

MODUL 4
FAKTORISASI PERNYATAAN ALJABAR



Mata Kuliah : MATEMATIKA TEKNIK I
Kode / sks : B2220 / 3 sks
Prodi : TEKNIK MESIN
Semester : III (Tiga)

Disusun oleh :

MAFRUDDIN, S.T., M.T

PRODI TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH METRO

Dibiayai Oleh:

Direktorat Pembelajaran Dan Kemahasiswaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Riset Dan Teknologi
Kemetrician Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
2023



MODUL 4 FAKTORISASI PERNYATAAN ALJABAR

1. Pengantar

Assalamu'alaikum wr. Wb.

Kegiatan belajar mengajar untuk mata kuliah Matematika Teknik I dilakukan dengan dua metode yaitu Daring (online) dan Luring (offline). Untuk mempermudah dalam memahami materi yang diberikan dan mencapai kompetensi yang diharapkan maka perlu diperhatikan beberapa petunjuk belajar berikut:

- a. Pelajarilah setiap materi yang terdapat pada modul ini (Modul 4. Faktorisasi Pernyataan Aljabar) dengan sungguh-sungguh, apabila terdapat uraian materi atau pokok bahasan yang kurang dipahami atau belum dimengerti segera tanyakan pada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- b. Bacalah dengan teliti dan pahami apa yang menjadi capaian akhir dari setiap materi yang akan dipelajari
- c. Bacalah dengan teliti dan pahami apa saja indikator capaian pembelajaran yang harus dikuasai
- d. Berikan tanda pada bagian-bagian materi yang dianggap penting atau bagian yang belum dimengerti untuk ditanyakan kepada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- e. Buka dan pelajari setiap link materi (video atau dokumen lainnya) yang diberikan oleh tutor/dosen pengampu mata kuliah untuk menambah pemahaman Anda terkait materi yang dipelajari dalam kegiatan belajar pada modul ini
- f. *Download* dan Putarlah video penjelasan yang ada terkait materi atau pokok bahasan agar dapat memahami isi materi pada kegiatan ini secara lebih jelas dan paham serta dapat menyelesaikan tugas-tugas yang diberikan. Jika diperlukan, putarlah video penjelasan berulang-ulang supaya benar-benar paham
- g. Carilah sumber referensi lainnya untuk menambah materi bahan ajar (baik dalam bentuk materi penjelasan maupun contoh-contoh soal) dan melengkapi tugas pada masing-masing topik perkuliahan serta memperluas wawasan Anda
- h. Pahami tugas yang harus didiskusikan dengan teman-temanmu (tugas kelompok) pada bagian forum diskusi pada topik bahasan tertentu. Gunakan pengetahuan dan pengalaman Anda sebelumnya untuk mendiskusikan penyelesaian masalah yang diberikan dalam forum diskusi tersebut
- i. Bacalah dan pahami pada bagian rangkuman materi untuk lebih meningkatkan pemahaman substansi materi dari materi kegiatan belajar yang telah dipelajari dan diskusikan
- j. Kerjakan tugas dengan semaksimal mungkin dan ikuti panduan yang diberikan serta gunakan rambu-rambu jawaban untuk menilai apakah jawaban Anda sudah memadai atau belum
- k. Kumpulkan tugas sesuai dengan batas waktu yang telah ditetapkan
- l. Kerjakan tugas Anda dengan jujur dan jangan mencontek
- m. Tugas dikumpulkan di SPADA UM METRO.

