

4. Solusi Metode Simpleks

- ▶ Pada metode simpleks, model diubah kedalam bentuk suatu tabel, kemudian dilakukan langkah matematis pada tabel tersebut.

A. Mengubah Batasan-batasan Model

Memaksimumkan $Z = 4x_1 + 5x_2$

Batasan

$x_1 + 2x_2 \leq 40$ jam tenaga kerja

$4x_1 + 3x_2 \leq 120$ pon tanah liat

$x_1, x_2 \geq 0$

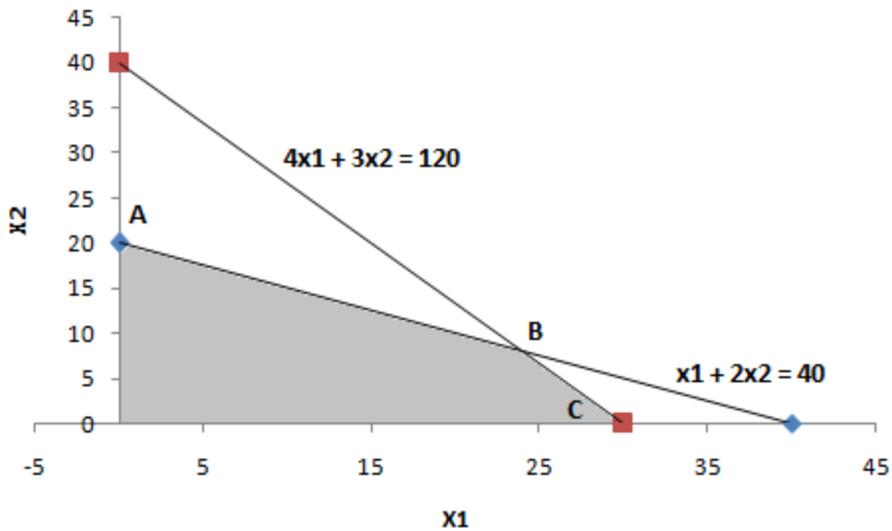
Diketahui :

x_1 = jumlah mangkok yang diproduksi

x_2 = jumlah cangkir yang diproduksi



Grafiknya adalah :



$x_1 + 2x_2 \leq 40$ jam tenaga kerja

$4x_1 + 3x_2 \leq 120$ pon tanah liat

Penambahan peubah slack (s) pada pertidaksamaan diatas akan menghasilkan persamaan berikut:

$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40$ jam tenaga kerja

$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120$ pon tanah liat



-
- ▶ Misalkan $x_1=5$ dan $x_2=10$ maka :

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 ; 5 + 2(10) + s_1 = 40; s_1 = 15 \text{ jam tenaga kerja}$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(5) + 3(10) + s_2 = 120; s_2 = 70 \text{ pon tanah}$$

liat

Masih ada 15 jam tenaga kerja dan 70 pon tanah liat yang belum terpakai.

- ▶ Misalkan pada titik asal $x_1=0$ dan $x_2=0$ maka :

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 ; 0 + 2(0) + s_1 = 40; s_1 = 40 \text{ jam tenaga kerja}$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(0) + 3(0) + s_2 = 120; s_2 = 120 \text{ pon tanah}$$

liat

Semua sumberdaya belum digunakan.

- Peubah slack tidak berpengaruh terhadap fungsi tujuan (ft), ft dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Maks } Z = 4x_1 + 5x_2 + 0s_1 + 0s_2$$

Batasan non-negatifnya menjadi $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$



B. Solusi untuk Persamaan Simultan

➤ Persamaan-persamaan dapat dipecahkan secara simultan. Kasus ini mempunyai 4 peubah dan 2 persamaan, tidak mungkin menemukan solusi secara langsung. Metode simpleks memudahkannya dengan memberikan nilai 0 ke beberapa peubah, peubah yang diberi nilai 0 adalah $n - m$, $n =$ banyaknya peubah, dan $m =$ banyaknya persamaan.

