Bagian 1. Gelombang Berjalan

Dalam mendeskripsikan sebuah gelombang berjalan (pada tali), maka kita harus mempunyai fungsi posisi dan waktu agar kita dapat mengetahui bentuk dari gelombang tersebut. Secara umum **persamaan gelombang sebagai fungsi posisi dan waktu** dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boxed{y = f(x, t)} \qquad \text{.... (2.1)}$$

$f(x, t)$ dapat berupa fungsi *cosinus* maupun *sinus*, karena bentuk grafik keduanya hampir sama. Namun, pada bab ini kita akan menggunakan fungsi *sinus*. Ketika gelombang sinusoidal berjalan ke arah sumbu x positif, maka persamaan simpangannya pada waktu t dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boxed{y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)} \qquad \text{.... (2.2)}$$

Keterangan:

$y(t)$ = simpangan gelombang pada posisi x dan waktu t (m)
y_m = simpangan maksimum atau amplitudo (m)
k = bilangan gelombang (rad/m)
ω = frekuensi anguler (rad/s)

Oleh karena persamaan (2.2) merupakan persamaan dalam fungsi x maka kita akan dapat mengetahui simpangan gelombang setiap waktunya. Dengan begitu, maka otomatis bentuk gelombang tersebut juga akan kita ketahui.

Persamaan (2.2) mendeskripsikan bahwa gelombang bergerak ke arah **sumbu x positif**. Lalu bagaimana persamaan simpangan gelombang jika gelombang bergerak ke arah sebaliknya? Jika gelombang bergerak ke arah **sumbu x negatif** maka kita ganti variabel t pada persamaan (2.2) menjadi $-t$, sehingga:

$$\boxed{y(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t)} \qquad \text{.... (2.3)}$$

Selanjutnya kita dapat menyimpulkan bahwa persamaan simpangan dari gelombang yaitu:

$$\boxed{y(x, t) = h(kx \pm \omega t)} \qquad \text{.... (2.4)}$$

dimana h dapat berupa fungsi periodik, salah satunya adalah fungsi *sinus* yang paling umum digunakan.

Selanjutnya kita akan dapat lebih memahami karakteristik dari sebuah gelombang, dengan memahami terlebih dahulu besaran-besaran dari sebuah gelombang. Berikut ini adalah beberapa kelompok besaran gelombang berdasarkan kaitannya antara satu besaran dengan besaran yang lainnya, antara lain:

1. *Periode, frekuensi, dan frekuensi anguler*

Pada modul sebelumnya telah disampaikan bahwa periode adalah waktu yang diperlukan untuk melakukan satu osilasi. Namun, pada modul ini kita mendefinisikan **periode** sebagai waktu yang diperlukan untuk melakukan satu gelombang. Lalu apakah sama besar periode osilasi dengan periode gelombang? Lalu apa kaitannya antara frekuensi dengan frekuensi anguler?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kita dapat menggunakan persamaan (2.2) dengan sebelumnya menganggap bahwa simpangan gelombang awal berada pada posisi $x = 0$, sehingga persamaan (2.2) akan menjadi:

$y(0, t) = y_m \sin(-\omega t)$

$$\boxed{y(0, t) = -y_m \sin \omega t} \qquad \text{.... (2.5)}$$

Berdasarkan definisi periode, kita dapat menyimpulkan bahwa simpangan akan kembali ke posisi awal ketika telah mencapai satu periode T, sehingga $t = t_1$ dan $t = t_1 + T$. Selanjutnya kita substitusikan ke persamaan (2.5) menjadi:

$$-y_m \sin \omega t_1 = -y_m \sin \omega(t_1 + T)$$
$$-y_m \sin \omega t_1 = -y_m \sin(\omega t_1 + \omega T)$$

Fungsi *sinus* akan berulang setiap 2π, sehingga:

$\omega T = 2\pi$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \qquad \text{.... (2.6)}$$

atau

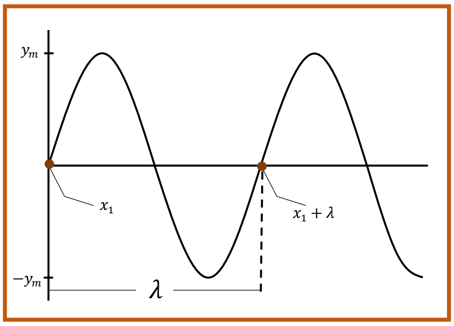
$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \qquad \text{.... (2.7)}$$

ω disebut sebagai **frekuensi anguler** dengan satuan SI nya adalah rad/s. Sedangkan **frekuensi** gelombang disimbolkan dengan f yang memiliki satuan hertz (Hz). Secara matematis dapat dituliskan:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}} \qquad \text{.... (2.8)}$$

Pada bab ini kita mendefinisikan **frekuensi** sebagai banyaknya gelombang yang terjadi tiap satu sekon.

