PERTEMUAN 11
PENGUJIAN HIPOTESIS

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai pengujian hipotesis dalam statistik inferensial. Setelah menyelesaikan perkuliahan, mahasiswa diharapkan mampu :

11.1 Memahami pengujian hipotesis
11.2 Membedakan kesalahan jenis I dan II dalam statistika inferensial
11.3 Menggunakan uji satu arah dan dua arah
11.4 Melakukan pengujian hipotesis dengan sampel besar
11.5 Melakukan pengujian hipotesis dengan sampel kecil

B. URAIAN MATERI

Tujuan Pembelajaran 11.1:

Pengujian Hipotesis

1. Pendahuluan

Pada bagian sebelumnya telah dibahas mengenai pendugaan parameter dengan memakai statistik yang dihitung dengan sampel. Kini kita akan mempelajari bagian yang sangat penting dalam statistika inferensial yang berkaitan dengan pengambilan keputusan, yaitu pengujian hipotesis. Pada kehidupan sehari-hari, sebenarnya kita sudah banyak berkenalan dengan namanya hipotesis. Hipotesis merupakan suatu asumsi atau anggapan yang bisa benar atau bisa juga salah mengenai sesuatu hal dan untuk menjelaskan hal itu perlu dilakukan pengujian atau pembuktian lebih lanjut. Asumsi ayau anggapan itu seringkali dipakai sebagai dasar dalam memutuskan atau menetapkan sesuatu dalam rangka menyusun perencanaan atau kepentingan lainnya baik dalam bidang ekonomi, bisnis, pendidikan, bahkan politik.

Sebagai gambarannya perhatikan beberapa contoh asumsi berikut ini. Dalam penyusunan Rencana Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (RAPBN), pemerintah menggunakan beberapa asumsi seperti berikut ini:

a. pertumbuhan ekonomi sebesar 5,6% per tahun
b. harga minyak mentah dipasaran dunia sebesar 30.000 dolar per barel
c. tingkat inflasi mencapai 9% pertahun
d. nilai tukar rupiah adalah Rp. 15.000 per dollar
e. penerimaan Negara dari sektor pajak sebesar 750 triliun rupiah.

Bila hipotesis yang dibuat itu secara khusus berkaitan dengan parameter populasi, maka hipotesis itu disebut hipotesis statistik, yang secara lengkap didefinisikan sebagai berikut.

Hipotesis statistik adalah suatu asumsi atau anggapan atau pernyataan yang mungkin benar atau mengkin juga salah mengenai parameter suatu populasi. Untuk mengetahui apakah asumsi yang telah kita buat mengenai parameter populasi itu benar atau salah sehingga kita akan memutuskan menerima atau menolak hipotesis, diperlukan pengujian dengan memakai data dari sampel.

Langkah-langkah atau prosedur yang dilakukan dengan tujuan untuk memutuskan apakah kita menerima atau menolak hipotesis mengenai parameter populasi disebut pengujian hipotesis. Lebih jelasnya, pada pengujian hipotesis kita ingin mengetahui atau menguji apakah parameter suatu populasi yaitu θ sama dengan nilai tertentu, yaitu θ_0 atau tidak. Kalau kita mempunyai dua populasi masing-masing dengan parameter θ_1 dan θ_2, kita ingin menguji apakah $\theta_1 = \theta_2$, dan sebagainya.

Misalnya, percobaan pelemparan sebuah uang logam dalam jumlah tak terhingga atau tidak terbatas dapat dipandang sebagai suatu populasi. Dalam hal ini kita ingin menguji hipotesis bahwa peluang muncul sisi muka dan belakang dari uang logam itu setimbang (simetri), artinya P(muka) = P(belakang) = $\frac{1}{2}$ atau $\theta = \frac{1}{2}$. Pernyataan ini kita uji dengan sampel, yaitu dengan cara melemparkan sebuah uang logam sebanyak yang diinginkan, misalnya 100 kali.

a. bila muncul sisi muka 47 kali, maka P(muka) = 0,47 dan kita berani menyimpulkan bahwa uang logam itu setimbang. Artinya kita menerima bahwa P(muka) = P (belakang) = $\frac{1}{2}$.
b. bila muncul sisi muka 45 kali, maka P(muka) = 0,45 dan kita berani menyimpulkan bahwa uang logam itu setimbang. Artinya kita menerima bahwa P(muka) = P (belakang) = $\frac{1}{2}$.
c. tetapi bila muncul sisi muka 30 kali, maka P(muka) = 0,30 dan sehingga kita tidak berani menyimpulkan bahwa uang logam itu setimbang. Artinya tidak cukup alasan untuk kita menerima bahwa P(muka) = P (belakang) = $\frac{1}{2}$.

Oleh karena hipotesis statistik dilakukan dengan memakai sampel, maka kebenaran atau ketidakbenaran suatu hipotesis statistik tidak pernah diketahui dengan pasti. Jadi sekali lagi hipotesis itu bisa benar bisa juga salah.

Untuk suatu hipotesis yang dibuat, hanya dua kemungkinan yang akan kita putuskan, yaitu kita akan menolak hipotesis atau akan menolaknya, kemudian dilakukan penghitungan statistik dari sampel. Penolakan hipotesis artinya kita menyimpulkan bahwa hipotesis tidak benar. Sedangkan menerima hipotesis artinya tidak ada cukup bukti informasi dari sampel untuk menyimpulkan bahwa harus ditolak. Artinya walaupun hipotesis itu kita terima, tidak berarti hipotesis itu benar.

Oleh karena itu dalam membuat rumusan pengujian hipotesis hendaknya kita selalu membuat pernyataan hipotesis yang diharapkan akan diputuskan akan ditolak. Hipotesis yang dirumuskan dengan harapan untuk ditolak disebut hipotesis nol yang ditulis H_0. Penolakan hipotesis nol akan menjurus pada penerimaan hipotesis alternative atau hipotesis tandingan yang ditulis H_1 atau H_a.

