ESTIMASI BEDA DUA RATA-RATA

A. Kasus $\sigma_1 = \sigma_1 = \sigma$ diketahui :

⊙ **Untuk Infinite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - Z_{0.5\alpha}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + Z_{0.5\alpha}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

⊙ **Untuk Finite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + d\right] = 1-\alpha$$

dimana $d = Z_{0.5\alpha}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{N_1+N_2-1}}$

B. Kasus $\sigma_1 \neq \sigma_1$ diketahui :

⊙ **Untuk Infinite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - Z_{0.5\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + Z_{0.5\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

⊙ **Untuk Finite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + d\right] = 1-\alpha$$

dimana $d = Z_{0.5\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{N_1+N_2-1}}$

C. Kasus $\sigma_1 = \sigma_1$ tidak diketahui **:**

⊙ **Untuk Infinite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - t_{0.5\alpha;df}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + t_{0.5\alpha;df}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

⊙ **Untuk Finite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + d\right] = 1-\alpha$$

dimana $d = t_{0.5\alpha;df}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{N_1+N_2-1}}$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \qquad df = n_1 + n_2 - 2$$

D. Kasus $\sigma_1 \neq \sigma_1$ tidak diketahui :

⊙ **Untuk Infinite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - t'\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + t'\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}\right] = 1-\alpha$$

⊙ **Untuk Finite Population**

$$P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + d\right] = 1-\alpha$$

dimana $d = t'\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{N_1+N_2-1}}$ $\quad t' = \frac{t_1 w_1 + t_2 w_2}{w_1 + w_2}$ $\quad w_1 = \frac{s_1^2}{n_1}$ $\quad w_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$

$t_1 = t_{0.5\alpha;df=n_1-1}$ $\quad t_2 = t_{0.5\alpha;df=n_2-1}$

CONTOH SOAL ESTIMASI BEDA DUA RATA-RATA

1. Sampel acak yang terdiri dari 22 orang buruh perusahaan A telah diperiksa ternyata rata-rata waktu menyelesaikan pekerjaannya per unit barang adalah 12 menit dengan standar deviasi 2 menit. Sedangkan dari perusahaan B yang sejenis diambil sampel acak berukuran 20, setelah diperiksa ternyata rata-rata menyelesaikan pekerjaan yang sama adalah 11 menit dengan standar deviasi 3 menit. Tentukanlah interval keyakinan sebesar 95% untuk mengestimasi beda rata-rata waktu penyelesaian pekerjaan semua buruh di perusahaan A dan perusahaan B. Asumsi $\sigma_1 = \sigma_2$

   Diketahui : $n_1 = 22 \quad \bar{X}_1 = 12 \quad s = 2 \quad n_1 = 20 \quad \bar{X}_1 = 11 \quad s = 3$

   Karena $\sigma_1 = \sigma_2$ tidak diketahui, maka digunakan rumus interval konfidens untuk kasus C. Sehingga $1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow$ dengan $0.5\alpha = 0.025$ dan df = 40 dari tabel t diperoleh $t_{0.025;df=40} = 2.021$

   Ditanyakan : $P(... < \mu_1 - \mu_2 < ...) = 0.95$

   Jawab : $P\left[\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - t_{0.5\alpha;df}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) + t_{0.5\alpha;df}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right] = 1-\alpha$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \rightarrow s_p = \sqrt{\frac{(22-1)2^2 + (20-1)3^2}{22+20-2}} \rightarrow s_p = 2.524876235$$

$$P\left[(12-11)-2.021(2.524876235)\sqrt{\frac{1}{22}+\frac{1}{20}} < \mu_1-\mu_2 < (12-11)+2.021(2.524876235)\sqrt{\frac{1}{22}+\frac{1}{20}}\right]=0.95$$

$$P[1-1.576538987 < \mu_1-\mu_2 < 1+1.576538987]=0.95$$

$$P[-0.576538987 < \mu_1-\mu_2 < 2.576538987]=0.95 \rightarrow P[-0.58 < \mu_1-\mu_2 < 2.58]=0.95$$

Kita merasa yakin sebesar 95% bahwa beda rata-rata waktu penyelesaian pekerjaan semua buruh di perusahaan A dan perusahaan B antara – 0.58 dan 2.58 menit.

Tentukan interval konfidens tersebut jika diasumsikan $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Tentukan interval konfidens jika $n_1 = 100$ dan $n_2 = 50$ dengan asumsi (a) $\sigma_1 = \sigma_2$ dan (b) $\sigma_1 \neq \sigma_2$