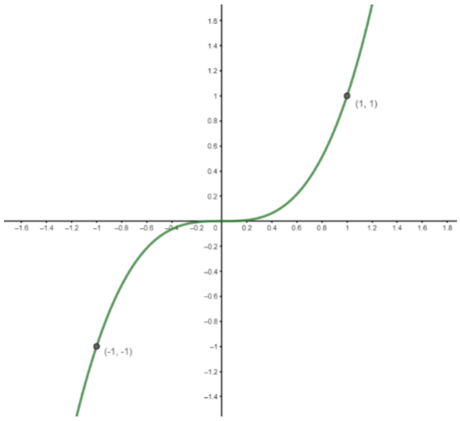
WORKSHEET FUNGSI GANJIL DAN GENAP

Tujuan :

1. Mahasiswa mampu menentukan jenis fungsi ganjil genap baik dari grafik maupun menggunakan definisi

D.1 FUNGSI GANJIL

Perhatikan gambar fungsi $f(x) = x^3$ berikut :



Gambar 4.1

Isilah nilai-nilai pada tabel berikut.

x	f(x)	-x	f(-x)
1	$1^3 = 1$	-1	$(-1)^3 = -1$.
2	…	…	…
3	…	…	…
4	…	…	…

Dari tabel di atas, coba perhatikan nilai fungsi untuk f(x) dan f(-x). Tanpa menghitung dengan kalkulator, jika diketahui bahwa nilai fungsi f dititik x = 5 adalah 125, dapatkah kalian menghitung nilai fungsi f di titik x = -5?

Dengan memperhatikan nilai-nilai fungsi di titik x = a dan x = -a, perhatikan bahwa nilai fungsi f di titik x = -a adalah negatif dari nilai fungsi f di titik x = a. Akibatnya, nilai fungsi f di titik x = -5 adalah negatif dari nilai fungsi f di titik x = 5. Hal ini dapat ditulis dalam model matematika

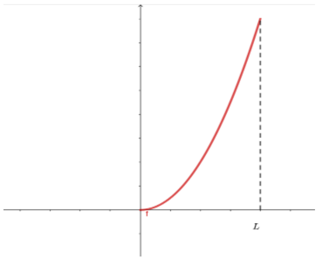
$$f(-5) = -f(5).$$

Jadi, nilai fungsi f di titik x = -5 adalah -125.

Jika berlaku secara umum di sebarang titik x, maka fungsi tersebut disebut fungsi ganjil. Jadi, suatu fungsi disebut fungsi ganjil jika memenuhi hubungan

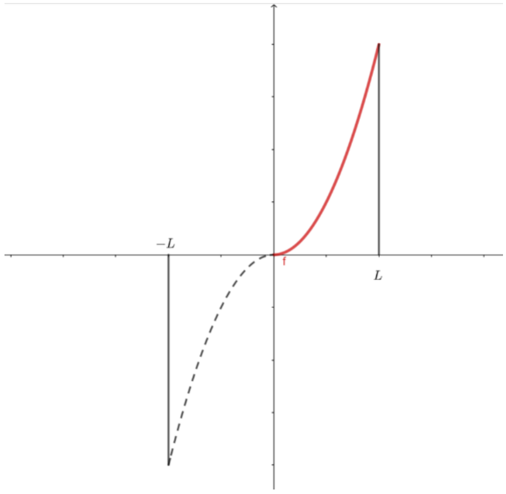
$$f(-x) = -f(x) \text{ atau } f(x) = -f(-x) .$$

Perhatikan fungsi f yang terdefinisi pada domain [0,L] seperti Gambar 4.2 berikut :



Gambar 4.2

Agar menjadi fungsi ganjil, maka kita perluas domain menjadi [-L,L] dengan nilai fungsi pada domain negatif bernilai negatif dari nilai fungsi pada domain positif seperti pada Gambar 4.3.