➤ Misal $x_1 = 0$ dan $s_1 = 0$, maka:

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 ; 0 + 2(x_2) + 0 = 40; x_2 = 20$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(0) + 3(20) + s_2 = 120; s_2 = 60 \text{ pon tanah liat}$$

Solusi ini berhubungan dengan titik A pada Grafik



B. Solusi untuk Persamaan Simultan

➤ Contoh lainnya, misal $x_2 = 0$ dan $s_2 = 0$, maka:

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 ; x_1 + 2(0) + s_1 = 40; \text{ jam tenaga kerja}$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(x_1) + 3(0) + 0 = 120; x_1 = 30 ,$$

sehingga $s_1 = 10$ jam tenaga kerja

Solusi ini berhubungan dengan titik C pada Grafik.

➤ Contoh lainnya, misal $s_1 = 0$ dan $s_2 = 0$, maka:

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 ; x_1 + 2x_2 + 0 = 40; \text{ jam tenaga kerja}$$

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4x_1 + 3x_2 + 0 = 120;$$

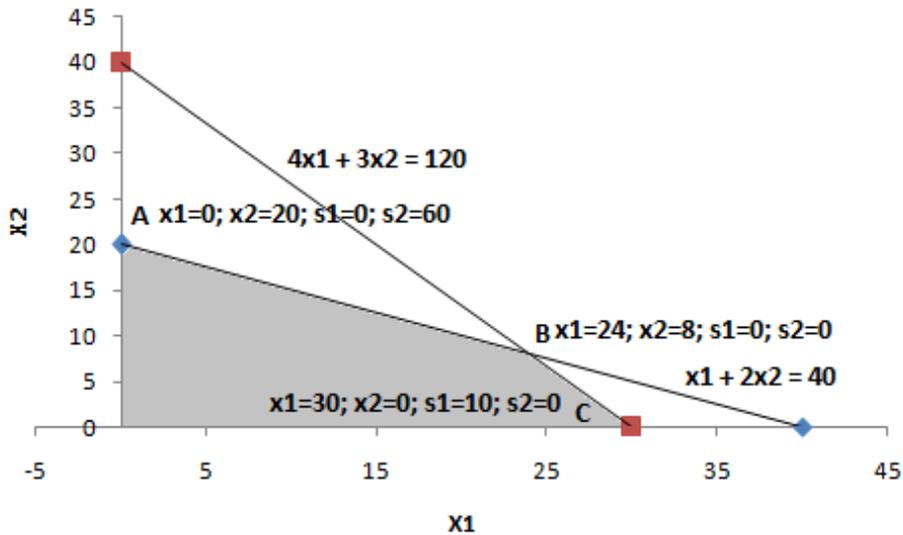
sehingga $x_1 = 24$ dan $x_2 = 8$

Solusi ini berhubungan dengan titik B pada Grafik yang teridentifikasi sebagai titik optimal.



B. Solusi untuk Persamaan Simultan

➤ Grafik :



➤ Muncul pertanyaan untuk penentuan solusi-solusi ini.

1. Bagaimana sebaiknya menentukan peubah yang diberi nilai nol
2. Bagaimana mengidentifikasi solusi optimal ?

Dua pertanyaan diatas dapat diatasi oleh metode simpleks.

Metode simpleks adalah suatu langkah sistematis untuk menjawab variabel mana yang sebaiknya diberi nol dan kapan solusi optimal telah dicapai.



C. Metode Simpleks

- ▶ Langkah-langkah metode simpleks disajikan dalam kerangka tabel. Contoh sebelumnya dapat digunakan kembali.

Memaksimumkan $Z = 4x_1 + 5x_2 + 0s_1 + 0s_2$

Batasan

$$x_1 + 2x_2 \leq 40 \text{ jam tenaga kerja}$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120 \text{ pon tanah liat}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Langkah pertama buat tabel sbb:

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas				
			x1	x2	s1	s2
	s1					
	s2					
	Zj					
	Cj - Zj					

Langkah berikutnya adalah menentukan suatu solusi fisibel dasar.

Dengan kata lain, dua variabel mana yang akan diberi nol.

Metode simpleks memilih titik origin ($x_1=0$ dan $x_2=0$) sebagai awal dari solusi sebab solusi ini selalu dapat diketahui dalam semua masalah PL.



C. Metode Simpleks

➤ Jadi variabel-variabel dalam solusi feasibel dasar adalah s_1 dan s_2 .

