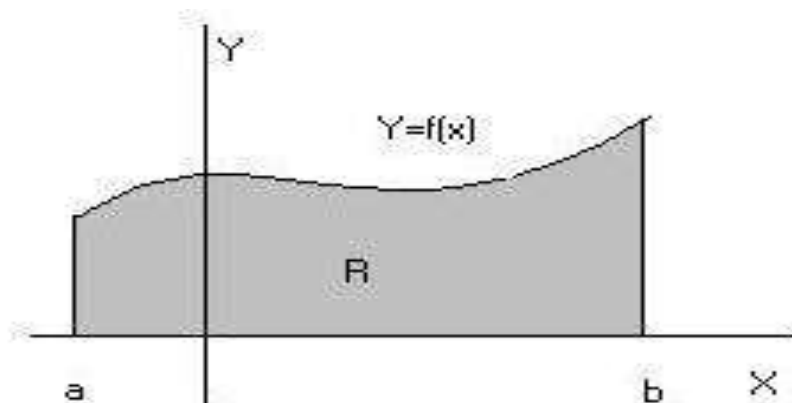


PENGGUNAAN INTEGRAL: LUAS DAERAH BIDANG RATA

LUAS DAERAH BIDANG RATA

Daerah antara Kurva dan Sumbu Koordinat

Perhatikan gambar daerah rata dibawah ini



R adalah bidang datar yang dibatasi oleh grafik-grafik

$$y = f(x), x = a, x = b, \text{ dan } y = 0$$

Dengan menggunakan integral tertentu luas luasan R dinyatakan dengan

$$A(R) = \int_a^b f(x) dx$$

Jika luasan terletak dibawah sumbu X maka integral tertentu di atas bernilai negatif, karena luas daerah tidak mungkin bilangan negatif maka nilai integral tersebut dimutlakkan. Sehingga luas luasan daerah negatif dinyatakan dalam bentuk

$$A(R) = \int_a^b -f(x) dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

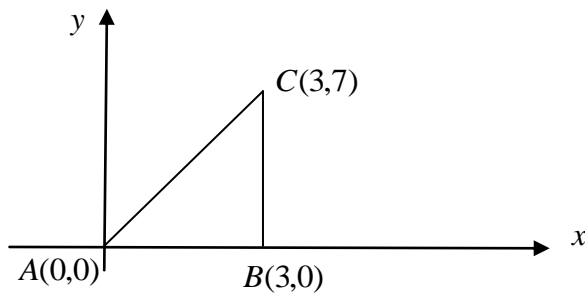
Untuk menghitung luas luasan dengan integral tertentu dapat diikuti langkah-langkah sebagai berikut :

- a) Gambar daerah yang bersangkutan
- b) Potong daerah menjadi jalur-jalur dan beri nomor pada satu jalur tertentu
- c) Hampiri luas jalur tertentu tersebut dengan luas persegi panjang

- d) Jumlahkan luas jalur-jalur pada daerah tersebut
- e) Ambil limit dari jumlah diatas dengan lebar jalur menuju 0, maka diperoleh integral tertentu.

Contoh 1:

Segitiga ABC terletak pada XOY, titik-titik sudutnya dinyatakan dalam koordinat Cartesius. Titik A(0,0), B(3,0) dan C(3,7). Dengan menggunakan integral tertentu tentukan luas segitiga ABC.



Persamaan garis AC dapat dinyatakan dengan rumus

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_c - y_A}{x_c - x_A}$$

Diperoleh persamaan $\frac{y-0}{x-} = \frac{7-0}{3-0}$

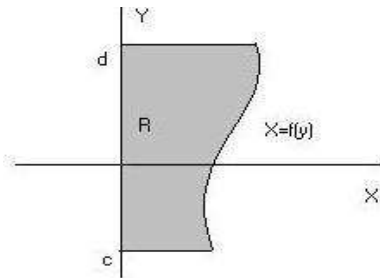
$$3y = 7x \text{ atau } y = \frac{7x}{3}$$

Sehingga luas yang dicari dinyatakan den $A(R) = \int_a^b f(x) dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 \frac{7x}{3} dx = \left(\frac{7}{6} x^2 \right)_0^3 = \left(\frac{7}{6} \cdot 9 \right) = 10,5$$

Contoh 2:

Perhatikan gambar luasan berikut ini :



Luasan R dibatasi oleh grafik-grafik

$$x = g(y), y = c, y = d, \text{ dan } x = 0.$$

Dengan integral tertentu luas luasan R yang berada disebelah kanan sumbu x

dinyatakan dalam bentuk $A(R) = \int_c^d g(y)dy$

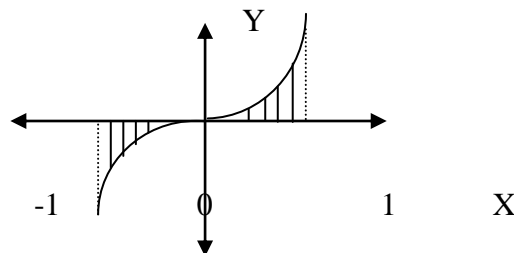
Jika gambar terletak disebelah kiri sumbu x maka integral tertentu di atas bernilai negatif, karena luas daerah tidak mungkin bilangan negatif maka nilai integral tersebut dimutlakkan, sehingga diperoleh:

$$A(R) = \int_c^d -g(y)dx = \left| \int_c^d g(y)dy \right|$$

Contoh 3:

Tentukan luas daerah antara kurva $y = x^3$, sumbu X, $x = -1$ dan $x = 1$!

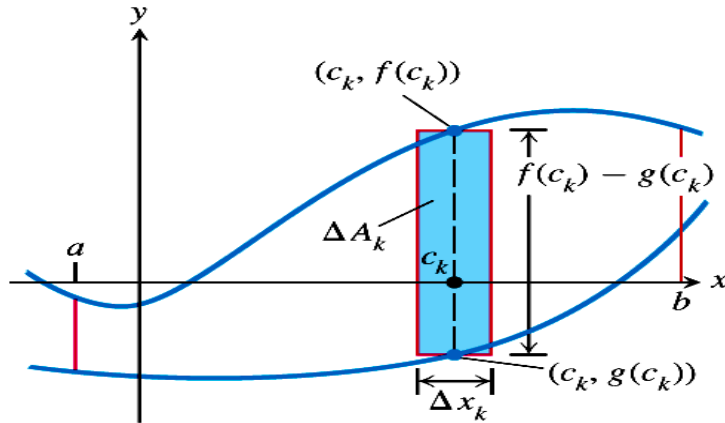
Penyelesaian :



$$L = -\int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx = -\left[\frac{1}{4}x^4\right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^1 = -(0 - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - 0) = \frac{1}{2} \text{ satuan luas.}$$

Daerah antara 2 Kurva

Perhatikan kurva-kurva $y = f(x)$ dan $y = g(x)$ dengan $f(x) \geq g(x)$ pada selang $[a, b]$, seperti gambar berikut :



$$\Delta A \approx (f(x) - g(x))\Delta x$$

Sehingga luas luasannya dinyatakan dengan:

$$A(R) = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

Rumus di atas berlaku untuk luasan di atas sumbu x, jika luasannya disebelah kanan sumbu y, maka luas luasan yang dibatasi oleh dua kurva dinyatakan dengan

$$A(R) = \int_c^d (f(y) - g(y))dy$$