

BUKTI LANGSUNG BUKTI DAN TAK LANGSUNG

Oleh : Kartika Sari

BUKTI LANGSUNG

- Perhatikan bentuk implikasi : $p \Rightarrow q$
 - Pada implikasi, jika p salah, apapun nilai q , implikasi selalu benar
 - Sedangkan jika p benar, maka q benar
- Bukti langsung dilakukan dengan mengasumsikan p benar, kemudian ditunjukkan bahwa q juga benar.

CONTOH 1. BUKTI LANGSUNG

Buktikan bahwa kuadrat dari bilangan genap pasti merupakan bilangan genap !

Soal ini sama dengan menyatakan buktikan bahwa jika n genap maka n^2 genap.

Bukti

Misalkan n genap, maka, $n = 2k$, for

suatu bilangan bulat k . Dengan demikian

$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

Karena k bilangan bulat, maka $2k^2$ juga bilangan bulat. Karena n^2 berbentuk 2 kali suatu bilangan bulat, maka dapat disimpulkan bahwa n^2 genap ♦

BUKTI TAK LANGSUNG

- Perhatikan implikasi : $p \Rightarrow q$
 - Kontraposisi dari implikasi ini adalah $\sim q \Rightarrow \sim p$, yang ekuivalen dengan implikasi $p \Rightarrow q$
 - Tentunya jika anteseden $\sim q$ salah, maka kontraposisinya bernilai benar
 - Dengan demikian tunjukkan bahwa Jika $\sim q$ benar, maka $\sim p$ benar

- Untuk melakukan bukti tak langsung lakukan pembuktian langsung pada kontraposisinya.

CONTOH 2. BUKTI TAK LANGSUNG

Perhatikan pernyataan Jika n^2 suatu bilangan bukat ganjil, maka then n bilangan bulat ganjil.

Bukti tak langsung dapat kita lakukan dengan membuktikan secara langsung kontraposisinya, yaitu jika n genap, maka n^2 suatu bilangan bulat genap

Bukti telah diberikan pada contoh bukti langsung

MASALAH

- Kapan bukti langsung dilakukan? Atau bukti tak langsung dilakukan?
- Untuk menjawab pertanyaan ini, coba dulu pembuktian secara langsung, jika sulit, lakukan pembuktian tak langsung

CONTOH 3

Buktikan bahwa jika n bilangan bulat sedemikian sehingga n^3+5 suatu bilangan ganjil , maka n suatu bilangan genap

- Melalui bukti langsung

Misalkan n^3+5 suatu bilangan ganjil untuk suatu bilangan bulat n , maka $n^3+5 = 2k+1$ untuk suatu bilangan bulat k , sehingga

$$n^3 = 2k -4 \Leftrightarrow \dots$$

Dari bentuk ini tentukan n bilangan genap. Buktikan n bilangan genap. Dengan demikian kita bisa membuktikan langsung

LANJUTAN CONTOH 3

- Melalui bukti tak langsung

Bukti

Pernyataan kontraposisi dari implikasi awal adalah:

Jika n bilangan ganjil, maka n^3+5 suatu bilangan genap

Misalkan n ganjil, maka $n = 2k+1$ untuk suatu bilangan bulat k .

Dari sini diperoleh

$$n^3+5 = (2k+1)^3+5 = 8k^3+12k^2+6k+6 = 2(4k^3+6k^2+3k+3)$$

Karena k bilangan bulat, maka $2(4k^3+6k^2+3k+3)$ merupakan bilangan genap. Hal ini berarti n^3+5 suatu bilangan genap ♦