Pemanfaatan E-learning untuk Memperkuat Pembelajaran Riset Operasi

Oleh :
Asep Rusyana
NIP. 132 320 029

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SYIAH KUALA
2009

B. Persoalan Batasan Campuran

- Tempat kerajinan membuat tas kantor dan tas koper. Laba tas kantor \$ 400 dan laba tas koper \$ 200. Tempat kerajinan tersebut harus menyediakan untuk pelanggan 30 tas setiap bulannya. Pabrik kulit menyuplai sedikitnya 80 yard persegi kulit perbulan. Setiap tas kantor perlu 2 yard persegi kulit, sedangkan setiap tas koper memerlukan 8 yard persegi. Pemilik tempat kerajinan mengetahui bahwa tidak mungkin memproduksi tas kantor lebih dari 20 perbulan.
- Formulasi Model Program Linear :

  Maksimumkan Z = 400x1 + 200x2

  Batasan x1 + x2 = 30 kebutuhan pelanggan

  2x1 + 8 x2 ≥ 80 ketersediaan kulit

  x1 ≤ 20 tas kantor

  x1, x2 ≥ 0

  x1 = tas kantor, x2 = tas koper

- Langkah pertama mengubah pertidaksamaan menjadi persamaan.
- Batasan kebutuhan pelanggan

  $x1 + x2 = 30$.

  Tes pada titik pangkal, yaitu $x1 = 0$ dan $x2 = 0$, maka

  $x1 + x2 = 30$

  $0 + 0 = 30$ perlu ditambahkan peubah artifisial sehingga persamaan menjadi $x1 + x2 + A1 = 30$ sehingga batasan menjadi $x1 + x2 + A1 = 30$. Karena fungsi tujuannya memaksimumkan dan peubah artifisial tidak memiliki arti maka peubah A1 diberi koefisien –M yang akan otomatis mengeluarkan A1 dari formulasi.
- Batasan ketersediaan kulit adalah suatu pertidaksamaan ≥, sehingga batasan ini menjadi $2x1 + 8x2 – s1 + A2 = 80$
- Batasan tas kantor adalah suatu pertidaksamaan ≤, sehingga menjadi $x1 + s2 = 20$

- Formulasi program linear di atas menjadi :

  maksimumkan Z = 400x1 + 200x2 + 0s1 + 0s2 – MA1 – MA2

  batasan x1 + x2 + A1 = 30

  2x1 + 8 x2 – s1 + A2 = 80

  x1 + s2 = 20

  x1, x2, s1, s2, A1, A2 ≥ 0

- Tabel simpleks awal :

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	400	200	0	0	-M	-M
			x1	x2	s1	s2	A1	A2
-M	A1	30	1	1	0	0	1	0
-M	A2	80	2	8	-1	0	0	1
0	s2	20	1	0	0	1	0	0
	zj	-110M	-3M	-9M	M	0	-M	-M
	cj - zj		400+3M	200+9M	-M	0	0	0

- Tabel simpleks kedua

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	400	200	0	0	-M
			x1	x2	s1	s2	A1
-M	A1	20	¾	0	1/8	0	1
200	X2	10	¼	1	-1/8	0	0
0	s2	20	1	0	0	1	0
	zj	2000-20M	50-3M/4	200	-25-M/8	0	-M
	cj - zj		350+3M/4	0	25+M/8	0	0

- Tabel simpleks ketiga

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	400	200	0	0	-M
			x1	x2	s1	s2	A1
-M	A1	5	0	0	1/8	-3/4	1
200	x2	5	0	1	1/8	-1/4	0
400	x1	20	1	0	0	1	0
	zj	9000-5M	400	200	-25-M/8	3/4M+350	-M
	cj - zj		0	0	25+M/8	-350-3M/4	0

- Tabel simpleks optimal

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	400	200	0	0
			x1	x2	s1	s2
0	S1	40	0	0	1	-6
200	x2	10	0	1	0	-1
400	x1	20	1	0	0	1
	zj	10.000	400	200	0	200
	cj - zj		0	0	0	-200