Contoh 11.1

1. Pengujian hipotesis bahwa suatu jenis obat baru lebih efektif untuk menurunkan berat badan. Maka rumusan hipotesisnya adalah:
   Hipotesis nol, H_0 : obat baru = obat lama
   Hipotesis alternatif, H_1 : obat baru lebih baik dari obat lama.
2. Pengujian hipotesis bahwa teknologi baru dapat meningkatkan jumlah penerimaan pajak. Maka rumusan hipotesisnya adalah:
   Hipotesis nol, H_0 : teknologi baru = teknologi lama
   Hipotesis alternatif, H_1 : teknologi baru lebih baik dari teknologi lama.
3. Seorang dosen menyatakan bahwa lebih dari 60% mahasiswa yang terlambat masuk kuliah karena bangun tidurnya kesiangan. Maka rumusan hipotesisnya adalah:
   Hipotesis nol, H_0 : $p = 60\% = 0{,}6$
   Hipotesis alternatif, H_1 : $p \neq 0{,}6$
4. seorang dosen menyatakan bahwa dalam mata kuliah statistik inferensial, prestasi belajar mahasiswa laki-laki lebih tinggi daripada prestasi belajar mahasiswa perempuan. Maka rumusan hipotesisnya adalah:
   Hipotesis nol, H_0 : prestasi belajar mahasiswa laki-laki = prestasi belajar mahasiswa laki-laki
   Hipotesis alternatif, H_1 : prestasi belajar mahasiswa laki-laki lebih tinggi prestasi belajar mahasiswa laki-laki

Perlu diketahui bahwa ada beberapa dasar yang dipakai untuk merumuskan hipotesis, yaitu antara lain:

1. Berdasarkan pengetahuan yang diperoleh dari teori
2. Berdasarkan hasil penelitian
3. Berdasarkan pengalaman
4. Berdasarkan ketajaman berpikir.

Orang yang mempunyai kecerdasan tinggi sering mempunyai pendapat mengenai sesuatu hal dalam rangka memecahkan suatu persoalan atau dalam konteks lain.

Tujuan Pembelajaran 11.2:

Kesalahan Jenis I dan Jenis II

Pada pembahasan sebelumnya telah dibahas bahwa untuk mengji hipotesis, kita menghitung statistik atau besaran berdasrkan data yang diperoleh dari sampel. Apapun yang kita peroleh dari sampel merupakan perkiraan yang dipakai sebagai dasar untuk memutuskan, kita menolak atau menerima hipotesis nol, mengenai parameter populasi. Sehingga dengan demikian keputusan kita menolak atau menerima hipotesis nol mengandung suatu ketidakpastian, artinya keputusan itu bisa benar atau bisa juga salah. adanya factor ketidakpastian ini mengakibatkan timbulnya suatu resiko yang harus ditanggung oleh pembuat keputusan itu sendiri.

Pada pengujian hipotesis dikenal dua jenis kesalahan yaitu kesalahan jenis I dan kesalahan jenis II. Kesalahan jenis I adalah kesalahan akibat menolak hipotesis nol, padahal hipotesis nol benar, sehingga sesungguhnya harus diterima. Kesalahan jenis II adalah kesalahan akibat menerima hipotesis nol, padahal hipotesis nol salah, sehingga sesungguhnya harus ditolak.

Probabilitas melakukan kesalahan jenis I disebut taraf nyata atau taraf keberartian atau taraf signifikansi yang ditulis dengan α yaitu: α = P(kesalahan jenis I) = P(menolak H_0/ H_0 salah). Hubungan antara hipotesis nol, keputusan, jenis kesalahan, dan probabilitas melakukan jenis kesalahan secara ringkas disajikan pada tabel berikut ini.

Tabel 11.1
Jenis Kesalahan dalam Menolak dan Menerima Hipotesis Nol

Keputusan	Keadaan yang sesungguhnya	
	Hipotesis Nol (H_0) Benar	Hipotesis Nol (H_0) Salah
Menolak H_0	Keputusan Salah (Jenis I) α = P(kesalahan jenis I)	Keputusan tepat K = 1 - β
Menerima H_0	Keputusan tepat 1 - α	Keputusan salah (Jenis II) β = P(kesalahan jenis II)

Oleh karena α menyatakan probabilitas menolak H_0 padahal sesungguhnya H_0 benar, maka kita mengharapkan nilai α ini sekecil mungkin. Dengan kata lain, kejadian melakukan kesalahan jenis I sangat jarang terjadi. Sebablah tidaklah pantas sesuatu yang sesungguhnya benar kita tolak. Begitu juga dengan β yang menyatakan probabilitas menerima H_0 padahal sesungguhnya H_0 salah, maka kita menginginkan nilai β ini sekecil mungkin. Dengan kata lain, kejadian melakukan kesalahan jenis II sangat jarang terjadi. Sebab tidak pantas juga sesuatu yang salah kita terima. Namun dalam kenyataaannya, memperkecil atau membuat α dan β sekecil mungkin secara sekaligus tidaklah mungkin. Karena ternyata ada hubungan antara α dengan β yaitu bahwa memperkecil nilai α akan mengakibatkan membesarnya nilai β. Demikian sebaliknya, bila nilai β diperkecil akan mengakibatkan membesarnya nilai α. Usaha untuk memperkecil nilai α dan β dapat dilakukan dengan memperbesar banyaknya sampel, makin besar sampel maka nilai α dan β akan semakin kecil.

Pada praktek pengujian hipotesis, nilai α yang biasa dipakai adalah seperti α = 0,05, α = 0,01, α = 0,02 dan sebagainya. Bila taraf signifikansi α = 0,05 artinya kira-kira sebanyak 5 dari 100 kasus bahwa kita akan menolak hipotesis nol (H_0) padahal H_0 itu benar sehingga seharusnya diterima. Dengan kata lain ada keyakinan sebesar 95% bahwa kita telah membuat keputusan atau kesimpulan yang benar.

Untuk setiap pengujian dengan memakai nilai α tertentu, kita dapat menghitung nilai β. Nilai K = 1 – β disebut kuasa uji. Ternyata bahwa nilai β ini tergantung pada nilai parameter populasi yaitu θ, sehingga β dapat dinyatakan sebagai suatu fungsi yaitu β(θ) yang disebut fungsi ciri operasi, disingkat C.O dan K = 1 - β(θ) disebut fungsi kuasa.

Secara ringkas, pengujian hipotesis mempunyai sifat-sifat sebagai berikut.

1. Ada hubungan antara kesalahan jenis tipe I dan kesalahan tipe II. Memperkecil probabilitas melakukan kesalahan jenis I akan memperbesar probabilitas melakukan kesalahan jenis II.

2. Probabilitas melakukan kesalahan jenis I dapat diperkecil dengan menyesuaikan nilai kritis.
3. Makin besar ukuran sampel, maka nilai α dan β akan makin kecil.
4. Bila hipotesis nol salah maka nilai β akan mencapai maksimum, bilamana nilai parameter yang sesungguhnya dekat dengan nilai yang dihipotesiskan. Makin besar jarak antara nilai sesungguhnya dengan nilai yang dihipotesiskan, makin kecil nilai β.

