

# **Probabilitas & Distribusi Probabilitas**

*Departemen Biostatistika  
Fakultas Kesehatan Masyarakat  
Universitas Indonesia*



## Definisi Probabilitas

- ❖ Probabilitas = Peluang untuk munculnya suatu kejadian (event)
- ❖ Definisi probabilitas
  - ❖ **Apriori (Klasik):**  
Probabilitas satu kejadian dapat ditentukan sebelum eksperimen dilakukan (mis.dadu)
  - ❖ **Frekuensi relatif (Empirik):**  
Probabilitas hanya dapat ditentukan setelah eksperimen berlangsung (mis.survei)
  - ❖ **Intuisi (Subjektif):**  
Probabilitas subjektif berdasarkan dugaan



# Probabilitas Klasik

## ❖ Probabilitas Klasik:

$$\frac{\text{Jumlah kejadian yang diinginkan}}{\text{Jumlah kejadian yang mungkin terjadi}}$$

## ❖ Contoh:

### Pengambilan kartu:

- ❖ Probabilitas terambilnya kartu 'As' dari kartu yang ada adalah =  $4/52$
- ❖ Probabilitas terambil kartu 'Hati' dari kartu yang ada adalah =  $16/52$

## ❖ Pelemparan dadu:

- ❖ Probabilitas munculnya angka 6 dari pelemparan satu dadu adalah =  $1/6$
- ❖ Probabilitas munculnya angka 3 atau 4 dari pelemparan dua dadu adalah =  $1/6 + 1/6 = 2/6$



# Probabilitas Empirik

## ❖ Probabilitas empirik:

Jumlah kejadian yang muncul  
Total observasi

Berat bayi	Kematian bayi		Total
	Meninggal	Hidup	
BBLR	25	175	200
Tidak BBLR	40	760	800
Total	65	935	1000

Probabilitas bayi BBLR u/ meninggal =  $25/200$

Probabilitas bayi BBLR u/ hidup =  $175/200$

Probabilitas bayi non BBLR u/ meninggal =  $40/800$

Probabilitas bayi non BBLR u/ hidup =  $760/800$



# Probabilitas Subjektif

## ❖ Probabilitas Subjektif:

Kemungkinan untuk munculnya suatu kejadian diperkirakan berdasarkan asumsi-2 tertentu atau pengalaman subjektif dari seseorang

## ❖ **Contoh:**

Pendirian rumah sakit:

- ❖ Probabilitas untuk mulai memperoleh keuntungan dalam 5 tahun mendatang adalah 100%



# Hukum Probabilitas

- ❖ Hukum probabilitas
  - ❖ Hukum komplemen
  - ❖ Hukum penjumlahan
    - ❖ Mutually exclusive
    - ❖ Non-mutually exclusive
  - ❖ Hukum perkalian
    - ❖ Independent
    - ❖ Non-independent
  - ❖ Permutasi
  - ❖ Kombinasi



## ❖ KOMPLEMEN

# Hukum probabilitas

$$\mathbf{P(\text{komplemen } A) = P(\text{tdk terjadinya } A) = 1 - P(A)}$$

## ❖ PENJUMLAHAN:

❖ MUTUALLY EXCLUSIF (Kejadian yang tidak mungkin terjadi secara bersamaan)

$$\mathbf{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)}$$

❖ NON- MUTUALLY EXCLUSIF

$$\mathbf{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$$

## ❖ PERKALIAN

❖ INDEPENDENT (Kejadian yang tidak saling berkaitan antara satu sama lain)

$$\mathbf{P(A \text{ dan } B) = P(A) * P(B)}$$

❖ NON- INDEPENDENT/CONDITIONAL

$$\mathbf{P(A \text{ dan } B) = P(B|A) * P(A) = P(A|B) * P(B)}$$

# Hukum Komplemen

## ❖ KOMPLEMEN

$$P(\text{komplemen } A) = P(\text{tdk terjadinya } A) = 1 - P(A)$$

Berat bayi	Kematian bayi		Total
	Meninggal	Hidup	
BBLR	25	175	200
Tidak BBLR	40	760	800
Total	65	935	1000

$$P(\text{BBLR}) = 200/1000 = 0.2$$

$$\begin{aligned} P(\text{komplemen BBLR}) &= 1 - P(\text{BBLR}) \\ &= 1 - 0.2 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$