2. *Panjang gelombang dan bilangan gelombang*



Gambar 2.2 Panjang gelombang

Sebagaimana yang kita pahami, **panjang gelombang merupakan jarak antar bentuk gelombang yang berulang**. Lalu berapakah besar panjang gelombang secara umum? Apa kaitannya dengan bilangan gelombang? Kita bisa menentukan hubungan antara panjang gelombang dan bilangan gelombang dengan menggunakan kembali persamaan (2.2). Pada waktu $t = 0$, maka persamaan (2.2) menjadi:

$$\boxed{y(x, 0) = y_m \sin kx} \qquad \text{.... (2.9)}$$

Berdasarkan definisi panjang gelombang itu sendiri, kita dapat menyimpulkan bahwa simpangan gelombang pada kedua ujung (ketika bentuk gelombang berulang) adalah sama (Gambar 2.2), sehingga $x = x_1$ dan $x = x_1 + \lambda$. Selanjutnya kita substitusikan ke persamaan (2.9) menjadi:

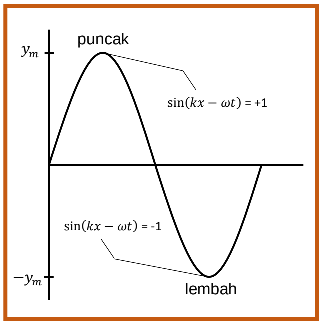
$y_m \sin kx_1 = y_m \sin k(x_1 + \lambda)$
$y_m \sin kx_1 = y_m \sin(kx_1 + k\lambda)$

Fungsi *sinus* akan berulang setiap 2π, sehingga:
$k\lambda = 2\pi$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}} \quad \text{…. (2.10)}$$

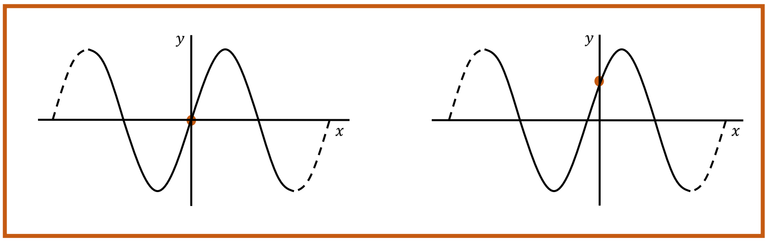
k disebut sebagai **bilangan gelombang** dengan satuan SI nya adalah rad/m.

3. *Amplitudo, fase, dan sudut fase*



Gambar 2.3 Puncak dan lembah gelombang

Amplitudo merupakan simpangan terbesar yang dapat dicapai sebuah gelombang ditinjau dari titik keseimbangannya. Karena amplitudo merupakan sebuah besaran maka **nilainya akan selalu positif**, meskipun gelombang bergerak ke atas maupun ke bawah. Jika kita melihat kembali persamaan (2.2) maka amplitudo akan tercapai apabila nilai $\sin(kx - \omega t)$ mencapai nilai maksimal. Nilai maksimal dari sin α adalah +1, sehingga amplitudo dari persamaan (2.2) tidak lain yaitu y_m.



(a) (b)

Gambar 2.4 Bentuk gelombang pada t = 0, ketika: (a) $\phi = 0$ (b) $\phi = {}^{\pi}/_{3}$

Fase gelombang merupakan pernyataan setelah sin pada persamaan (2.2) yaitu $kx - \omega t$. Ketika gelombang berjalan melalui tali, maka posisi x berubah seiring dengan berjalannya waktu. Dengan begitu, maka fase gelombang (yang di dalamnya terdapat variabel posisi dan waktu) akan ikut berubah pula. Begitupun nilai $\sin(kx - \omega t)$ juga akan mengikuti, meskipun tetap dalam rentang -1 sampai +1. Nilai $\sin(kx - \omega t)$ yang berharga -1 menyebabkan persamaan (2.2) menjadi $-y_m$ (gelombang akan membentuk *lembah*), sedangkan nilai $\sin(kx - \omega t)$ berharga +1 menyebabkan persamaan (2.2) menjadi y_m (gelombang membentuk *puncak*).