Tujuan Pembelajaran 11.3:

Uji Satu Arah dan Uji Dua Arah

Seperti pada pendugaan parameter θ dari suatu populasi, bila nilai parameter θ diasumsikan sama dengan suatu bilangan tertentu (θ_0), sehingga $\theta = \theta_0$. Maka hipotesis nol dari masalah ini ditulis dengan cara $H_0 : \theta = \theta_0$. Ada dua cara untuk menguji hipotesis nol tersebut yang tergantung dari hipotesis alternatifnya (H_1) yaitu hipotesis yang dipakai untuk melawan hipotesis nol (H_0). Berdasarkan hipotesis alternatif dikenal dua jenis pengujian, yaitu pengujian satu arah dan dua arah.

Bila hipotesis nol, $H_0 : \theta = \theta_0$ dilawan dengan hipotesis alternatif $H_1 : \theta > \theta_0$ atau $H_1 : \theta < \theta_0$, maka pengujian hipotesis ini disebut uji satu arah. Akan tetapi bila hipotesis nol itu dilawan dengan hipotesis alternatif $H_1 : \theta \neq \theta_0$, maka pengujian hioptesis ini disebut uji dua arah.

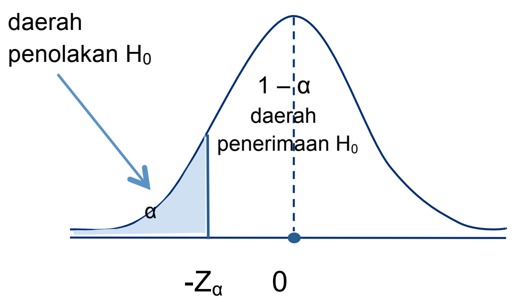
Ringkasnya, uji satu arah memiliki bentuk seperti berikut ini:

$H_0 : \theta = \theta_0$ $\qquad\qquad$ $H_0 : \theta = \theta_0$

atau

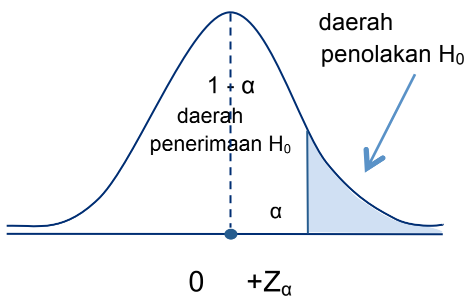
$H_1 : \theta > \theta_0$ $\qquad\qquad$ $H_1 : \theta < \theta_0$

Uji satu arah ditandai dengan adanya satu daerah penolakan hipotesis nol (H_0) yang bergantung pada nilai kritis tertentu, dimana nilai kriris ini diperoleh dari tabel untuk nilai α yang telah dipilih sebelumnya. Berdasarkan nilai kritis tersebut, daerah penolakan H_0 dan daerah penerimaan H_0 ditunjukkan pada gambar berikut ini.



Gambar 11.1

Uji satu arah untuk $H_1 : \theta < \theta_0$

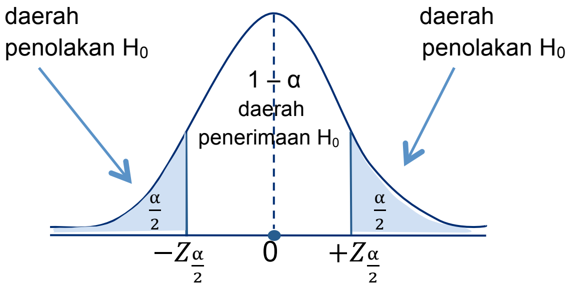


Gambar 11.2

Uji satu arah untuk $H_1 : \theta > \theta_0$

Pada gambar 11.1 dn gambar 11.2, daerah penolakan H_0 adalah luas daerah yang diarsir yaitu yang ditunjukkan oleh α. sedangkan luas daerah penerimaan H_0 ditunjukkan oleh 1 – α. Nilai yang membatasi daerah penolakan dan daerah penerimaan H_0 adalah Z_α yang disebut dengan daerah kritis, dimana nilai Z_α didapatkan dari tabel untuk α yang telah ditentukan sebelumnya. Daerah penolakan H_0 seringkali disebut juga daerah kritis.

Pada pembahasan di atas merupakan uji satu arah, sedangkan pengujian dua arah mempunyai bentuk sebagai berikut.



Gambar 11.3 Uji dua arah untuk $H_1 : \theta \neq \theta_0$

Pada uji dua arah tersebut, sebagaimana ditunjukkan oleh gambar 11.3 daerah penolakan H_0 ada dua, yaitu luas daerah di bagian paling kiri dan luas daerah bagian paling kanan yang masing-masing besarnya adalah $\frac{\alpha}{2}$, dimana α telah ditentukan sebelumnya. Sedangkan daerah penerimaan H_0 ditunjukkan oleh luas daerah 1 – α. Nilai kritis ada dua yaitu $-Z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yang diperoleh dari tabel untuk nilai α yang telah ditentukan sebelumnya.

Pada pengujian hipotesis dalam penentuan jenis pengujian yang akan dipakai apakah uji satu arah atau dua arah sangat bergantung pada informasi atau data awal yang tersedia mengenai parameter populasi. Langkah penentuan jenis pengujian ini merupakan langkah awal yang sangat strategis karena akan menentukan langkah atau prosedur penghitungan berikutnya.

Secara umum, langkah-langkah yang diperlukan untuk pengujian hipotesis adalah sebagai berikut:

1. Tetapkan dahulu rumusan hipotesis dengan tepat, baik hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1) apakah termasuk ke dalam uji satu arah atau uji dua arah.
2. Tetapkanlah taraf nyata α yang diinginkan, sehingga dengan memakai nilai α tersebut diperoleh nilai kristis dari tabel. Dengan demikian dapat digambarkan daerah penolakan H_0 dan daerah penerimaan H_0.
3. Tetapkanlah statistik uji (Z) yang cocok untuk menguji hipotesis nol. Rumus statistik uji ini sangat bergantung pada parameter populasi yang diuji apakah θ = μ, θ = p, atau karakteristik populasi lainnya.
4. Hitunglah nilai statistik uji (Z) berdasarkan data dan informasi yang diketahui baik dari populasi maupun dari sampel yang diambil dari populasi tersebut.
5. Simpulkan, lakukan penolakan H_0 bila nilai statistik uji (Z_h) jatuh atau terletak di daerah penolakan H_0 yaitu apabila nilai $Z_h > Z_\alpha$ atau $Z_h < -Z_\alpha$ untuk pengujian satu arah dan nilai $Z_h > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $Z_h < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ untuk pengujian dua arah.

   Terima H_0 bila nilai statistik uji Z_h jatuh atau terletak di daerah penerimaan H_0

yaitu $Z_h > -Z_\alpha$ atau $Z_h < Z_\alpha$ untuk uji satu arah dan $-Z_{\frac{\alpha}{2}} < Z_h < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ untuk uji dua arah.