# Hukum Penjumlahan

Golongan darah	Probabilitas		
	Laki-laki	Perempuan	Total
O	0,210	0,210	0,420
A	0,215	0,215	0,430
B	0,055	0,055	0,110
AB	0,020	0,020	0,040
Total	0,500	0,500	1,000

## ❖ PENJUMLAHAN:

❖ **Mutually Exclusive:** Kejadian yang tidak mungkin terjadi secara bersamaan  $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

$$P(\text{Gol. O atau B}) = P(O) + P(B) = 0.42 + .011 = \mathbf{0.53}$$

❖ Non-Mutually Exclusive

$$\begin{aligned} P(\text{Lk atau gol.O}) &= P(\text{lk}) + P(O) - P(\text{lk dan O}) \\ &= 0.5 + 0.42 - 0.21 = \mathbf{0.71} \end{aligned}$$

## Hukum Perkalian

Golongan darah	Probabilitas		
	Laki-laki	Perempuan	Total
O	0,210	0,210	0,420
A	0,215	0,215	0,430
B	0,055	0,055	0,110
AB	0,020	0,020	0,040
Total	0,500	0,500	1,000

❖ **Kejadian Independent** (Kejadian yang tidak saling berkaitan antara satu sama lain)

= (Prob. Marginal \* Prob. Marginal = Prob. Joint)  $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

= (Prob. Lk \* Prob. Gol. O) = 0.21

=  $0.5 * 0.42 = 0.21$

❖ **PERKALIAN:**

❖ Independen

$P(\text{Lk dan gol.O}) = P(\text{lk}) * P(\text{O})$

=  $0.5 * 0.42 = \mathbf{0.21}$

# Hukum Perkalian

Berat bayi	Kematian bayi		Total
	Meninggal	Hidup	
BBLR	25	175	200
Tidak BBLR	40	760	800
Total	65	935	1000

- ❖ Kejadian **Non-Independent** (Kejadian yang saling berkaitan)  
-> Prob. Marginal \* Prob. Marginal  $\neq$  Prob. Joint  $\rightarrow$  **Kondisional Probabilitas**  $\rightarrow$   
 $\rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$  atau  $= P(B|A) * P(A)$

## ❖ PERKALIAN:

- ❖ Non-Independent

- ❖ **P**(Meninggal dan BBLR) =

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}(\text{Meninggal} | \text{BBLR}) * \mathbf{P}(\text{BBLR}) \\ & = 25/200 * 200/1000 = \mathbf{25/1000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}(\text{BBLR} | \text{Meninggal}) * \mathbf{P}(\text{Meninggal}) \\ & = 25/65 * 65/1000 = \mathbf{25/1000} \end{aligned}$$



# Permutasi & Kombinasi

## ❖ PERMUTASI

- Suatu kumpulan objek yang memperhatikan urutan objek tsb  
(ABC disusun 2 huruf = 6 susunan permutasi)  
= **AB**, AC, BC, **BA**, CA, CB

- Jumlah susunan/permutasi dari n objek, jika setiap kalinya diambil r objek adalah sbb:

$$nPr = n! / (n-r)!$$

## ❖ Contoh:

Berapa banyak susunan password yang bisa dibuat dari angka 0-9 jika satu password terdiri dari 4 digit

Diketahui:  $n = 10$ ,  $r = 4$

$$\begin{aligned} 10P_4 &= 10! / (10-4)! \\ &= 10! / 6! \\ &= 5.040 \end{aligned}$$

❖ Berapa susunan panitia (ketua, wakil, sekret) yang bisa dibuat dari 5 orang formatur.