- Solusinya,

  x1 (tas kantor) = 20, x2 (koper) = 10,

  s1 (kulit yang harus ditambahkan) = 40,

  Z (keuntungan perbulan) = $10.000

- Aturan untuk merubah ketiga jenis batasan adalah :

Batasan	Penyesuaian	Koefisien Fungsi Tujuan	
		Maksimumkan	Minimumkan
≤	Tambah peubah pengurang	0	0
=	Tambah peubah artifisial	-M	M
≥	Kurang peubah penambah	0	0
	dan tambah peubah artifisial	-M	M

C. Program Linear yang tidak teratur (Ireguler)

Persoalan-persoalan khusus yang dapat timbul pada program linear adalah solusi optimal lebih dari satu, tidak terdapat daerah solusi yang feasibel, daerah solusi tidak terbatas, kolom pemutar lebih dari satu, baris pemutar lebih dari satu (degenerasi), dan nilai kuantitas yang negatif.

1. Solusi Optimal Majemuk

- Misalkan kasus pembuatan mangkok dan cangkir fungsi tujuannya diubah dari $Z = 4x1 + 5x2$ menjadi $Z = 4x1 + 3x2$
- Formulasi program linearnya :

Maksimumkan $Z = 4x1 + 3x2$

Batasan $x1 + 2x2 \leq 40$ jam tenaga kerja

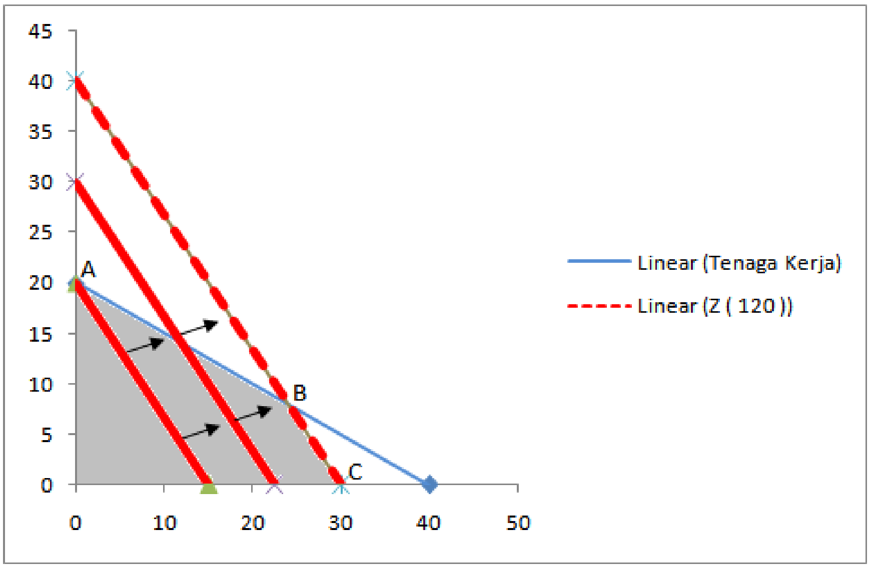
$4x1 + 3x2 \leq 120$ pon tanah liat

$x1, x2 \geq 0$

$x1$ = banyaknya mangkok yang diproduksi

$x2$ = banyaknya cangkir yang diproduksi

- Grafik untuk formulasi PL



- Grafik menunjukan bahwa solusi maksimum ada pada garis B dan C.
- Tabel simpleks optimal

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	3	0	0
			x1	x2	s1	s2
0	s1	10	0	5/4	1	-1/4
4	x1	30	1	¾	0	¼
	zj	120	4	3	0	1
	cj - zj		0	0	0	-1

- Tabel diatas berhubungan dengan titik C pada grafik. Menentukan solusi titik akhir alternatif maka x2 dapat dijadikan sebagai kolom pemutar.

