

MATERI X

BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

I. Kemampuan akhir yang direncanakan:

Mahasiswa mampu menggunakan konsep barisan dan deret aritmetika dalam pemecahan masalah

II. Indikator:

1. Mahasiswa mampu menjelaskan ciri barisan aritmatika
2. Mahasiswa mampu merumuskan dan menentukan suku ke- n dan jumlah n suku deret aritmatika
3. Mahasiswa mampu merumuskan, menyelesaikan, dan menafsirkan masalah nyata yang model matematikanya berbentuk deret aritmatika

A. Barisan Aritmetika

Barisan aritmatika adalah baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui **penjumlahan** atau **pengurangan** dengan suatu bilangan. Selisih atau beda antara nilai suku-suku yang berdekatan selalu sama yaitu b . Nilai suku pertama dilambangkan dengan a .

Untuk mengetahui nilai suku ke- n dari suatu barisan aritmatika dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Contoh Soal 1:

Suku ke-40 dari barisan 7, 5, 3, 1, ... adalah ...

Pembahasan:

Diketahui: $a = 7$

$b = -2$

ditanya U_{40} ?

Jawab:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{40} = 7 + (40 - 1)(-2)$$

$$= 7 + 39 \cdot (-2)$$

$$= 7 + (-78)$$

$$= -71$$

Jadi, suku ke-40 barisan aritmatika tersebut adalah -71 .

Contoh Soal 2:

Rumus suku ke- n dari barisan $5, -2, -9, -16, \dots$ adalah ...

Pembahasan:

Diketahui: $a = 5$

$b = -7$

Ditanya: rumus suku ke- n barisan aritmatika tersebut = ?

Jawab:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$= 5 + (n - 1)(-7)$$

$$= 5 - 7n + 7$$

$$= 12 - 7n$$

Jadi, rumus suku ke- n barisan aritmatika tersebut adalah $U_n = 12 - 7n$

Contoh Soal 3:

Dalam suatu gedung pertunjukan disusun kursi dengan baris paling depan terdiri dari 12 kursi, baris kedua berisi 14 kursi, baris ketiga berisi 16 kursi, dan seterusnya. Banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah ...

Pembahasan:

Diketahui: $a = 12$

$b = 2$

Ditanyakan U_{20} ?

Jawab:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{20} = 12 + (20 - 1)(2)$$

$$= 12 + 19 \cdot (2)$$

$$= 12 + (38)$$

$$= 50$$

Jadi, banyaknya kursi pada baris ke-20 adalah 50 kursi.

B. Deret Aritmetika

Deret aritmatika adalah penjumlahan suku-suku dari barisan aritmatika.

Penjumlahan dari suku pertama sampai suku ke- n barisan aritmatika dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

atau

jika kita substitusikan $U_n = a + (n - 1)b$ maka

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + (a + (n - 1)b))$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

Contoh Soal 1:

Rumus jumlah n suku pertama deret bilangan $2 + 4 + 6 + \dots + U_n$ adalah ...

Pembahasan:

Diketahui: $a = 2$

$b = 2$

Ditanya: rumus jumlah n suku pertama deret aritmatika tersebut ?

Jawab:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2 \cdot 2 + (n - 1)2)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{n}{2} (2 \cdot 2 + (n-1)2) \\
&= \frac{n}{2} (4 + 2n - 2) \\
&= \frac{n}{2} (2 + 2n) \\
&= \frac{n}{2} \cdot 2 (1 + n) \\
&= n(1 + n) = n + n^2
\end{aligned}$$

Jadi, rumus jumlah n suku pertama barisan aritmatika tersebut adalah $S_n = n + n^2$

Contoh Soal 2:

Diketahui deret aritmatika dengan suku ke-3 adalah 24 dan suku ke-6 adalah 36. Jumlah 15 suku pertama deret tersebut adalah ...

Pembahasan:

Diketahui $U_3 = 24$

$U_6 = 36$

Ditanya: $S_{15} = ?$

Jawab:

Sebelum kita mencari nilai dari S_{15} , kita akan mencari nilai a dan b terlebih dahulu dengan cara eliminasi dan substitusi dari persamaan U_3 dan U_6 .

Sebelumnya mari ingat lagi bahwa $U_n = a + (n - 1)b$ sehingga U_3 dan U_6 dapat ditulis menjadi $U_3 = 24$

$a + (3 - 1)b = 24$

$a + 2b = 24 \dots(i)$

$U_6 = 36$

$a + (6 - 1)b = 36$

$a + 5b = 36 \dots(ii)$

Eliminasi a menggunakan persamaan i dan ii.

$a + 2b = 24$

$a + 5b = 36$ -

$$-3b = -12$$

$$b = \frac{-12}{-3}$$

$$b = 4$$

Lalu, substitusikan nilai $b = 4$ ke salah satu persamaan (contoh persamaan i).

$$a + 2b = 24$$

$$a + 2 \cdot 4 = 24$$

$$a + 8 = 24$$

$$a = 24 - 8$$

$$a = 16$$

Setelah mendapatkan nilai a dan b , baru kita bisa mencari nilai dari S_{15}

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2 \cdot 16 + (15 - 1)4)$$

$$= \frac{15}{2}(32 + 14 \cdot 4)$$

$$= \frac{15}{2}(32 + 56)$$

$$= \frac{15}{2} \cdot 88$$

$$= 660$$

Jadi, jumlah 15 suku pertama deret tersebut adalah 660.