Tujuan Pembelajaran 11.4:

Pengujian Hipotesis dengan Sampel Besar

Penghitungan dan prosedur yang dilakukan dalam pengujian hipotesis ditentukan oleh beberapa hal, seperti dalam pendugaan parameter populasi yaitu ukuran populasi, ukuran sampel, dan data serta informasi lain yang tersedia pada populasi dan sampel. Ukuran populasi apakah itu populasi tak terbatas atau populasi terbatas. Ukuran sampel, apakah sampel besar atau sampel kecil. Berkenaan dengan parameter populasi, kita mengenal parameter rata-rata yaitu $\theta = \mu$, parameter proporsi yaitu $\theta = p$, parameter beda dua rata-rata yaitu $\theta = \mu_1 - \mu_2$, dan parameter beda dua proporsi yaitu $\theta = p_1 - p_2$. Parameter tersebut akan menentukan bagaimana pengujian hipotesis akan dilakukan. Oleh karena itu yang pertama akan dilakukan adalah pengujian hipotesis dengan memakai sampel besar untuk menguji parameter populasi tersebut dan pada bagian berikutnya akan dilakukan pengujian hipotesis dengan memakai sampel kecil.

1.1 Pengujian Parameter Rata-Rata (μ) Populasi

Pandanglah masalah pengujian hipotesis bahwa rata-rata (μ) suatu populasi sama dengan suatu nilai μ_0 yang dilawan dengan hipotesis alternatif bahwa rata-rata populasi tersebut tidak sama dengan μ_0, yaitu sebagai berikut ini.

$\mathbf{H_0 : \mu = \mu_0}$

dan

$\mathbf{H_1 : \mu \neq \mu_0}$

Bila simpangan baku (σ_x) dari populasi itu diketahui dan sampel yang dipakai adalah sebanyak n, maka statistik uji yang dipakai untuk menguji hipotesis rata-rata populasi tersebut adalah:

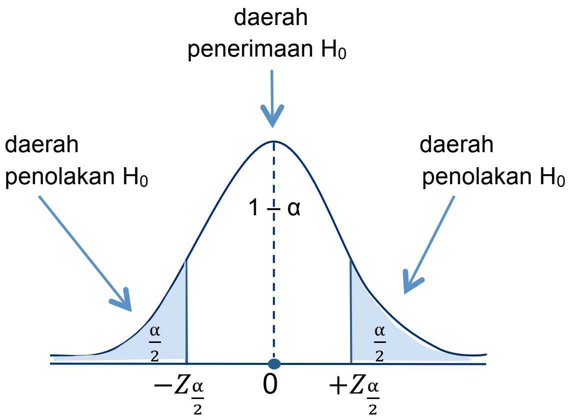
Rumus 11.1

$$\boxed{Z_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}}}$$

dimana: $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$, bila populasi tak terbatas

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$, bila populasi terbatas

Sedangkan bila σ_x dari populasi tidak diketahui, maka nilai σ dapat didekati dengan nilai S_x yang dihiting dari sampel. untuk taraf nyata α, maka nilai kritis dari statistik uji Z di atas adalah $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yang diperoleh dari tabel kurva normal standar kumulatif Z. Dengan nilai kritis $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ itu dapat dibuat daerah penolakan dan daerah penerimaan hipotesis nol (H_0) yaitu sebagai berikut.



Gambar 11.4
Daerah Penolakan dan Penerimaan H_0 Uji Parameter $\mu = \mu_0$

Dengan memakai daerah penolakan H_0 dan daerah penerimaan H_0 pada gambar 11.4, maka hipotesis nol (H_0) akan ditolak jika nilai statistik uji $Z_h > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $Z_h < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ yaitu bila nilai Z_h berada di daerah penolakan hipotesis nol (H_0). Sedangkan hipotesis nol (H_0) akan diterima jika statistik uji berada pada daerah penerimaan (H_0) yaitu bila $-Z_{\frac{\alpha}{2}} < Z_h < Z_{\frac{\alpha}{2}}$.

Contoh 11.2

Suatu populasi berupa seluruh plat baja yang diproduksi oleh suatu perusahaan memiliki rata-rata panjang 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Sesudah berselang 3 tahun, teknisi perusahaan meragukan hipotesis mengenai rata-rata panjang plat baja tersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis itu, diambil suatu sampel acak sejumlah 100 unit plat baja dari populasi tersebut dan diperoleh hasil penghitungan rata-rata panjang plat baja adalah 83 cm dan standar deviasinya tetap. Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata-rata panjang plat baja yang dihasilkan perusahaan itu sama dengan 80 cm pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$.

Jawab:

Populasi dianggap tak terbatas, sebab ukurannya tidak diketahui. Informasi dari populasi adalah rata-rata $\mu_0 = 80$ cm dan simpangan baku $\sigma_x = 7$ cm.

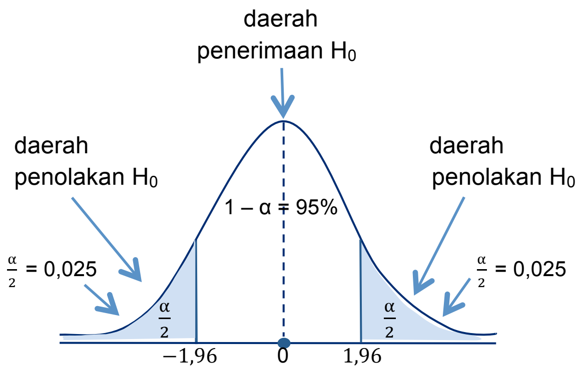
Sampel berukuran besar, yaitu n = 100 dengan rata-rata $\overline{X} = 83$ cm.

Taraf signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$.

Ikutilah langkah-langkah pengujian hipotesis sebagaimana yang telah dijelaskan di atas. Untuk persoalan pada contoh ini, penerapannya adalah sebagai berikut.

1. Hipotesis statistik yang diuji adalah uji dua arah yaitu:
   $H_0 : \mu = 80$
   $H_1 : \mu \neq 80$

2. Tingkat signifikansi yang digunakan adalah α = 5%, untuk uji dua arah. Nilai kritisnya adalah $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025}$ dan dari tabel distribusi normal standar kumulatif diperoleh nilai $Z_{0,025}$ = 1,96.
3. Statistik uji yang cocok untuk dipakai menguji hipotesis tersebut adalah:
   $Z_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}}$, dimana untuk populasi tak terbatas $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$
4. Kita hitung dulu $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{100}}$ = 0,7 maka diperoleh nilai Z_h adalah
   $Z_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{83 - 80}{0,7} = 4,29$
5. Gambar daerah penolakan H_0 dan daerah penerimaan H_0 adalah seperti berikut.