2. Capaian pembelajaran

Setelah mempelajari keseluruhan materi pada modul ini diharapkan mahasiswa mampu menjelaskan tentang faktor persekutuan, mampu menentukan faktor persekutuan dengan mengelompokkan dan memfaktorisasi pernyataan kuadratik serta menguji faktor-faktor sederhana. Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim dan mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

3. Indikator Capaian Pembelajaran

Adapun tingkat penguasaan mahasiswa terhadap Capaian Pembelajaran Kegiatan Belajar ini secara rinci akan diukur dari kemampuan mahasiswa dalam:

- Menjelaskan faktor persekutuan, mampu menentukan faktor persekutuan dengan mengelompokkan dan memfaktorisasi pernyataan kuadratik
- Menguji faktor-faktor sederhana
- Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim
- Mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

4. Alokasi Jam Pembelajaran (JP) per pertemuan

- Total alokasi waktu : 3 x 50 menit
- Mode pembelajaran : Daring (online)
- Pertemuan : 5 (lima)

5. Pokok-pokok materi

- Pengantar faktorisasi
- Faktor persekutuan
- Faktor persekutuan dengan pengelompokan
- Faktorisasi pernyataan kuadratik
- Pengujian faktor-faktor sederhana
- Penyelesaian dengan kuadrat
- Penyelesaian dengan rumus
- Faktorisasi polinomial kuartik

6. Integrasi nilai islam

- Al-quran Qs Ar Rahman :19-21

مَرَجَ الْبَحْرَيْنِ يَلْتَقِيَانِ ﴿١٩﴾ بَيْنَهُمَا بَرْزَخٌ لَا يَبْغِيَانِ ﴿٢٠﴾ فَبِأَيِّ آلَاءِ رَبِّكُمَا تُكَذِّبَانِ ﴿٢١﴾

19. Dia membiarkan dua lautan mengalir yang keduanya kemudian bertemu,
20. antara keduanya ada batas yang tidak dilampaui masing-masing [1443].
21. Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?

[1443] Di antara ahli tafsir ada yang berpendapat bahwa la yabghiyān Maksudnya masing-masingnya tidak menghendaki. dengan demikian maksud ayat 19-20 ialah bahwa ada dua laut yang keduanya tercerai karena dibatasi oleh tanah genting,

tetapi tanah genting itu tidaklah dikehendaki (tidak diperlukan) Maka pada akhirnya, tanah genting itu dibuang (digali untuk keperluan lalu lintas), Maka bertemulah dua lautan itu. seperti terusan Suez dan terusan Panama.

b. Hadist Tirmidzi 2916

سنن الترمذي ٢٩١٦: حَدَّثَنَا عَبْدُ بْنُ حُمَيْدٍ حَدَّثَنَا عُبَيْدُ اللَّهِ بْنُ مُوسَى عَنْ إِسْرَائِيلَ عَنِ السُّدِّيِّ قَالَ حَدَّثَنِي مَنْ سَمِعَ عَلِيًّا يَقُولُ لَمَّا نَزَلَتْ هَذِهِ الْآيَةُ { إِنَّ تَبَدُّوا مَا فِي أَنْفُسِكُمْ أَوْ تُخْفَوْهُ يُحَاسِبِكُمْ بِهِ اللَّهُ فَيَغْفِرُ لِمَنْ يَشَاءُ وَيُعَذِّبُ مَنْ يَشَاءُ } الْآيَةَ أَحْرَنْتُنَّا قَالَ قُلْنَا يَحْدُثُ أَحَدُنَا نَفْسَهُ فَيَحَاسِبُ بِهِ لَا نَدْرِي مَا يُغْفَرُ مِنْهُ وَلَا مَا لَا يُغْفَرُ فَنَزَلَتْ هَذِهِ الْآيَةُ بَعْدَهَا فَتَسَخَّرَهَا { لَا يَكْفُرُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وَسَعَهَا لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا اكْتَسَبَتْ }

Sunan Tirmidzi 2916: Telah menceritakan kepada kami 'Abd bin Humaid telah menceritakan kepada kami 'Ubaidullah bin Musa dari Isra`il dari As Suddi ia berkata: telah menceritakan kepadaku orang yang pernah mendengar Ali berkata: "Saat ayat ini turun Jika kamu melahirkan apa yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikan, niscaya Allah akan membuat perhitungan dengan kamu tentang perbuatanmu itu. Maka Allah mengampuni siapa yang dikehendaki-Nya dan menyiksa siapa yang dikehendakiNya." QS Al-Baqarah: 284, ayat ini membuat kami sedih." Ali melanjutkan: Kami berkata: "Salah seorang di antara kami berbisik pada dirinya lalu memperhitungkannya, kami tidak tahu mana yang diampuni dan mana yang tidak diampuni, setelah itu, turunlah ayat ini dan menasakhkannya: "Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya." QS Al Baqarah: 286.

