1/3$). Harus diubah menjadi

$3x_1 \leq x_3$, kemudian $3x_1 - x_3 \leq 0$.

Batasan 5 investor menginvestasikan seluruh uang ($x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 700.000.000$)



Model PL lengkapnya adalah sebagai berikut:

Memaksimumkan $Z = 0,085x_1 + 0,100x_2 + 0,065x_3 + 0,130x_4$

$$x_4 \leq 140.000.000$$

$$x_2 - x_1 - x_3 - x_4 \leq 0$$

$$x_2 + x_3 \geq 210.000.000$$

$$3x_1 - x_3 \leq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 700.000.000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