Gambar 11.5
Daerah Penolakan dan Penerimaan H_0 Uji Dua Arah

Kesimpulan, karena nilai statistik uji Z_h = 4,29 jatuh di daerah penolakan hipotesis H_0 yaitu Z_h = 4,29 > 1,96, maka hipotesis H_0 ditolak. Dengan kata lain menolak $H_0 : \mu = 80$ dan menerima $H_1 : \mu \neq 80$.
Artinya, pada α = 5% ada perbedaan yang nyata atau signifikan dari rata-rata $\bar{X}$ = 83 cm yang dihitung dari sampel dengan nilai rata-rata μ = 80 cm yang dihipotesiskan. Jadi perbedaan antara $\bar{X}$ = 83 dan μ = 80 adalah signifikan adanya, bukan terjadi karena faktor kebetulan.

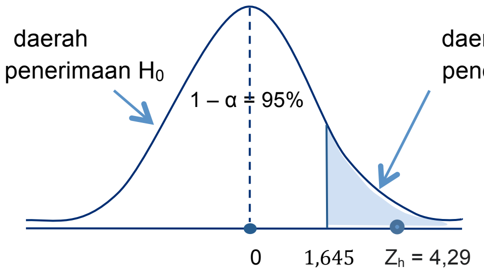
Contoh 11.3

Misalkan pada contoh 11.2 ditambah data bahwa teknisi perusahaan telah menemukan metode baru yang dapat meperpanjang plat baja paling sedikit 2 cm, sedangkan simpangan bakunya tetap. Untuk menguji hipotesis tersebut diambil sampel acak sebanyak 100 unit plat baja dari populasi itu, dan diperoleh rata-rata panjang plat baja 83 cm. Dengan taraf signifikansi 5%, apakah ada alasan guna menganggap bahwa hasil plat baja dengan metode baru memang lebih panjang dari pada hasil yang diperoleh dengan metode lama?

Jawab:

1. Rumusan hipotesis statistik mengalami perubahan, yaitu menjadi uji satu arah dengan:
   $H_0 : \mu = 80$
   $H_1 : \mu > 80$

2. Taraf signifikansi α = 5% tetap, untuk uji satu arah nilai kritisnya adalah $Z_{\alpha} = Z_{0,05}$ dan didapatkan dari tabel diperoleh $Z_{0,05}$ = 1,645.
3. Statistik uji yang dipakai tetap.
4. Nilai statistik uji adalah Z_h = 4,29
5. Gambar daerah penolakan H_0 dan daerah penerimaan H_0 adalah seperti berikut.



Gambar 11.6
Daerah Penolakan dan Penerimaan H_0 Uji Satu Arah

Kesimpulan, karena nilai statistik uji Z_n = 4,29 berada di daerah penolakan H_0, yaitu $Z_n = 4,29 > 1,645 = Z_{0,05}$ maka hipotesis nol $H_0 : \mu = 80$ ditolak dan hipotesis alternatif $H_1 : \mu > 80$ diterima. Artinya pada taraf signifikansi α = 5% ada perbedaan yang signifikan antara $\overline{X}$ = 83 dengan nilai yang dihipotesiskan yaitu μ = 80. Dengan kata lain pada taraf singnifikansi α = 5% terbukti bahwa metode baru itu dapat menghasilkan plat baja yang lebih panjang. Jadi tambahan plat baja paling sedikit 2 cm dengan memakai metode baru tersebut dapat diterima, dan hal itu terjadi bukan karena faktor kebetulan.

1.2 Pengujian Parameter proporsi (p) Populasi

Misalkan kita mempunyai suatu populasi yang mengandung jenis tertentu dengan proporsi p = $\frac{X}{N}$. Dengan memakai sampel berukuran n yang mengandung jenis tertentu, yaitu $\hat{p} = \frac{X}{n}$. Pengujian hipotesis parameter proporsi p diasumsikan nilainya sama dengan p_0, yaitu $p = p_0$. sehingga rumus hipotesis untu hipotesis tersebut yaitu:

Uji Dua Arah	Uji Satu Arah	Uji Satu Arah
$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$
$H_1 : p \neq p_0$	$H_1 : p > p_0$	$H_1 : p < p_0$

Uji statistik yang dipakai yaitu:

Rumus 11.2

$$\boxed{Z_h = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}}}$$

dimana: $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ bila populasi tak terbatas

$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$, bila populasi terbatas

Contoh 11.4

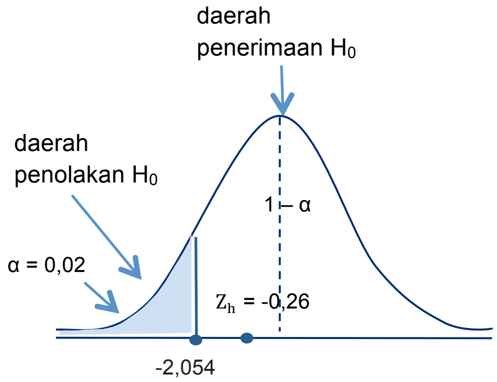
Perusahaan ABC yang bergerak dalam bidang otomotif akan mencoba memperkenalkan produk terbarunya di pasaran. Sehingga staf bagian pengendalian kualitas di perusahaan tersebut mengambil sampel secara acak sebesar 170 buah suku cadang dan ditemukan terdapat 16 yang cacat. Berdasarkan data tersebut, buktikan apakah benar produksi yang ditemukan cacat kurang dari 10%. Gunakan taraf signifikansi 2% !

Jawab:

Populasi tersebut dianggap tak terbatas, karena jumlahnya tidak diketahui. Populasi suku cadang yang cacat dalam sampel adalah:

$\hat{p} = \frac{X}{n} = \frac{16}{170} = 0{,}094$

1. Hipotesis statistik:
   $H_0 : p = 10\% = 0{,}01$
   $H_1 : p < 10\%$ (Pengujian satu arah)
2. Pada α = 2%, nilai kritisnya adalah $Z_\alpha = Z_{0,02}$ dan dari tabel distribusi normal standar kumulatif diperoleh.
   $Z_{0,02} = -2{,}054$ (di kiri)
3. Statistik uji yaitu:
   $Z_h = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}}$, dengan nilai $\hat{p} = 0{,}094$ dan $p_0 = 0{,}1$
   $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}1(0{,}9)}{170}} = 0{,}023$ sehingga didapatkan:
   $Z_h = \frac{0{,}094 - 0{,}1}{0{,}023} = -0{,}26$
4. Karena nilai statistik uji $Z_h = -0{,}26 > -2{,}054 = Z_{0,02}$, maka hipotesis nol ($H_0$) diterima. Artinya taraf signifikansi α = 2%, data yang diperoleh dari sampel tersebut tidak mendukung hipotesis alternatif (H_1) bahwa produksi yang cacat kurang dari 10%. Agar lebih jelasnya bisa dilihat dari gambar berikut ini.