- Tabel optimal alternatif

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	3	0	0
			x1	x2	s1	s2
3	x1	24	0	1	4/5	-1/5
4	x2	8	1	0	-3/5	2/5
	zj	120	4	3	0	1
	cj - zj		0	0	0	-1

- Solusi optimal majemuk menjadikan pengambil keputusan mempunyai lebih banyak alternatif.

2. Persoalan Daerah Solusi tidak Feasible

- Contoh persoalan yang tidak feasible adalah

Maksimumkan $Z = 5x1 + 3x2$

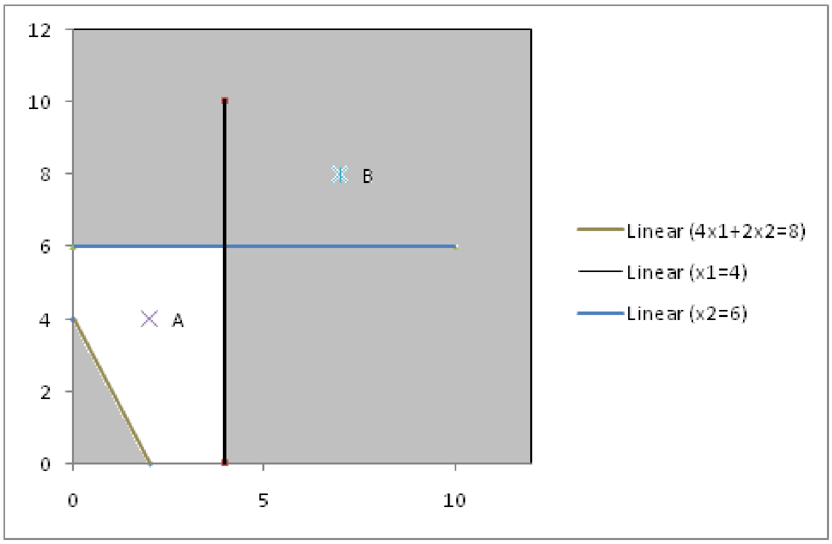
Batasan $4x1 + 2x2 \leq 8$

$x1 \geq 4$

$x2 \geq 6$

$x1, x2 \geq 0$

- Grafik formulasi model PL nya



Titik A hanya memenuhi batasan $4x1 + 2x2 \leq 8$, sedangkan titik B hanya memenuhi $x1 \geq 4$ dan $x2 \geq 6$. Model ini tidak mempunyai solusi. Tabel simpleks akhirnya sbb :

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	400	200	0	0	0	-M	-M
			x1	x2	s1	s2	s3	A1	A2
3	x2	4	2	1	½	0	0	0	0
-M	A1	4	1	0	0	-1	0	1	0
-M	A2	2	-2	0	-1/2	0	-1	0	1
	zj	12-6M	6 + M	3	3/2+M/2	M	M	-M	-M
	cj - zj		-1-M	0	-3/2-M/2	-M	-M	0	0

Baris cj – zj memiliki nilai nol atau negatif, dan adanya peubah artifisial pada variabel dasar tidak berarti apa-apa.

3. Persoalan tidak Terbatas

Beberapa persoalan PL memiliki batasan tidak tertutup. Dalam hal ini fungsi tujuan naik secara tidak terbatas. Contoh :

