ATURAN RANTAI

Aturan Rantai

Jika f dan g keduanya mempunyai turunan, dan $h = f \circ g$ adalah fungsi komposisi yang didefinisikan oleh $h(x) = f(g(x))$, maka h mempunyai turunan, yaitu h' yang dinyatakan oleh

$$h'(x) = f'(g(x)).\ g'(x)$$

Dalam notasi Leibniz, jika $y = f(u)$ dan $u = g(x)$ keduanya fungsi yang mempunyai turunan, maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}.$$

Bukti:

$$\begin{aligned}
h'(x) &= \lim_{t\to 0}\frac{h(x+t)-h(t)}{t} = \lim_{t\to 0}\frac{f(g(x+t))-f(g(x))}{t} \\
&= \lim_{t\to 0}\left[\frac{f(g(x+t))-f(g(x))}{g(x+t)-g(x)}.\frac{g(x+t)-g(x)}{t}\right] \\
&= \lim_{t\to 0}\frac{f(g(x+t))-f(g(x))}{g(x+t)-g(x)}.\lim_{t\to 0}\frac{g(x+t)-g(x)}{t} \\
&= \lim_{p\to 0}\frac{f(g(x)+p)-f(g(x))}{p}.\lim_{t\to 0}\frac{g(x+t)-g(x)}{t} \\
&= f'(g(x))g'(x)
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan aturan rantai dan dengan menggunakan rumus sebelumnya kita akan dapatkan rumus-rumus di bawah ini.

Fungsi	Turunan fungsi
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = a^x,\ a \neq 1$	$y' = a^x \ln a$
$y = {}^a\log x,\ a > 0,\ a \neq 1$	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}$