Gambar 11.7
Daerah Penolakan dan Penerimaan H_0 Uji Satu Arah

1.3 Pengujian Parameter Beda Dua Rata-Rata (μ_1 - μ_2) dari Dua Populasi

Apabila mempunyai dua populasi berdistribusi normal masing-masing mempunyai rata-rata μ_1 dan μ_2 dengan simpangan baku baku σ_1 dan σ_2. Pada populasi pertama diambil sampel acak sebanyak n_1 dan penghitungannya diperoleh rata-rata $\overline{X}_1$ dan simpangan baku S_1. Begitu juga dengan populasi kedua diambil sampel acak sebanyak n_2 dan penghitungannya diperoleh rata-rata $\overline{X}_2$ dan simpangan baku S_2. Sampel pertama dan kedua merupakan saling bebas. Apabila simpangan baku dua populasi itu diketahui, misal σ_1 dan σ_2. Maka Pengujian untuk hipotesis parameter beda dua rata-rata (μ_1 - μ_2) dari dua populasi tersebut yaitu:

Uji Dua Arah	Uji Satu Arah	Uji Satu Arah
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Uji statistik yang dipakai yaitu:

Rumus 11.3

$$\boxed{Z_h = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}}}$$

dimana: $\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ bila dua populasi tak terbatas

$\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \cdot \sqrt{\frac{(N_1 + N_2) - (n_1 + n_2)}{N_1 + N_2 - 1}}$, bila dua populasi terbatas

Contoh 11.5

Seorang marketing sedang membuat brosur rincian cicilan bagi calon pembeli rumah pada wilayah A dan B di kota BSD. Satu hal yang menjadi daya tarik yaitu kemampuan waktu si pembeli melunasi cicilan rumah yang bersangkutan. Sebuah sampel terdiri dari 40 rumah di wilayah A menunjukkan rata-rata kepemilikan rumah lunas dalam 7,6 tahun dengan simpangan baku 2,3 tahun. Sedangkan sampel yang terdiri dari 55 rumah di wilayah B mampu dilunasi dalam 8,1 tahun dengan simpangan baku 2,9 tahun. Apabila menggunakan taraf signifikansi 5%, apakah dapat ditarik kesimpulan bahwa pemilik rumah di wilayah A dalam pelunasan rumahnya lebih cepat dibanding pemilik rumah di wilayah B?

Jawab:

Data yang didapatkan dari sampel untuk wilayah A dan B yaitu sebagai berikut:

Pada wilayah A: n_1 = 40; $\overline{X}_1$= 7,6; S_1 = 2,3

Pada wilayah B: n_2 = 55; $\overline{X}_2$= 8,1; S_2 = 2,9

$\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ = 7,6 – 8,1= -0,5

Karena σ_1 dan σ_2 tidak diketahui dari populasi, maka ditaksir dengan S_1 dan S_2 sehingga didapatkan:

$\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{(2,3)^2}{40} + \frac{(2,9)^2}{55}}$ = 0,53

Populasi dianggap berdistribusi normal.

Hipotesis yang diajukan yaitu pemilik rumah di wilayah A dalam pelunasan rumahnya lebih cepat dibanding pemilik rumah di wilayah B.

1. Hipotesis:

   $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

   $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ (gunakan uji satu arah karena "lebih cepat/kurang dari")
2. Nilai kritis untuk uji satu arah dengan α = 5% yaitu $Z_{0,05}$ = -1,645 (di kiri)
3. Statistik uji:

   $$Z_h = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{-0,5-0}{0,53} = -0,94$$
4. Kesimpulan:

Karena Z_h = -0,94 > -1,645, sehingga hipotesis nol diterima. Artinya pada tingkat signifikansi α = 5%, pemilik rumah di wilayah A dan di wilayah B untuk waktu dalam pelunasan rumahnya perbedaannya tidak signifikan. Maksudnya data dari sampel tidak mendukung bahwa pemilik rumah di wilayah A dalam pelunasan rumahnya lebih cepat dibanding pemilik rumah di wilayah B.

1.4 Pengujian Parameter Beda Dua Proporsi dari Dua Populasi

Apabila terdapat dua populasi, dengan populasi pertama terdiri dari unsur X_1 dengan proporsi $p_1 = \frac{X_1}{N_1}$ dan populasi kedua terdiri dari unsur X_2 dengan proporsi $p_2 = \frac{X_2}{N_2}$. Pada populasi pertama diambil sampel secara acak n_1 yang terdiri x_1 dengan proporsi $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$ dan populasi kedua diambil sampel acak terdiri dari n_2 yang terdiri x_2 dengan proporsi $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$. Sehingga pengujian hipotesis untuk parameter beda dua proporsi (p_1 - p_2) yaitu:

Uji Dua Arah	Uji Satu Arah	Uji Satu Arah
$H_0 : p_1 = p_2$	$H_0 : p_1 = p_2$	$H_0 : p_1 = p_2$
$H_1 : p_1 \neq p_2$	$H_1 : p_1 > p_2$	$H_1 : p_1 < p_2$

Uji statistik yang dipakai yaitu:

Rumus 11.3

$$\boxed{Z_h = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}}}$$

dimana: $\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$ bila dua populasi tak terbatas

$\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{(N_1 + N_2) - (n_1 + n_2)}{N_1 + N_2 - 1}}$, bila dua populasi terbatas

$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

Sesungguhnya $\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$ tetapi karena pada umumnya p_1 dan p_2 tidak diketahui, maka $\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}$ harus ditaksir dengan rumus di atas.

Contoh 11.6

Pada dua daerah yang berbatasan akan dilakukan survei yaitu daerah A dan B untuk mengetahui pendapat dari masyarakatnya, apakah pembangunan pabrik deterjen pada dua daerah tersebut bisa diteruskan atau tidak. Untuk mengetahui apakah ada perbedaan proporsi warga yang setuju, dilakukan survey pengambilan data. Dari 200 warga di daerah A ternyata 120 warganya menyetujui rencana tersebut, dan dari 500 warga di daerah B ternyata 250 warga menyetujui rencana tersebut. Buktikan apakah proporsi warga yang setuju di daerah A lebih besar dari proporsi di daerah B? Gunakan tingkat signifikansi 1% !

Jawab:

Misalkan:

p_1 = proporsi sesungguhnya warga daerah A yang setuju dengan rencana tersebut.

p_2 = proporsi sesungguhnya warga daerah B yang setuju dengan rencana tersebut.