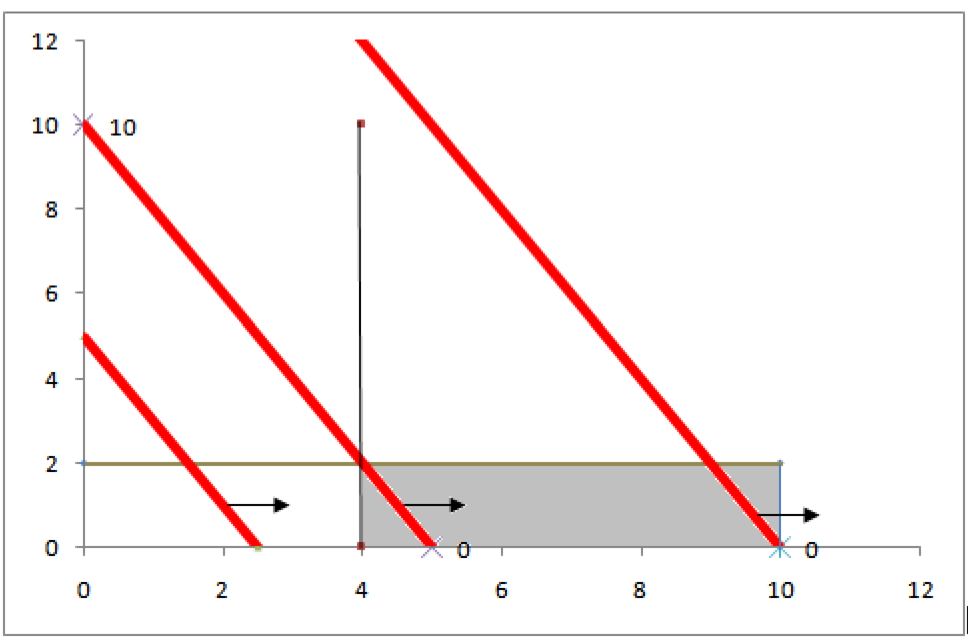
Maksimumkan $Z = 4x1 + 2x2$

Batasan $x1 \geq 4$

$x2 \leq 2$

$x1, x2 \geq 0$

Grafik dari model LP tersebut adalah :



Pada grafik fungsi tujuan naik tanpa ada akhirnya.

- Tabel simpleks kedua kasus solusi tanpa batas

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	2	0	0
			x1	X2	s1	s2
4	x1	4	1	0	-1	0
0	s2	2	0	1	0	1
	zj	16	4	0	-4	0
	cj - zj		0	2	4	0

Pada tabel simpleks rasio kuantitas terhadap nilai pada kolom pemutar bernilai negatif atau tak terhingga.

4. Kolom Pemutar yang Seri

Kadang-kadang ada lebih dari satu kolom yang memiliki nilai positif terbesar pada baris cj-Zj atau Zj–cj. Pada saat terjadi seperti ini pilihlah kolom pemutar secara acak dari kolom-kolom calon kolom pemutar tersebut. Satu kolom pemutar memerlukan tabel simpleks lebih sedikit dibandingkan kolom pemutar lainnya.

5. Baris Pemutar yang Seri-Degenerasi

Calon baris pemutar bisa memiliki rasio antara kuantitas dan elemen pada kolom bernilai sama. Dalam kasus ini pilihlah satu baris dari baris-baris calon baris pemutar terebut secara acak. Pada kasus seperti ini, baris yang tidak dipilih akan memiliki nilai kuantitas nol dan kasus ini disebut degenerasi.

- Berikut adalah persoalan baris pemutar ganda.

Maksimumkan $Z = 4x1 + 6x2$

Batasan $6x1 + 4x2 \leq 24$

$x2 \leq 3$

$5x1 + 10x2 \leq 40$

$x1, x2 \geq 0$

Tabel simpleks keduanya sebagai berikut

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	6	0	0	0
			x1	X2	s1	s2	s3
0	s1	12	6	0	1	-4	0
6	x2	3	0	1	0	1	0
0	s3	10	5	0	0	-10	1
	Zj	18	0	6	0	6	0
	cj - Zj		4	0	0	-6	0