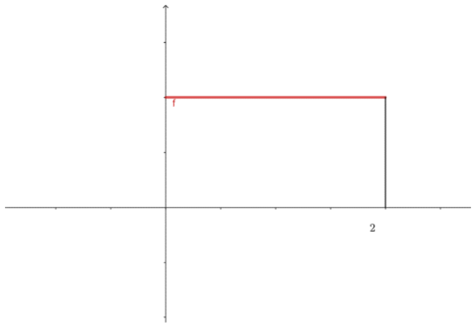
Gambar 4.3

Jika fungsi pada Gambar 4.2 dinyatakan sebagai $f(x), 0 < x \le L$ maka perluasan fungsi ganjil yang diperoleh pada Gambar 4.3 dapat dinyatakan sebagai fungsi g dan dinyatakan sebagai berikut

$$g(x) = \begin{cases} f(x), 0 < x \le L \\ -f(-x), -L \le x < 0 \end{cases}.$$

Contoh 4.1.

Diberikan fungsi $f(x) = 1, 0 < x \le 2$. Tentukan perluasan fungsi ganjil dari fungsi f tersebut.



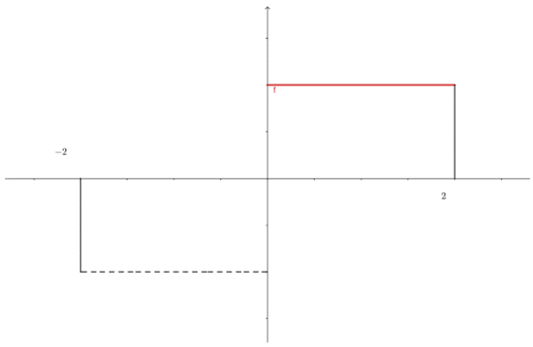
Gambar 4.4

Jawab :

Perluasan fungsi ganjil dari fungsi f tersebut adalah

$$g(x) = \begin{cases} 1, 0 < x \le 2 \\ -1, -2 \le x < 0 \end{cases}$$

Gambar 4.5 merupakan ilustrasi dari perluasan fungsi ganjil f.



Gambar 4.5

Latihan 4.1

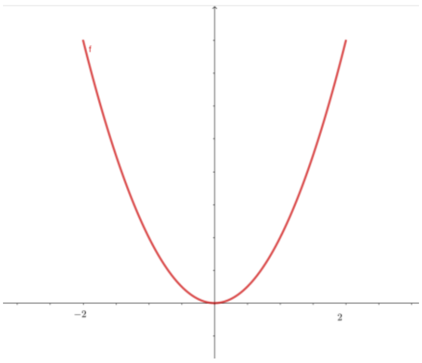
Untuk lebih memahami perluasan fungsi menjadi fungsi ganjil, tentukan perluasan dari fungsi-fungsi berikut dan gambarkan ilustrasinya. Kalian dapat menggunakan *dynamic worksheet* yang telah disediakan.

1. $f(x) = 2, 0 < x \leq 4$
2. $f(x) = x, 0 < x \leq 5$
3. $f(x) = x^2 - 5, 0 < x \leq 2$
4. $f(x) = x^2 - x, 0 < x \leq 1$
5. $f(x) = 2x^3, 0 < x \leq 1$

Dynamic worksheet dapat juga diakses pada link berikut https://www.geogebra.org/m/adyss2wn .

D.2 FUNGSI GENAP

Perhatikan kembali fungsi $f(x) = x^2$ pada Gambar 4.6 berikut.



Gambar 4.6

Isilah nilai-nilai pada tabel berikut

x	f(x)	-x	f(-x)
1	$1^2 = 1$	-1	$1^2 = 1$
2			
3			
4			

Perhatikan kembali nilai fungsi di titik x = a dan x = -a untuk a = 1, 2, 3 dan 4. Pada contoh di atas, diketahui bahwa nilai fungsinya sama di kedua titik tersebut. Dengan kata lain

$$f(a) = f(-a) .$$

Jika diketahui bahwa nilai fungsi pada titik x = 25 adalah 625, maka nilai fungsi pada titik x = -25 dapat langsung diketahui yaitu 625. Jika berlaku untuk keseluruhan domain fungsi, maka fungsi yang demikian ini disebut dengan fungsi genap.