Sampel di daerah A: n_1 = 200, x_1 = 120, dan $\hat{p}_1 = \frac{120}{200}$ = 0,6

Sampel di daerah B: n_2 = 500, x_2 = 250, dan $\hat{p}_2 = \frac{250}{500}$ = 0,5

1. Hipotesis: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ dan $H_1 : p_1 > p_2$
2. Tingkat signifikansi α = 1%, untuk uji satu arah, didapatkan nilai kritis $Z_{0,01}$=2,326.
3. $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{120+250}{200+500}$ = 0,53 kemudian $\hat{q} = 1 - \hat{p}$ = 1 – 0,53 = 0,47

   $\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{(0,53)(0,47)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{500}\right)}$ = 0,04

   populasi dianggap tidak terbatas.
4. Uji statistik yang digunakan:

   $$Z_h = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}} = \frac{(0,6-0,5)-0}{0,04} = 2,5$$

   dengan $p_1 - p_2 = 0$ karena proporsi masing-masing populasi tidak diketahui
5. Kesimpulan:

   Tolak H_0, karena nilai $Z_h = 2,5 > 2,326 = Z_{0,01}$

Artinya bahwa proporsi warga di daerah A yang setuju rencana pembangunan pabrik lebih besar dibandingkan warga daerah B yang menyetujui rencana pembangunan pabrik.

Tujuan Pembelajaran 11.5:

Pengujian Hipotesis dengan Sampel Kecil

Seperti statistik t yang dipakai dalam menduga parameter rata-rata μ dari suatu populasi maupun untuk menduga parameter beda dua rata-rata ($\mu_1 - \mu_2$) yang sudah dijelaskan sebelumnya pada sampel besar dan mengikuti prosedur tahapan pengujian hipotesis. Pada pengujian hipotesis dengan sampel kecil juga tidak jauh berbeda. Kecuali rumus statistik yang digunakan untuk pengujian dan penentuan nilai kritis. Tahapan yang digunakan diantaranya perumusan hipotesis, penentuan taraf signifikansi, menentukan daerah penolakan dan penerimaan H_0, kemudian menentukan kesimpulan dari pengujian.

1. Pengujian Parameter Rata-Rata (μ) dari Populasi dimana σ^2 tidak diketahui

Uji statistik yang digunakan dalam menguji hipotesis:

Uji Dua Arah	Uji Satu Arah	Uji Satu Arah
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Uji statistik yang dipakai yaitu:

Rumus 11.4

$$\boxed{t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_{\overline{X}}}}$$

dimana: $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ bila dua populasi tak terbatas

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N - n}{N-1}},$ bila dua populasi terbatas

Akan tetapi karena simpangan baku $\sigma_{\overline{X}}$ tidak diketahui, maka nilai $\sigma_{\overline{X}}$ ditaksir dengan S_x yang dihitung dari sampel.

Contoh 11.7

Suatu aplikasi sistem pembayaran sedang diujicobakan dengan harapan dapat mempersingkat waktu pembayaran registrasi ulang mahasiswa, dibandingkan sistem lama. Waktu yang diperlukan mahasiswa untuk antri membayar registrasi biaya semesteran di loket, rata-ratanya sekitar 45 menit dan simpangan baku 8 menit. Kemudian dilakukan uji coba sistem registrasi pembayaran terbaru menggunakan aplikasi yang terkoneksi internet, diambil sampel 10 mahasiswa didapatkan data rata-rata waktunya 35 menit dan simpangan baku 9,5 menit. Apakah anda percaya dengan harapan tersebut? Gunakan tingkat signifikansi α = 5%.

Jawab:

Diketahui data dari populasi: rata-rata μ_0 45 menit dan simpangan baku σ_x = 8 menit. Populasi dianggap tidak terbatas. Diketahui data dari sampel n = 10, $\overline{X}$ = 35 menit dan simpangan baku S = 9,5 menit.

Untuk menghitung $\sigma_{\overline{X}}$, karena σ_x dan S diketahui, maka gunakan simpangan baku yang didapat dari sampel, yaitu:

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{9,5}{\sqrt{10}} = 3,0$

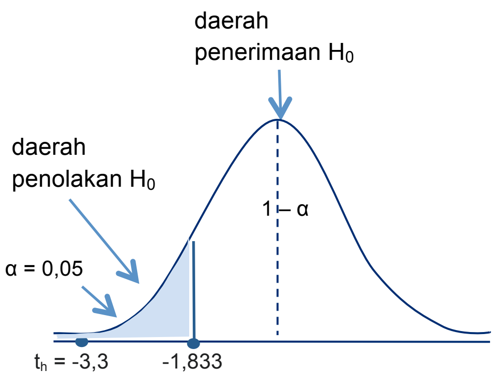
1. Hipotesis:

   $H_0 : \mu = 45$

   $H_1 : \mu < 45$

   Karena dengan cara baru rata-rata waktu yang diperlukan untuk mendaftar lebih kecil dari 45 menit.

2. Tingkat signifikansi α = 5%, uji satu arah, dengan derajat kebebasan ϑ = n – 1 = 10 – 1 = 9. Sehingga didapatkan nilai kritis:
   $t_{(\alpha,\vartheta)} = t_{(0,05;9)} = 1{,}833$.
3. Statistik uji yang dipakai yaitu:
   $t_h = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{35 - 45}{3} = -3{,}3$
   Karena nilai t_h = -3,3 (negative), gunakan nilai t tabel yang negative, yaitu $t_{(0,05;9)} = -1{,}833$
4. Gambar daerah penerimaan dan penolakan H_0, yaitu:



Gambar 11.8
Daerah Penolakan dan Penerimaan H_0 Uji Satu Arah

5. Untuk α = 5%, $t_h = -3{,}3 < -1{,}833 = t_{(0,05;9)}$ yaitu nilai t_h = -3,3 terletak di daerah penolakan H_0.

Kesimpulan: Kita tolak H_0 pada α = 5%. Artinya cara pembayaran registrasi ulang mahasiswa dengan system terbaru terbukti memerlukan waktu yang lebih singkat dengan cara yang lama, karena waktu yang diperlukan antara cara lama dan cara baru perbedaannya signifikan.

