OPTIMASI NUMERIS SATU DIMENSI LANGKAH TETAP DAN PERCEPATAN LANGKAH

Teori Optimasi Numeris Satu Dimensi

1. **Pembahasan optimasi non-linear pada metode analitis:**
   - Pertama-tama mencari titik-titik nilai optimal
   - Kemudian, mencari nilai optimal dari fungsi tujuan berdasarkan titik-titik optimal yang telah ditemukan

2. **Pada metode numeris langkah hitungan yang dilakukan justru kebalikan dari metode analitis:**
   - Pada metode ini letak titik optimum ditentukan dengan menyelidiki nilai fungsinya,
   - Titik yang mempunyai nilai fungsi terbesar atau terkecil dibandingan dengan nilai fungsi pada titik-titik yang lain itulah titik optimumnya,
   - Jadi titik optimum dihitung terakhir

3. **Pencarian Bebas**

Teknik eliminasi pencarian bebas ini dikatakan teknik yang paling sederhana dan mudah untuk dipahami, hanya saja tidak efisien apabila ditinjau dari segi numeris.

Teknik ini dibagi menjadi dua metode yang berbeda dalam langkah hitungan

3.1 Dengan langkah tetap

Pendekatan paling dasar dari permasalahan optimasi adalah penggunaan langkah tetap berangkat dari titik pertama dan bergerak kearah yang dikehendaki. Diandaikan permasalahan yang dihadapi adalah minimasi suatu fungsi tujuan, maka dapat dijabarkan langkah-langkahnya :

- Mulai dengan tebakan titik pertama, misalkan x_1
- Hitung $f_1 = f(x_1)$
- Pilih sebuah ukuran langkah misalkan s, hitung $x_2 = x_1 + s$

- Hitung $f_2 = f(x_2)$
- Jika $f_2 < f_1$ maka pencarian dapat diteruskan kearah ini sepanjang titik-titik $x_3, x_4, \ldots$ dengan melakukan tes pada setiap dua titik yang terakhir. Cara ini ditempuh terus sampai dicapai suatu keadaan dimana $x_i = x_1 + (\mathrm{i} - 1)\mathrm{s}$ memperlihatkan ke nilai pada nilai fungsinya
- Pencarian dihentikan pada x_i, atau x_{i-1} dapat dianggap sebagai titik optimum
- Jika $f_2 < f_1$, pencarian harus dilakukan kearah yang berlawanan yaitu sepanjang titik-titik $x_{-2}, x_{-3}, \ldots$ dengan $x_{-j} = x_1 - (\mathrm{j} - 1)\mathrm{s}$
- Jika $f_2 = f_1$, maka titik optimum terletak diantara titik-titik x_1 dan x_2
- Jika ternayata f_2 dan f_{-2} mempunyai nilai lebih besar dari f_1, maka titik optimum terletak diantara titik-titik x_{-2} dan x_2

Contoh soal:

Cari minimum dari fungsi $f(\lambda) = \lambda^5 - 5\lambda^3 - 20\lambda + 5$ dengan nilai awal $x_1 = 0.0$ dan langkah awal $s = 0.1$

Penyelesaian :

$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{\lambda_i = x_1 + (i-1)s}$	$\boldsymbol{f_i = f(\lambda)}$	$\boldsymbol{f_i \geq f_{i-1}}$
1	0.0	5	Tidak
2	0.1	2.9	Tidak
3	0.2	0.9	Tidak
4	0.3	-1.1	Tidak
5	0.4	-3.3	Tidak
6	0.5	-5.6	Tidak
7	0.6	-8.0	Tidak
8	0.7	-10.5	Tidak
9	0.8	-13.2	Tidak
10	0.9	-16.0	Tidak
11	1	-19	Tidak
12	1.1	-22.0	Tidak
13	1.2	-25.2	Tidak
14	1.3	-28.2	Tidak
15	1.4	-31.3	Tidak
16	1.5	-34.3	Tidak
17	1.6	-37	Tidak
18	1.7	-39.4	Tidak
19	1.8	-41.3	Tidak