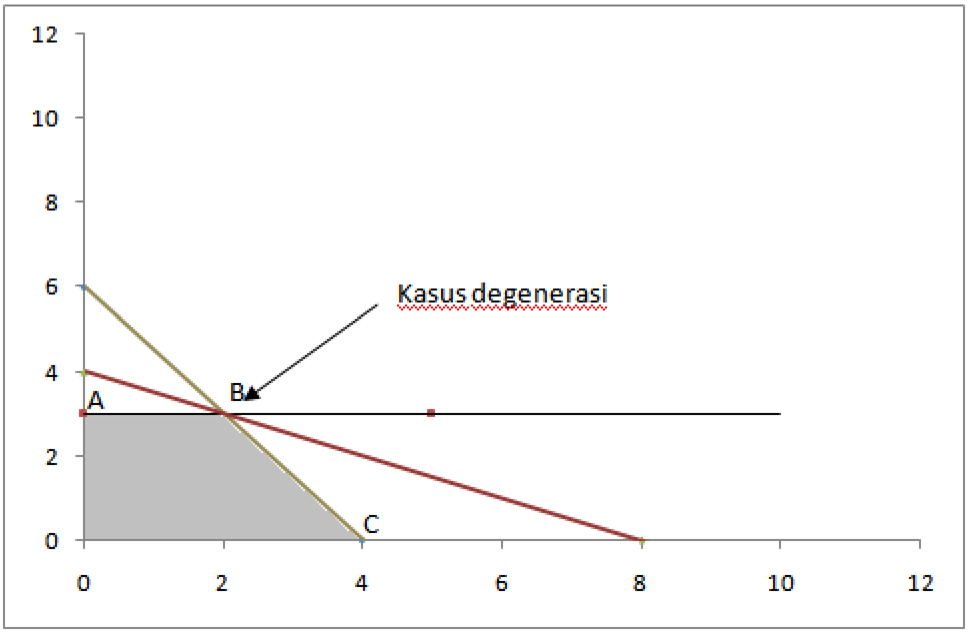
- Baris s3 dipilih secara acak sebagai baris pemutar, kemudian menghasilkan tabel simpleks ketiga

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	6	0	0	0
			x1	x2	s1	s2	s3
0	s1	0	0	0	1	8	-6/5
6	x2	3	0	1	0	1	0
4	x1	2	1	0	0	-2	1/5
	Zj	26	4	6	0	-2	4/5
	cj - Zj		0	0	0	2	-4/5

- Perhatikan s1 bernilai nol. Berarti s1 adalah rasio kuantitas dan elemen kolom pemutar positif yang paling kecil. Tabel optimal sebagai berikut :

cj	Variabel Dasar	Kuantitas	4	6	0	0	0
			x1	x2	s1	s2	s3
0	s2	0	0	0	1/8	1	-3/2
6	x2	3	0	1	-1/8	0	3/20
4	x1	2	1	0	¼	0	-1/10
	Zj	26	4	6	¼	0	½
	cj - Zj		0	0	-1/4	0	-1/2

- Proses degenerasi pada kasus tersebut terlihat pada grafik.



6. Kuantitas Bernilai Negatif

Seringkali kuantitas bernilai negatif. Contohnya $6x1 + 2x2 \geq -30$ oleh karena itu agar metode simpleks bekerja pertidaksamaan tersebut dikalikan dengan -1 sehingga menjadi $-6x1-2x2 \leq 30$.

Kesimpulan dari tabel simpleks ireguler adalah :

- Solusi bersifat majemuk diidentifikasi oleh nilai cj-Zj = 0 atau Zj – cj = 0 untuk peubah bukan dasar. Solusi alternatif diperoleh dengan memasukan peubah yang memiliki cj – Zj = 0 atau Zj – cj = 0 pada peubah dasar.
- Solusi infeasible terdeteksi ketika cj – Zj ≤ 0 atau Zj – cj ≤ 0 dan pada variabel dasar ada peubah artifisial.
- Persoalan tak terbatas teridentifikasi ketika rasio nilai kuantitas dan elemen kolom pemutar bernilai negatif atau tek hingga.
- Persoalan kolom pemutar lebih dari satu diatasi dengan memilih salah satu kolom-kolom tersebut secara acak.
- Persoalan baris pemutar lebih dari satu diatasi dengan memilih salah satu baris tersebut secara acak dan akan timbul degenerasi.
- Persoalan nilai kuantitas negatif diatasi dengan mengalikan batasan tersebut dengan -1.