PERNYATAAN BERKUANTOR

Siska Candra Ningsih, M. Sc
Universitas PGRI Yogyakarta
siska@upy.ac.id

Pernyataan Berkuantor

Kuantor

suatu istilah yang menyatakan “berapa banyak” dari suatu objek dalam suatu sistem.

Kuantor

merepresentasikan suatu pernyataan yang bernilai benar pada suatu nilai tertentu.

Kuantor

dinyatakan dengan kata “semua”, “beberapa”,”banyak”,”tidak ada”, dan “sedikit”.

Ada dua jenis kuantor :

1. **Kuantor Universal**

   suatu pernyataan bernilai benar untuk setiap elemen pada domain

2. **Kuantor Eksistensial**

   ada satu atau lebih elemen dari suatu domain yang membuat suatu pernyataan bernilai benar

Kuantor Universal

disimbol $\forall$

Notasi $\forall x P(x)$ dinyatakan sebagai kuantor universal dari $P(x)$

Pernyataan	Bernilai Benar	Bernilai Salah
$\forall x P(x)$	$P(x)$ bernilai benar untuk semua x	Ada x sedemikian hingga $P(x)$ bernilai salah

Contoh

Tentukan nilai kebenaran dari $\forall x P(x)$, dimana $P(x)$ adalah pernyataan x^2 <10, dan domain $x < 4$, x bilangan bulat positif.

Jawab :

Domain yang dimaksud adalah 1, 2, 3

$P(x) = x^2 < 10$

$P(1) = 1 < 10$

$P(2) = 4 < 10$

$P(3) = 9 < 10$

Karena $P(x)$ bernilai benar untuk semua domain x maka $\forall x P(x)$ merupakan pernyataan yang bernilai benar.

Kuantor Eksistensial

disimbol $\exists$

Notasi $\exists x P(x)$ dinyatakan sebagai kuantor eksistensial dari $P(x)$

Pernyataan	Bernilai Benar	Bernilai Salah
$\exists x P(x)$	Ada x sedemikian hingga $P(x)$ bernilai benar	$P(x)$ bernilai salah untuk semua x

Contoh :

Diberikan $P(x)$ adalah pernyataan $x > 3$. Tentukan nilai kebenaran dari kuantor $\exists x P(x)$, dimana domainnya adalah semua bilangan riil.

Jawab :

Lakukan pengecekan terhadap domain.

Misalnya ambil domain $x = 4$, $P(x)$ bernilai benar.

Karena $P(x)$ bernilai benar untuk domain $x = 4$ maka $\exists x P(x)$ merupakan pernyataan yang bernilai benar.

Ekuivalensi Logika Pada Kuantor

Dua pernyataan yang mengandung kata hubung logika dan kuantor dkatakan ekivalen jika dan hanya jika keduanya mempunyai nilai kebenaran yang sama tidak masalah pada kata hubung dan domain yang digunakan dalam suatu pernyataan.

Pernyataan S dan T yang ekivalen dinyatakan dengan simbol $S \equiv T$

Negasi Pernyataan Berkuantor

Setiap siswa di kelas harus belajar kalkulus

Pernyataan kuantor universal $\forall x P(x)$ dengan $P(x)$ adalah pernyataan "x harus belajar kalkulus", domainnya adalah siswa yang berada pada kelas tersebut.

Negasinya :

Ada siswa di kelas yang tidak belajar kalkulus

disimbolkan $\exists x \sim P(x)$

Negasi Pernyataan Berkuantor

Aturan untuk menegasikan pernyataan berkuantor dinamakan Hukum De Morgan.

Negasi	Pernyataan Yang Ekivalen	Bernilai Benar	Bernilai Salah
$\sim \exists x P(x)$	$\forall x \sim \mathrm{P}(x)$	Untuk setiap x, sedemikian sehingga $P(x)$ bernilai salah	Ada x, sedemikian sehingga $P(x)$ bernilai benar
$\sim \forall x \mathrm{P}(x)$	$\exists x \sim P(x)$	Ada x, sedemikian sehingga $P(x)$ bernilai salah	Untuk setiap x, sedemikian sehingga $P(x)$ bernilai benar

Menterjemahkan Kalimat Menjadi Ekspresi Logika

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam menterjemahkan :

1.) Awali dengan menetapkan semesta pembicaraan

2.) Kata – kata seperti "saya" dan "anda" dianggap sebagai konstanta untuk individu.

3.) susunan kata yang terdiri atas kata kerja dan kata keterangan diterjemahkan sebagai satu prediket.

Cth : "x merasa sehat" diterjemahkan s(x)

Sebaliknya kata sifat yang mendahului suatu kata diterjemahkan terpisah.

Cth : "Siti cantik dan pintar " diterjemahkan

$$C(x) \wedge P(x)$$

4.) Kata kerja yang melibatkan waktu, misalnya "akan, telah dsb" tidak diperhatikan. Begitu juga dengan kata – kata " mungkin, tidak mungkin, pasti terjadi" juga diabaikan.

Contoh 1

Setiap orang mencintai Yogyakarta

Dapat kita tuliskan

untuk semua x, x mencintai Yogyakarta

$$\forall x C(x, Y)$$

Contoh 2 :

Ada seseorang yang mengenal setiap orang

Menentukan bentuk simboliknya :

- Jadikan pernyataan "x kenal y", maka akan menjadi $K(x,y)$
- Jadikan potongan pernyataan "x kenal semua y" sehingga menjadi $(\forall y)K(x,\mathrm{y})$
- Jadikan pernyataan "ada x, yang kenal semua y" sehingga menjadi $(\exists x)(\forall y)K(x,\mathrm{y})$

Nilai Kebenaran Pernyataan Berkuantor Ganda

Pernyataan	Bernilai Benar	Bernilai Salah
$\forall x \forall y P(x, y)$	$P(x,y)$ bernilai benar untuk setiap pasangan x, y	Ada pasangan x, y sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai salah
$\forall x \exists y P(x, y)$	Untuk setiap x ada y sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai benar	Ada x sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai salah untuk setiap y
$\exists x \forall y P(x, y)$	Ada x sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai benar untuk setiap y	Untuk setiap x ada y sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai salah
$\exists x \exists y P(x, y)$	Ada pasangan x, y sedemikian hingga $P(x,y)$ bernilai salah	$P(x,y)$ bernilai benar untuk setiap pasangan x, y

Ingkaran Kalimat Berkuantor Ganda

$$\sim\left[(\exists x)(\forall y)P(x,y)\right]\equiv(\forall x)(\exists y)\sim P(x,y)$$

$$\sim\left[(\forall x)(\exists y)P(x,y)\right]\equiv(\exists x)(\forall y)\sim P(x,y)$$

TERIMA KASIH