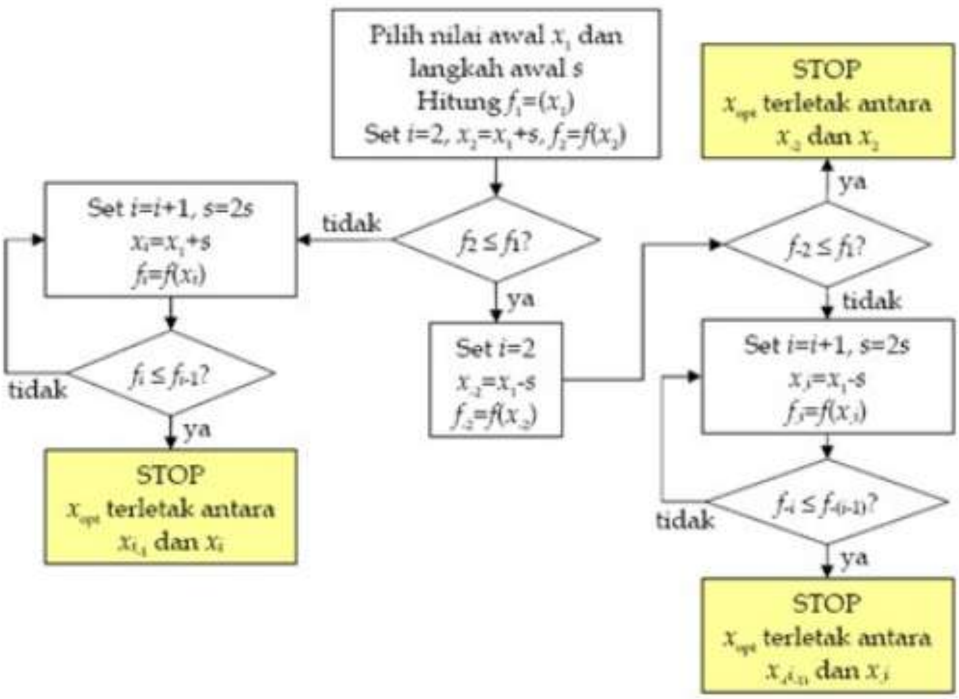
20	1.9	-42.5		Tidak
21	2	-43		Tidak
22	2.1	-42.5	balik arah	Ya

Kesimpulan : Dari tabel di atas tampak bahwa pada $i = 1$ sampai $i = 21$ nilai fungsi yang menurun, pada $i = 22$ terjadi berbalikan arah dengan nilai fungsi bertambah besar. Jadi nilai optimum terjadi diantara $i = 21$ dan $i = 22$ atau dapat dianggap bahwa nilai x optimum adalah x_{21} atau x_{22}

3.2 **Dengan Percepatan langkah** :

- Walaupun pencarian dengan langkah tetap sangat sederhana dan mudah, tetapi sangat tidak efisien.
- Salah satu cara untuk mempercepat proses pencarian sampai titik optimum tersebut adalah dengan memperbesaar langkah pencarian titik optimum terkurung.
- Pada permasalah maximasi fungsi tujuan, maka teknik pencarian percepatan langkah dilakukan dengan memperbesar langkah dua kali lipat sepanjang arah gerakan yang menghasilkan bertambahnya nilai fungsi tujuan.
- Salah saatunya adalah dengan mengurangi besar langkah pada saat titik optimum sudah terkurung dalam (x_{i-1}, x_i)
- Dengan mulai lagi hitungan dari titik x_i atau x_{i-1} prosedur diatas dapat diulangi lagi dengan langkah pencarian diperkecil sampai dicapai pengurungan titik optimum dalam suatu interval yang cukup kecil sesuai degan kebutuhan

Prosedur pencarian titik optimum dengan teknik ini dijelaskan dalam diagram alir dalam gambar tersebut