2. Pengujian Parameter Beda Dua Rata-Rata (μ_1 - μ_2) dari Dua Populasi

Statistik uji yang digunakan untuk menguji hipotesis:

Uji Dua Arah	Uji Satu Arah	Uji Satu Arah
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Uji statistik yang dipakai yaitu:

Rumus 11.3

$$\boxed{t_h = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}}$$

dimana:

(1) Bila $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ tidak diketahui pada populasi, maka:

$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ bila populasi tak terbatas, dimana:

$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ dengan derajat kebebasan $\vartheta = n_1 + n_2 - 2$

(2) Bila $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ tidak diketahui pada populasi, maka:

$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$ bila populasi tak terbatas, dimana:

dengan derajat kebebasan $\vartheta = \dfrac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$

(3) Bila populasi terbatas, maka simpangan baku $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$ harus dikalikan dengan faktor koreksi $\sqrt{\frac{(N_1 + N_2) - (n_1 + n_2)}{N_1 + N_2 - 1}}$

Contoh 11.8

Suatu mata kuliah statistik inferensial diberikan kepada mahasiswa dengan dua kelas berbeda. Kelas A terdiri dari 12 mahasiswa diajar dengan tatap muka. Sedangkan kelas B terdiri dari 10 mahasiswa diajar dengan e-learning. Pada akhir semester mahasiswa kelas A dan B diberi materi ujian yang sama, didapatkan kelas A mendapatkan nilai rata-rata 85 dan simpangan baku 4. Sedangkan kelas B mendapatkan nilai rata-rata 81 dan simpangan baku 5. Diasumsikan populasi berdistribusi normal dengan variansi sama. Apakah anda yakin bahwa pengajaran dengan tatap muka tetap lebih baik dari pembelajaran melalui e-learning dengan tingkat signifikansi 1%?

Jawab:

Dua populasi dianggap tak terbatas
Dua populasi dianggap berdistribusi normal
Dari sampel A: $n_1 = 12$, $\bar{X}_1 = 85$, $S_1 = 4$
Dari sampel A: $n_2 = 10$, $\bar{X}_2 = 81$, $S_2 = 5$

1. Hipotesis:
   $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
   $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
2. Taraf signifikansi $\alpha = 0,01$ dan derajat kebebasan adalah:
   $\vartheta = n_1 + n_2 - 2 = 12 + 10 - 2 = 20$ maka diperoleh nilai kritis:
   $t_{(\alpha,\vartheta)} = t_{(0,01;20)} = 2,528$; uji satu arah
3. Simpangan baku gabungan
   $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(11)(4)^2 + (9)(5)^2}{20} = 20.05$
   $S_p = \sqrt{20,05} = 4,478$
   Simpangan baku distribusi sampel beda dua rata-rata adalah
   $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = (4,478)\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}} = 1,917$
   Sehingga diperoleh nilai statistik uji t_h, adalah:
   $t_h = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{(85 - 81) - 0}{1,917} = 2,09$
4. Kesimpulan: H_0 diterima, karena nilai $t_h = 2,09 < 2,528 = t_{(0,01;20)}$ atau nilai t hitung berada di daerah penerimaan H_0. Artinya hasil belajar mahasiswa yang diajar dengan tatap muka dan dengan melalui e-learning perbedaannya yaitu tidak signifikan. Dengan kata lain, data yang didapatkan dari sampel

tidak mendukung bahwa mengajar dengan tatap muka lebih baik dari pada melalui e-learning. sehingga informasi dari sampel menunjukkan bahwa pengajaran dengan tatap muka maupun e-learning ternyata sama saja.

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan:
   a. pengujian hipotesis statistik
   b. hipotesis nol
   c. hipotesis alternatif
   d. kesalahan jenis I
   e. kesalahan jenis II
   f. tingkat signifikansi
   g. uji satu arah
   h. uji dua arah
   i. nilai kritis
   j. statistik uji atau statistik hitung (Z_h)
2. Suatu perusahaan memproduksi lampu listrik yang umurnya berdistribusi normal dengan nilai rata-rata 800 jam dan simpangan baku 40 jam. Dengan memakai sampel acak sebanyak 30 lampu ternyata rata-rata umur lampu hanya 788 jam. Ujilah hipotesis bahwa $\mu = 800$ jam dan lawan alternatifnya $\mu \neq$ 800 jam, dengan tingkat signifikansi 1% !
3. Berdasarkan informasi dari bagian pemasaran PLN di kota Tangerang Selatan, bahwa sebelum ada perubahan tegangan listrik dari 110 V ke 220 V, rata-rata pemakaian listrik untuk pelanggan perbulan yaitu 85 kWh. Setelah tegangan dubah menjadi 220 V diadakan penelitian terhadap 121 pelanggan dan ternyata menunjukkan hasil meningkat, dengan rata-rata pemakaian perbulan 87,5 kWh dengan simpangan baku 16 kWh. Berdasarkan data tersebut, uji pendapat yang menyatakan bahwa perubahan tegangan listrik tersebut berpengaruh kuat terhadap peningkatan pemakaian listrik di kota Tangerang Selatan ! Gunakan α = 5%.
4. Tahun lalu karyawan dinas sosial di kota tertentu menyumbang 8 juta untuk korban bencana alam. Untuk mengetahui kebenaran tersebut diambil sampel acak sebanayak 12 orang karyawan, didapatkan rata-rata sumbangan pada tahun itu yaitu 8,9 juta dengan simpangan baku 1,75 juta. Ujilah hipotesis dengan tingkat signifikansi α = 1%, bahwa rata-rata sumbangan karyawan di dinas social pada tahun tersebut masih tetap 8 juta ! Asumsikan data sumbangan karyawan berdistribusi normal.
5. Seorang pimpinan perusahaan ingin meningkatkan kualitas sumber daya karyawannya dibidang produksi. Dia berharap setelah mereka lulus mengikuti kursus, cacat produksi bisa berkurang 10%. Pada suatu saat tertentu setelah para karyawan mengikuti kurus, diketahui dari sampel sebanyak 20 produk yang diambil ternyata 3 produk yang cacat. Apabila distribusi data dianggap normal, apakah harapan pimpinan itu terbukti dalam sampel tersebut? Gunakan α = 10%.
6. Suatu perusahaan konveksi ingin mengembangkan produksi baju kebaya. Pimpinan perusahaan menyatakan bahwa paling sedikit ada 30% orang yang berminat membeli kebaya tersebut. Untuk itu dilakukan penelitian terhadap 200 responden dan ternyata 70 responden yang tertarik untuk membeli. Melalui α = 5% ujilah pernyataan pimpinan tersebut, apakah ia akan memperluas usahanya? Diasumsikan data berdistribusi normal.

7. Seorang pimpinan pabrik menyatakan bahwa rata-rata daya rentang benang A melebihi daya rentang benang B paling sedikit 12 kg. Untuk menguji pernyataan ini masing-masing 50 potong benang A dan benang B diambil acak. Didapatkan rata-rata daya rentang benang A adalah 86,7 kg dan simpangan baku 6,28 kg. Sedangkan rata-rata daya rentang benang B adalah 77,8 kg dan simpangan baku 5,61 kg. Ujilah pernyataan pimpinan tersebut dengan memakai tingkat signifikansi 5% !

D. DAFTAR PUSTAKA

Budiono & Koster, Wayan. (2008). *Teori dan Aplikasi Statistika dan Probabilitas*. Bandung. PT Remaja Rosda Karya.