$x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$, maka:

$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40$; $s_1=40$ jam tenaga kerja

$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120$; $s_2=120$ pon tanah liat

Pada Tabel dapat ditulis sbb :

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas				
			x_1	x_2	s_1	s_2
	s_1	40				
	s_2	120				
	Zj					
	Cj - Zj					

Langkah selanjutnya adalah menuliskan Cj.

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40				
0	s_2	120				
	Zj					
	Cj - Zj					



C. Metode Simpleks

- Selanjutnya, koefisien peubah pada batasan dimasukkan pada Tabel. Batasan pertama ditulis pada baris yang ada s_1 nya dan batasan ke-2 ditulis pada baris yang ada s_2 nya.

Tabelnya adalah sbb :

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
0	s1	40	1	2	1	0
0	s2	120	4	3	0	1
	Zj					
	Cj - Zj					

Langkah selanjutnya adalah perhitungan matematis.

I. Menghitung Zj dan Baris Cj - Zj

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
0	s1	40	1	2	1	0
0	s2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0	0	0	0
	Cj - Zj		4	5	0	0

Tabel ini merupakan solusi awal, dengan $x_1=0$, $x_2=0$, $s_1=40$, dan $s_2=120$, keuntungan (Z) adalah 0.

C. Metode Simpleks

- Solusi pada Tabel sebelumnya bukan solusi optimal. Jadi solusi pindah ketitik lain, satu nonbasic variable akan masuk menjadi solusi dan berubah menjadi basic variable.

2. Variabel non-dasar yang masuk

Contoh: andaikan x_1 dimasukan sebagai variabel dasar, setiap x_1 yaitu mangkok yang diproduksi, keuntungan akan meningkat sebesar \$4, akan tetapi beberapa sumber yang sebelumnya tidak digunakan akan digunakan.

Jika $x_1 = 1$, maka:

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40; 1 + 2(0) + s_1 = 40; s_1 = 39 \text{ jam kerja}$$

dan

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(1) + 3(0) + s_2 = 120; s_2 = 116 \text{ pon tanah liat}$$

Dengan memproduksi 1 mangkok tenaga kerja berkurang 1 jam dan tanah liat berkurang 4 pon.

$$\text{Sedangkan } Z = 4(1) + 5(0) + 0(-1) + 0(-4) = 4$$

- Pada umumnya $c_j - Z_j$ mencerminkan kenaikan bersih per unit variabel non-dasar yang masuk ke dalam solusi dasar. Pilih x_2 sebagai variabel dasar yang memasuki solusi karena variabel tersebut memiliki kenaikan bersih terbesar terhadap laba perunit, yaitu \$5 dan merupakan nilai positif tertinggi pada baris $c_j - Z_j$.
-

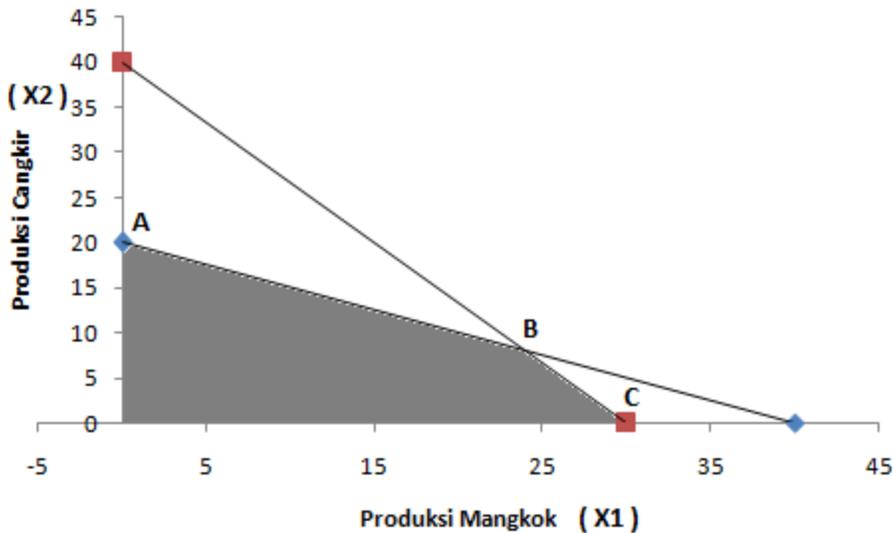


C. Metode Simpleks

Pemilihan variabel dasar yang masuk:

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
0	s1	40	1	2	1	0
0	s2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0	0	0	0
	Cj - Zj		4	5	0	0

Grafik pemilihan Variabel non-basic yang masuk ke variabel basic (X2)



C. Metode Simpleks

3. Variabel Dasar yang Keluar

Setelah memutuskan untuk memproduksi cangkir (x_2), kita akan memproduksi sebanyak mungkin atau dengan kata lain sebanyak sumberdaya yang diizinkan ($x_1=0$ dan $s_1=0$).