Contoh : Carilah maximum dari dari fungsi $f = x(1.5 - x)$ dengan nilai awal $x_1 = 0.0$ dan langkah awal $s = 0.05$

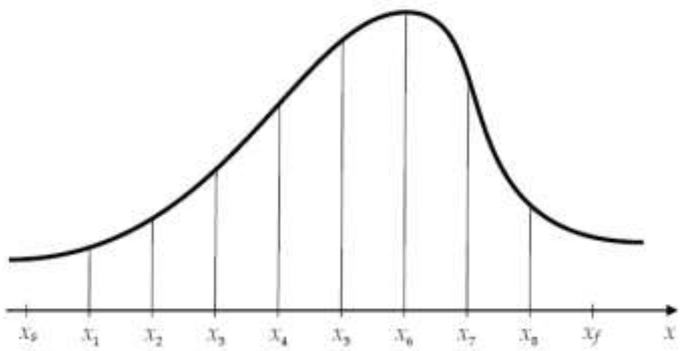
Penyelesaian :

I	Nilai dari s	$x_i = x_1 + s$	$f_i = f(x_i)$	$f_i < f_{i-1}$
1	-	0.0	0.0	-
2	0.05	0.05	0.0725	tidak
3	0.10	0.1	0.140	tidak
4	0.20	0.2	0.260	tidak
5	0.40	0.4	0.440	tidak
6	0.80	0.8	0.560	tidak
7	1.60	1.6	-1.600	ya

Penyelesaian yang dilakukan dengan tabel diatas terlihat pada i = 7 terjadi pembalikan arah karena nilai fungsi menurun dengan nilai optimum adalah $x_7 = 0.8$. pada soal ini nilai optimum sebetulnya tidak terjadi diantara $i = 6$ dan $i = 7$, pendekatan yang lebih baik adalah denganmemulai lagi hitungan pada $i = 6$ dengan langkah hitungan yang lebih kecil

3.3 Pencarian Lengkap

- Teknik ini dapat digunakan jika telah diketahui bahwa interval dimana terdapat suatu titik optimum sudah ditentukan.
- Misal x_s dan x_f secara berurutan menunjukan titik-titik awal dan akhir dari interval yang diamati. Teknik pencarian lengkap terdiri atas pencaran nilai fungsi tujuan pada titik-titik trtenu yang berjarak sama dalam interval (x_s, x_f).
- Misal suatu fungsi didefinisikan dalam interval (x_s, x_f) dan dipartisi menjadi delapan bagian dengan titik-titik hitungan x_1 dan x_8. Dimisalkan nilai fungsi yang ditinjau berbentuk kurva seperti pada gambar dibawah maka titik optimumakan terletak diantara titik x_5 dan titik x_7. Jadi interval (x_5, x_7) dianggap sebagai interval pencarian yang baru.



Gambar Teknik Pencarian Bebas Lengkap dengan dimisalkan kurva suatu fungsi dalam interval (x_s, x_f).

- Secara umum jika fungsi tujuan yang dievaluasi pada n titik berjarak sama didalam interval pencarian mula-mula $L_0 = (x_f - x_s)$, dan jika ternyata bahwa titik optimum berada pada titik x_j, maka interval terakhir adalah

$$L_n = x_{j+i} - x_{j-i} = \frac{2}{n+1} L_0$$

- Interval terakhir dari ketidakpastian yang didapat untuk berbagai uji coba dalam metode pencarian lengkap diberikan di bawah ini

No. Uji Coba	1	2	3	4	5	6	…	n
L_n/L_0	1	0,6666667	0,5	0,4	0,3333333	0,285714	…	2/(n+1)

- Karena fungsi dievaluasi pada semua titik n secara simultan, metode ini bisa disebut metode pencarian secara bersamaan. Metode ini relatif tidak efisien dibandingkan dengan metode pencarian sekuensial yang akan dibahas selanjutnya, dimana informasi yang diperoleh dari percobaan awal digunakan dalam menempatkan percobaan selanjutnya.