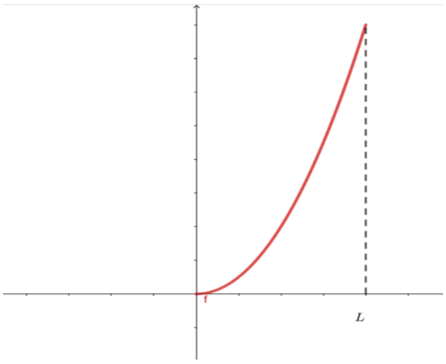
Jadi, suatu fungsi disebut fungsi genap jika memenuhi hubungan

$$f(x) = f(-x)$$

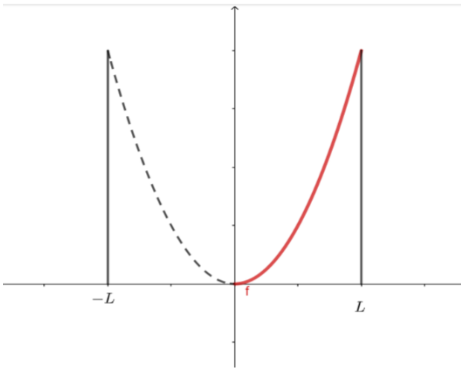
untuk setiap anggota domain x.

Dengan demikian, jika diketahui suatu fungsi f yang terdefinisi pada domain [0,L] seperti diilustrasikan pada Gambar 4.7 maka perluasan fungsi genap dari fungsi tersebut dapat dinyatakan sebagai fungsi g dan dilakukan dengan mendefinisikan fungsi pada domain [-L,0] sebagai berikut

$$g(x) = \begin{cases} f(x), 0 < x \leq L \\ f(-x), -L \leq x < 0 \end{cases}$$



Gambar 4.7



Gambar 4.8

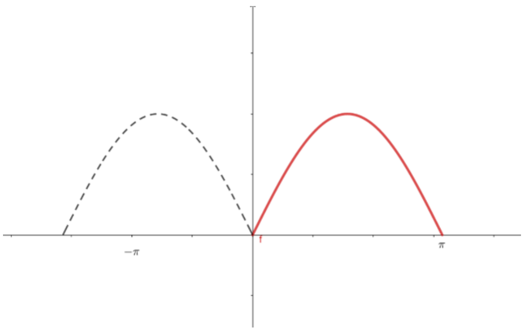
Gambar 4.8 merupakan ilustrasi untuk perluasan fungsi genap.

Contoh 4.2

Diberikan fungsi sebagai berikut.

$$f(x) = \sin(x), 0 \leq x \leq \pi$$

Tentukan perluasan fungsi genap dari fungsi tersebut.



Gambar 4.9

Pada Gambar 4.9, kurva berwarna merah merupakan kurva dari f(x). Perluasan fungsi genap dari fungsi tersebut dilakukan dengan mendefinisikan fungsi pada domain [-π, 0]. Jadi, perluasan fungsi genap dari fungsi f tersebut adalah

$$g(x)=\begin{cases}\sin(x), 0<x\leq\pi\\ \\ \sin(-x), -\pi\leq x<0\end{cases}$$

Ingat bahwa $\sin(-x)=-\sin(x)$. Akibatnya fungsi g dapat juga dinyatakan dalam bentuk

$$g(x)=\begin{cases}\sin(x), 0<x\leq\pi\\ \\ -\sin(x), -\pi\leq x<0\end{cases}.$$

Latihan 4.2

Untuk lebih memahami perluasan fungsi menjadi fungsi genap, tentukan perluasan dari fungsi-fungsi yang diberikan pada Latihan 4.1 dan gambarkan ilustrasinya. Kalian dapat menggunakan *dynamic worksheet* yang telah disediakan.

Setelah mempelajari fungsi ganjil dan fungsi genap, apa yang dapat kalian simpulkan dari ilustrasi fungsi ganjil dan genap yang sudah kalian lakukan.

Kesimpulan terkait fungsi ganjil genap.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Selanjutnya, tentukan fungsi berikut merupakan fungsi ganjil atau genap? Untuk memastikan jawaban kalian, gunakan worksheet geogebra yang telah disiapkan dengan melihat gambar fungsi tersebut pada domain [0,pi].

No	Fungsi	Ganjil / Genap
1.	$f(x)=x\cos(x)$	
2.	$f(x)=x^4-3x^2$	
3.	$f(x)=\frac{1}{x}$	
4.	$f(x)=x^3-5$	
5.	$f(x)=x^3-3x$	
6.	$f(x)=x^2$	
7.	$f(x)=2x$	
8.	$f(x)=\|x\|$	