c. Hadist Abu Daud 1976

سنن أبي داود ١٩٧٦: حَدَّثَنَا سُلَيْمَانُ بْنُ دَاوُدَ الْعَتَكِيُّ حَدَّثَنَا حَمَادٌ حَدَّثَنَا أَيُّوبُ عَنْ نَافِعٍ عَنِ ابْنِ عُمَرَ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ الشَّهْرُ تِسْعٌ وَعِشْرُونَ فَلَا تَصُومُوا حَتَّى تَرَوْهُ وَلَا تُفْطِرُوا حَتَّى تَرَوْهُ فَإِنْ غَمَّ عَلَيْكُمْ فَأَقْدَرُوا لَهُ ثَلَاثِينَ قَالَ فَكَانَ ابْنُ عُمَرَ إِذَا كَانَ شَعْبَانَ تِسْعًا وَعِشْرِينَ نَظَرَ لَهُ فَإِنْ رَأَى فَذَلِكَ وَإِنْ لَمْ يَرَ وَلَمْ يَحُلْ دُونَ مَنْظَرِهِ سَحَابٌ وَلَا قَتْرَةَ أَوْ قَتْرَةَ أَصْبَحَ صَائِمًا قَالَ فَكَانَ ابْنُ عُمَرَ يُفْطِرُ مَعَ النَّاسِ وَلَا يَأْخُذُ بِهَذَا الْحِسَابِ حَدَّثَنَا حُمَيْدُ بْنُ مَسْعَدَةَ حَدَّثَنَا عَبْدُ الْوَهَّابِ حَدَّثَنِي أَيُّوبُ قَالَ كَتَبَ عُمَرُ بْنُ عَبْدِ الْعَزِيزِ إِلَى أَهْلِ الْبَصْرَةِ بَلَّغْنَا عَنْ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ نَحْوَ حَدِيثِ ابْنِ عُمَرَ عَنِ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ زَادَ وَإِنْ أَحْسَنَ مَا يُقَدَّرُ لَهُ أَنَا إِذَا رَأَيْنَا هِلَالَ شَعْبَانَ لِكَذَا وَكَذَا فَالصَّوْمُ إِنْ شَاءَ اللَّهُ لِكَذَا وَكَذَا إِلَّا أَنْ تَرَوْا الْهَيْلَالَ قَبْلَ ذَلِكَ

Sunan Abu Daud 1976: Telah menceritakan kepada kami Sulaiman bin Daud Al 'Ataki, telah menceritakan kepada kami Hammad, telah menceritakan kepada kami Ayyub, dari Nafi' dari Ibnu Umar, ia berkata: Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam bersabda: "Satu bulan adalah dua puluh sembilan, maka janganlah kalian berpuasa hingga melihatnya dan janganlah berbuka (berhari raya) hingga melihatnya, kemudian apabila tertutup awan maka hitunglah tiga puluh." Sulaiman berkata: Dan Ibnu Umar apabila Bulan Sya'bah telah masuk tanggal dua puluh sembilan maka ia mengamati hilal, apabila terlihat maka itulah Ramadhan, dan apabila tidak terlihat dan tidak terhalangi oleh awan serta debu maka pagi harinya ia dalam keadaan berbuka, dan apabila terhalang awan atau debu untuk melihatnya maka di pagi hari dalam keadaan berpuasa. Ia berkata:

Dan Ibnu Umar berbuka bersama orang-orang dan tidak mengambil perhitungan ini. Telah menceritakan kepada kami Humaid bin Mas'adah, telah menceritakan kepada kami Abdul Wahhab, telah menceritakan kepadaku Ayyub, ia berkata: Umar bin Abdul Aziz menulis surat kepada penduduk Bashrah mengatakan: telah sampai kepada kami dari Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam.... Seperti hadits tersebut Ibnu Umar, dari Nabi shallallahu 'alaihi wa sallam. Ia menambahkan: "Dan sesungguhnya sebaik-baik hitungan adalah apabila kami melihat Hilal Sya'ban demikian dan demikian maka puasa insya Allah demikian dan demikian, kecuali apabila kalian melihat Hilal sebelum itu."

7. Uraian Materi

a. Pengantar faktorisasi

Pemfaktoran Bentuk Aljabar atau disebut juga dengan faktorisasi pernyataan aljabar merupakan salah satu bagian dari operasi hitung bentuk Aljabar. Pemfaktoran Aljabar berfungsi untuk membuat suatu persamaan menjadi lebih sederhana dan dapat memudahkan proses perhitungan. Faktorisasi atau pemfaktoran dalam matematika dapat diartikan sebagai pemecahan (penguraian) suatu bilangan, matriks, atau pernyataan polinomial menjadi produk sebuah faktor, yang bila dikalikan bersama-sama akan menghasilkan bilangan asli atau matriks.

b. Faktor persekutuan

Bentuk faktorisasi yang paling sederhana adalah pengeluaran faktor-faktor persekutuan terbesar atau yang biasa disebut dengan FPB dari suatu pernyataan.

Contoh 1:

$(12x+10)$ pernyataan tersebut dapat ditulis dengan $2(6x+5)$.

Contoh 2:

$$(35x^2y^2 - 10xy^3)$$

FPB untuk koefisien 35 dan koefisien 10 yaitu 5

FPB dari perpangkatan x yaitu x

FPB dari perpangkatan y yaitu y^2

Sehingga $(35x^2y^2 - 10xy^3) = 5xy^2(7x - 2y)$

c. Faktor persekutuan dengan pengelompokan

Pernyataan bersuku-empat kadang-kadang dapat difaktorisasi dengan mengelompokkannya ke dalam dua pernyataan binomial dan mengeluarkan faktor-faktor persekutuannya dari masing-masing pernyataan.



Contoh:

$$2ac + 6bc + ad + 3bd$$

Langkah penyelesaiannya yaitu diawali dengan melakukan pengelompokan terlebih dahulu dengan memberikan tanda kurung pada pernyataan,

$$(2ac + 6bc) + (ad + 3bd)$$

Langkah selanjutnya dengan mengeluarkan faktor persekutuan dari pernyataan sehingga pernyataan menjadi,

$$2c(a + 3b) + d(a + 3b)$$

Akhirnya diperoleh faktor-faktor:

$$(a + 3b)(2c + d).$$

d. Faktorisasi pernyataan kuadrat

1) Faktorisasi Pernyataan Kuadrat

$$ax^2 + bx + c \quad \text{Apabila } a = 1$$

Jika $a = 1$, pernyataan kuadrat akan serupa dengan $x^2 + bx + c$. Maka f_1 dan f_2 dalam $(x + f_1)$ dan $(x + f_2)$ sebagai faktor-faktor dari pernyataan kuadrat, akan tergantung pada tanda-tanda b dan c . Perhatikan bahwa b , c , f_1 , f_2 dapat positif atau negatif. Perhatikan bahwa:

Jika c positif

- f_1 dan f_2 adalah faktor-faktor dari c dan keduanya memiliki tanda yang sama dengan b .
- penjumlahan f_1 dan f_2 sama dengan b

Contoh:

$$x^2 + 5x + 6$$

diketahui:

$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$c = 6$$

- f_1 dan f_2 adalah faktor-faktor dari 6 yaitu $(1,6)$ dan $(2,3)$ dan keduanya memiliki tanda yang sama dengan b (+).
- penjumlahan f_1 dan f_2 sama dengan b (5) sehingga faktor yang sesuai yaitu $(2, 3)$.
- Jadi $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$$\text{Sehingga } (x + 2) \Rightarrow x_1 + 2 = 0 \qquad \Rightarrow x_1 = -2$$

$$(x + 3) \Rightarrow x_2 + 3 = 0 \qquad \Rightarrow x_2 = -3$$



Jika c negatif

- a) f_1 dan f_2 adalah faktor-faktor dari c dan memiliki tanda yang berlawanan, yang lebih besar secara numerik memiliki tanda sama dengan b .
- b) selisih antara f_1 dan f_2 sama dengan b .

Contoh:

$$x^2 + 3x - 10$$

diketahui:

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$c = -10$$

- a) f_1 dan f_2 adalah faktor-faktor dari c (-10) yaitu $(1, 10)$ dan $(2, 5)$
- b) c negatif sehingga f_1 dan f_2 memiliki tanda yang berlawanan, yang lebih besar secara numerik memiliki tanda sama dengan b (+).
- c) selisih antara f_1 dan f_2 sama dengan b (3) yaitu $(-2, 5)$
- d) jadi $x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5)$

$$\text{Sehingga } (x - 2) \Rightarrow x_1 - 2 = 0 \qquad \Rightarrow x_1 = 2$$

$$(x + 5) \Rightarrow x_2 + 5 = 0 \qquad \Rightarrow x_2 = -5$$

2) Faktorisasi Pernyataan Kuadratik $ax^2 + bx + c$ Apabila $a \neq 1$

Jika $a \neq 1$, faktorisasinya dapat diketahui dengan melakukan langkah-langkah berikut.

- a) Kita dapatkan $|ac|$, yaitu nilai numerik dari hasilkali ac dengan mengabaikan tanda dari hasilkali tersebut.
- b) Kita tulis semua pasangan faktor yang mungkin untuk $|ac|$,
- c) (i) jika c positif, kita pilih kedua faktor dari $|ac|$ yang jumlahnya sama dengan $|b|$: kedua faktor ini memiliki tanda yang sama seperti b .
(ii) jika c negatif, kita pilih kedua faktor $|ac|$ yang memiliki selisih sama dengan $|b|$: faktor yang secara numerik lebih besar dari kedua faktor ini memiliki tanda yang sama dengan tanda b dan faktor lain memiliki tanda yang berlawanan.
(iii) dalam setiap hal, nyatakan kedua faktor yang diperoleh dengan bentuk f_1 dan f_2 .
- d) Maka $ax^2 + bx + c$ sekarang ditulis sebagai $(ax^2 + f_1x + f_2x + c)$ dan ini difaktorisasi dengan mencari faktor-faktor persekutuan dengan pengelompokan seperti pekerjaan sebelumnya.

Contoh:

$$6x^2 + 11x + 3 \qquad \text{merupakan bentuk } (ax^2 + bx + c)$$

Diketahui:

$$a = 6$$

$$b = 11$$

$$c = 3$$

$$|ac| = 6 \cdot 3 = 18$$

Faktor yang mungkin untuk $18 = (1, 18), (2, 9),$ dan $(3, 6)$ *c positif*, jadi faktor yang dimaksud f_1 dan f_2 mempunyai jumlah sama dengan $|b| = 11$. jadi faktor yang mungkin $(2, 9)$. Kedua faktor memiliki tanda sama seperti b (positif).