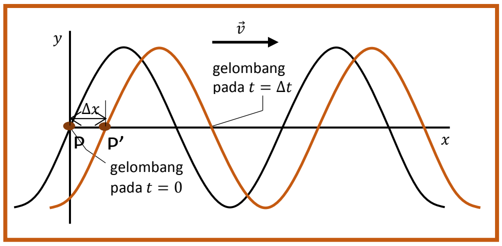
Jika kita menggambarkan bentuk gelombang berdasarkan persamaan (2.2) dimana $\phi = 0$, maka ketika $x = 0$, otomatis $y = 0$ (simpangan gelombang tersebut sama dengan nol) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.4(a). Selanjutnya kita dapat menambahkan **sudut fase** pada persamaan (2.2) sehingga:

$$\boxed{y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)} \qquad \ldots. \ (2.11)$$

Besar sudut fase bisa berapa saja, misal kita menetapkan $\phi = {}^{\pi}/_{3}$ maka akan terlihat perbedaan simpangan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.4(b). Bentuk gelombang yang memiliki $\phi = 0$ dengan yang memiliki $\phi = {}^{\pi}/_{3}$ adalah sama, hanya saja mengalami pergeseran.

4. *Cepat rambat gelombang*

Untuk mengetahui cepat rambat gelombang maka kita harus mengetahui dua keadaan gelombang dengan meninjau suatu titik pada gelombang tersebut (titik P). Kita tinjau titik P pada waktu $t = 0$ dan pada waktu $t = \Delta t$. Pada waktu $t = 0$, gelombang belum mengalami perpindahan posisi (titik P berada pada posisi $x = 0$), sedangkan pada waktu $t = \Delta t$ gelombang telah melakukan perpindahan posisi sebesar Δx (titik P') seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.5. Perbandingan antara perpindahan posisi (Δx) dengan waktu yang dibutuhkan untuk perpindahan tersebut (Δt) merupakan definisi dari **cepat rambat gelombang**. Lalu berapakah nilai cepat rambat gelombang tersebut?



Gambar 2.5 Gelombang berjalan dengan cepat rambat gelombang sebesar $\vec{v}$

Ketika gelombang berjalan, maka semua titik yang terdapat pada gelombang itupun ikut bergerak sebagaimana titik P. Simpangan masing-masing titik pun tetap sama (misal simpangan titik P akan selalu berada di $y = 0$). Keadaan seperti itu hanya dapat terpenuhi ketika kita menetapkan bahwa:

$$kx - \omega t = \text{konstan} \quad \text{…. (2.12)}$$

Meskipun $kx - \omega t$ bernilai konstan, kita harus tetap memahami bahwa x dan t berubah-ubah. Ketika x bertambah besar maka t juga harus bertambah besar agar $kx - \omega t$ bernilai konstan tetap terpenuhi. Untuk menentukan besar cepat rambat gelombang, maka kita harus melakukan diferensiasi terhadap persamaan (2.12) sebagai berikut:

$$\frac{d(kx - \omega t)}{dt} = \frac{d(\text{konstanta})}{dt}$$

$$k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Karena $\frac{dx}{dt}$ tidak lain adalah cepat rambat gelombang, maka kita dapat menuliskan bahwa:

$$\boxed{v = \frac{\omega}{k}} \qquad \text{.... (2.13)}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.7) dan (2.10), kita dapat menuliskan kembali persamaan (2.13) menjadi:

$$\boxed{v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}} \qquad \text{.... (2.14)}$$

Persamaan $v = \frac{\lambda}{T}$ menegaskan bahwa cepat rambat gelombang merupakan satu panjang gelombang per periode.

Gelombang dapat bergerak ke arah sumbu x positif maupun negatif. Analisis kita di atas hanya berlaku bagi gelombang yang bergerak ke arah sumbu x positif. Lalu bagaimana cepat rambat gelombang pada arah sumbu x negatif? Ketika gelombang bergerak ke arah sumbu x negatif, maka yang terjadi sebagaimana penjelasan sebelumnya yaitu:

$$\boxed{kx + \omega t = \text{konstan}} \qquad \text{.... (2.15)}$$

Karena bernilai konstan, maka x dan t berbanding terbalik. Ketika t semakin bertambah besar, x justru semakin berkurang. Dengan cara diferensiasi yang sama maka akan kita dapatkan bahwa:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{k}$$

Tanda minus memiliki arti bahwa gelombang bergerak ke arah sumbu x negatif.