# Parmutasi & Kombinasi

## ❖ KOMBINASI

- Suatu kumpulan objek yang tidak mempersyaratkan urutan objek tsb  
(Dari 3 buah buku A,B,C dipilih 2 buku = hanya ada 3 susunan kombinasi dari buku tersebut)

$$= \mathbf{AB}, AC, BC$$

- Jumlah susunan/kombinasi dari n objek, jika setiap kalinya diambil r objek adalah sbb:

$$\mathbf{nCr = n! / (n-r)! * r!}$$

## ❖ Contoh:

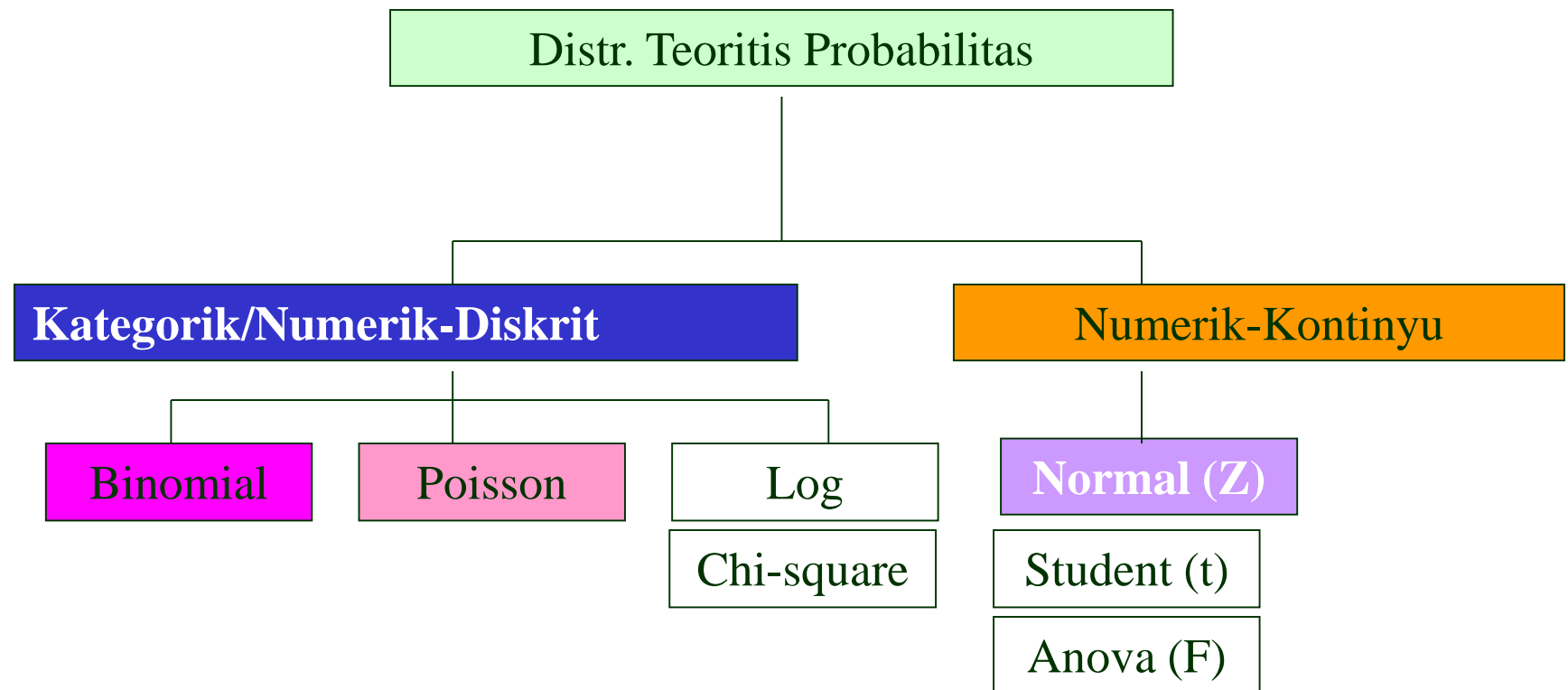
Dari 7 buku referensi Biostatistik, mahasiswa diwajibkan untuk membeli 3 buah buku, berapa banyak kombinasi buku yang bisa dipilih oleh mahasiswa?