Menggunakan semua jam tenaga kerja

$$1x_1 + 2x_2 + s_1 = 40; 1(0) + 2x_2 + 0 = 40; x_2 = 20 \text{ cangkir}$$

Menggunakan semua pon tanah liat

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120; 4(0) + 3x_2 + 0 = 120; x_2 = 40 \text{ cangkir}$$

Berarti cangkir yang diproduksi adalah 20 cangkir

Pada Metode simpleks: Pilih rasio paling kecil antara kuantitas dan koefisien pada kolom pemutar.

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0	0	0	0
	Cj - Zj		4	5	0	0



C. Metode Simpleks

4. Membentuk Tabel yang baru

Tabel dengan variabel dasar yang baru:

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
5	x2					
0	s2					
	Zj					
	Cj - Zj					

nilai baris pemutar tabel baru = nilai baris pemutar tabel lama/angka pemutar

Nilai baris tabel baru = nilai baris tabel lama – (koef kolom pemutar yang berhubungan x nilai baris pemutar tabel baru yang berhubungan)

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
5	x2	20	1/2	1	1/2	0
0	s2	60	5/2	0	-3/2	1
	Zj	100	5/2	5	5/2	0
	Cj - Zj		3/2	0	-5/2	0

C. Metode Simpleks

5. Tabel Simpleks Optimal

Tabel dengan variabel dasar yang baru:

Nilai $C_j - Z_j$ masih ada yang bernilai positif yaitu $3/2$.

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
5	x2	20	1/2	1	1/2	0
0	s2	60	5/2	0	-3/2	1
	Zj	100	5/2	5	5/2	0
	Cj - Zj		3/2	0	-5/2	0

nilai baris pemutar tabel baru = nilai baris pemutar tabel lama/angka pemutar

Nilai baris tabel baru = nilai baris tabel lama – (koef kolom pemutar yang berhubungan x nilai baris pemutar tabel baru yang berhubungan)

Cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	5	0	0
			x1	x2	s1	s2
5	x2	8	0	1	4/5	-1/5
4	x1	24	1	0	-3/5	2/5
	Zj	136	4	5	8/5	3/5
	Cj - Zj		0	0	-8/5	-3/5

Solusi optimalnya $x_1 = 24$ dan $x_2 = 8$ dan $Z = 136$

Kesimpulan Metode Simpleks

Langkah-langkah menemukan solusi model PL menggunakan metode simpleks:

1. Mengubah bentuk batasan model pertidaksamaan menjadi persamaan
2. Membentuk tabel awal untuk solusi fisibel dasar pada titik asal dan menghitung nilai-nilai baris z_j dan $c_j - z_j$
3. Menentukan kolom pemutar (variabel dasar yang masuk) dengan cara memilih nilai $c_j - z_j$ yang paling besar dan bernilai positif
4. Menentukan baris pemutar (variabel dasar yang keluar) dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom kuantitas dengan nilai-nilai pada kolom pemutar dan memilih baris dengan hasil nonnegatif terkecil
5. Menghitung nilai baris pemutar dengan rumus:

nilai baris pemutar tabel baru = nilai baris pemutar tabel lama/angka pemutar

6. Menghitung nilai baris yang baru:

Nilai baris tabel baru = nilai baris tabel lama – (koef kolom pemutar yang berhubungan x nilai baris pemutar tabel baru yang berhubungan)

7. Menghitung baris z_j dan $c_j - z_j$ yang baru
 8. Menentukan apakah solusi telah optimal. Jika nilai $c_j - z_j$ sudah nol atau negatif, maka solusi sudah optimal.
-



Tugas

