



KETERBAGIAN BILANGAN
DAN PENERAPANNYA

Oleh: Kartika Sari

DEFINISI 1

Untuk $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$,
 b habis membagi a



$$\exists c \in \mathbb{Z} \ni a = bc$$

NOTASI

Notasi b habis membagi a :

$$b \mid a$$

SIFAT KETERBAGIAN

❖ Sifat refleksif: $a \mid a$

❖ Sifat transitif:

$$a \mid b \text{ dan } b \mid c \quad \longrightarrow \quad a \mid c$$

NOTASI

Notasi b habis membagi a :

$$b \mid a$$

Notasi b tidak habis membagi a :

$$b \nmid a$$

SIFAT KETERBAGIAN

❖ Sifat linear:

$$d \mid b \text{ dan } d \mid c \quad \Rightarrow \quad d \mid (bx + cy), \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}$$

❖ Akibat: 1. $d \mid b$ dan $d \mid c \quad \Rightarrow \quad d \mid (b + c)$

2. $d \mid b$ dan $d \mid c \quad \Rightarrow \quad d \mid (b - c)$

SIFAT KETERBAGIAN

❖ Sifat perkalian:

$$a \mid b \quad \longrightarrow \quad ca \mid cb, \quad c \neq 0.$$

❖ Sifat pencoretan:

$$ca \mid cb \text{ dan } c \neq 0 \quad \longrightarrow \quad a \mid b$$

SIFAT KETERBAGIAN

❖ Sifat bilangan 1:

$$\forall a \in \mathbb{Z}, 1 \mid a.$$

❖ Sifat bilangan 0:

$$\forall a \in \mathbb{Z}, a \mid 0$$

TEOREMA 1

$a_1 a_2 a_3 \dots a_N \in \mathbb{Z}^+$ habis dibagi

❖ $2^n \iff n$ angka terakhirnya habis dibagi

2^n

❖ $3 \iff 3 \mid a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N$

TEOREMA 1

$\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_N} \in \mathbb{Z}^+$ habis dibagi

❖ $9 \iff 9 \mid a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N$

❖ $5 \iff$ angka terakhirnya 0 atau 5

TEOREMA 1

$\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_N} \in \mathbb{Z}^+$ habis dibagi 11



$$11 \mid a_1 - a_2 + a_3 - \dots + (-1)^{N+1} a_N$$

TEOREMA 1

$\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_N} \in \mathbb{Z}^+$ habis dibagi 99



$$99 \mid [\overline{a_{N-1} a_N} + \overline{a_{N-3} a_{N-2}} + \dots + a_1] \quad (N \text{ ganjil})$$

$$99 \mid [\overline{a_{N-1} a_N} + \overline{a_{N-3} a_{N-2}} + \dots + \overline{a_1 a_2}] \quad (N \text{ genap})$$

TEOREMA 2

N bilangan bilangan bulat positif 6
angka yang berbentuk $aaaaaa$,
 $ababab$, atau $abcabc \rightarrow 91 \mid N$

BUKTI (SEBAGIAN)

$$\begin{aligned}aaaaaa &= 111111.a \\ &= 91.1221.a\end{aligned}$$



TEOREMA 3

Hasil kali n bilangan berurutan
habis dibagi $n!$

CATATAN

$b \mid a \iff b \text{ faktor dari } a$

CONTOH 1

Diberikan x dan y secara berturut-turut merupakan bilangan ganjil dan bilangan genap sedemikian sehingga $12 \mid x579y$.
Tentukan jumlah angka-angka pada bilangan $x579y$

CONTOH 2

Diberikan 2 bilangan 3 angka : $6m3$ dan $2n5$. Jumlah kedua bilangan itu habis dibagi 9. Tentukan nilai terbesar dari

$$m + n$$



TERIMA KASIH