Diketahui:  $n = 7$ ,  $r = 3$

$$\begin{aligned} {}_7C_3 &= 7! / (7-3)! * 3! \\ &= 7! / (4! * 3!) \\ &= 35 \end{aligned}$$

❖ Dari 5 jenis 'antibiotik' di pasaran, ada berapa susunan yg bisa dibuat untuk resep yang terdiri dari gabungan 3 jenis antibiotik

# Distribusi Teoritis Probabilitas



- ❖ Data Diskrit: 1. Binomial  
2. Poisson
- ❖ Data Kontinu: 1. Normal (Z)  
2. Lainnya, t, F,  $X^2$

## ❖ Distribusi Binomial

- ❖ Outcome = Dikotomous (yes/no, positif/negatif)
- ❖ Kedua outcome adalah independen
- ❖ p dan q selalu konstan

$$P(x,n) = p^x \cdot q^{n-x} \cdot n! / ((n-x)! \cdot x!)$$

$P(x,n)$  = probabilitas munculnya x sukses dari n percobaan

p = probabilitas sukses dalam setiap percobaan

q = 1 - p probabilitas tidak sukses

Mean = n.p

SD =  $\sqrt{n.p.q}$

**CONTOH:** Jika koin dilemparkan 3 kali. Berapa probabilitas untuk muncul tanda gambar, sebanyak:  
a. nol kali, b. 1 kali, c. 2 kali, d. 3 kali  
e. paling sedikit 1 kali f. paling banyak 1 kali

Diketahui p=0.5, n=3,

## ❖ Distribusi Poisson

- ❖ Outcome = Jumlah kejadian per satuan waktu/keadaan
- ❖ Sebagai perkiraan (approximate) dari distribusi binomial pada **kejadian yang jarang** ( $p < 0.1$ ) dan  $n$  yang besar

$$P(x) = e^{-\lambda} \cdot \lambda^x / x!$$

$P(x)$  = probabilitas munculnya  $x$  sukses dari  $n$  percobaan

$e = 2.7183$

$\lambda = m$  = rata-rata terjadinya suatu peristiwa

$p$  = probabilitas sukses dalam setiap percobaan

Mean ( $m$ ) = ( $\lambda$ ) =  $n \cdot p$

SD =  $\sqrt{m}$

## ❖ CONTOH

**Kematian akibat sakit gigi/th di populasi = 0.002**

Dari 2000 penderita sakit gigi, berapa probabilitasnya:

- Tidak ada yang mati
- Satu orang mati
- Dua orang mati
- Tiga orang mati
- Paling sedikit 3 orang mati
- Paling banyak 3 orang mati





## ❖ Distribusi Normal

❖ Outcome = continuous variabel

## Distribusi Probabilitas

$$Z = (x - \mu) / \sigma$$

Z = nilai z-score dari kurva normal standar

$\mu$  = rata-rata (mean) populasi

$\sigma$  = standar deviasi (SD) populasi

x = kejadian yang ingin diketahui probabilitasnya

## ❖ CONTOH

Tekanan darah sistolik orang dewasa terdistribusi secara normal dengan mean=120 mmHg dan SD=10 mmHg.

Hitunglah:

1. Luas kurva di atas 130 mmHg (probabilitas sistolik lebih 130 mmHg)
2. Luas kurva di atas 140 mmHg (probabilitas sistolik lebih 140 mmHg)
3. Luas kurva diantara 100 – 140 mmHg (prob sistolik antara 100-140 mmHg)

Tentukan nilai SBP yang membagi kurva atas dua bagian yaitu:

1. Nilai sistolik yang membagi kurva <95% dan  $\geq$  5%
2. Nilai sistolik yang membagi kurva <97.5% dan  $\geq$  2.5%