Jadi $f_1 = 2; f_2 = 9$

$$\begin{aligned}\text{Sehingga } 6x^2 + 11x + 3 &= 6x^2 + 2x + 9x + 3 \\ &= (6x^2 + 9x) + (2x + 3) \\ &= 3x(2x + 3) + 1(2x + 3) \\ &= (3x + 1)(2x + 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi } (3x + 1)(2x + 3) = 0 &\implies (3x + 1) = 0 &\implies x_1 = -1/3 \\ &\implies (2x + 3) = 0 &\implies x_2 = -3/2\end{aligned}$$

e. Pengujian faktor-faktor sederhana

Beberapa persamaan kuadrat tidak dapat ditulis sebagai hasil kali *faktor-faktor sederhana* yakni, faktor-faktor yang semua koefisiennya berupa bilangan bulat. Untuk menghemat waktu dan tenaga, suatu pengujian yang cepat dapat dilakukan sebelum prosedur rutin dilakukan. Untuk menentukan apakah ax^2+bx+c dapat difaktorisasi menjadi dua faktor sederhana, pertama-tama tentukan nilai dari pernyataan $(b^2 - 4ac)$.

Jika $(b^2 - 4ac)$ merupakan *kuadrat sesungguhnya*, dengan kata lain pernyataan itu dapat ditulis sebagai k^2 untuk suatu bilangan bulat k , ax^2+bx+c dapat difaktorisasi menjadi dua faktor sederhana.

Jika $(b^2 - 4ac)$ bukan merupakan *kuadrat sesungguhnya*, tidak ada faktor sederhana untuk ax^2+bx+c .

Contoh 1:

$$\begin{aligned}3x^2 - 4x + 5 &\implies a = 3, b = -4 \text{ dan } c = 5 \\ b^2 - 4ac &= (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 16 - 60 \\ &= -44 \text{ (bukan kuadrat sesungguhnya)}\end{aligned}$$

Tidak ada faktor-faktor sederhana.

Contoh 2:

$$\begin{aligned}2x^2 + 5x - 3 &\implies a = 2, b = 5 \text{ dan } c = -3 \\ b^2 - 4ac &= (5^2) - 4 \cdot 2 \cdot -3 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \\ &= 7^2 \text{ (kuadrat sesungguhnya)}\end{aligned}$$

Dapat difaktorisasi menjadi faktor-faktor sederhana.

f. Penyelesaian dengan kuadrat

Berdasarkan pengujian faktor-faktor sederhana maka diketahui bahwa tidak semua pernyataan kuadrat dapat difaktorisasi menjadi dua faktor sederhana. Langkah yang dapat dilakukan apabila pernyataan kuadrat tidak dapat difaktorisasi yaitu penyelesaian dengan melengkapi kuadratnya seperti berikut:

Contoh:

$$x^2 - 6x - 4 = 0 \quad ==> \text{merupakan bentuk pernyataan } ax^2 + bx + c$$

diketahui:

$$a = 1$$

$$b = -6$$

$$c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -4$$

$$= 36 + 16$$

$$= 52 \text{ (bukan kuadrat sesungguhnya)}$$

Tidak ada faktor-faktor sederhana.

Maka penyelesaiannya adalah:

$$x^2 - 6x - 4 = 0$$

tambahkan 4 ke kedua sisinya

$$x^2 - 6x = 4$$

tambahkan pada kedua sisi kudrat dari setengah koefisien x (-6) sehingga diperoleh:

$$x^2 - 6x + (-3)^2 = 4 + (-3)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4 + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 13$$

faktor-faktor yang mungkin untuk sisi sebelah kiri yaitu:

$$(x - 3)(x - 3) = 13$$

$$(x - 3)^2 = 13$$

$$(x - 3) = \pm\sqrt{13}$$

$$x = 3 \pm\sqrt{13} \text{ (kedua tanda harus dimasukkan)}$$

sehingga,

$$x_1 = 3 + \sqrt{13} \quad ==> x_1 = 3 + 3,60 = 6,60$$

$$x_2 = 3 - \sqrt{13} \quad ==> x_2 = 3 - 3,60 = -0,60$$

g. Penyelesaian dengan rumus

Untuk menentukan faktor-faktor pada pernyataan kudratik dapat dilakukan menggunakan rumus seperti berikut:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

bagilah pernyataan dengan koefisien x yaitu a :

$$\frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

kurangkan c/a pada kedua sisinya, sehingga:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

kemudian tambahkan pada kedua sisinya kudrat dari setengah koefisien x yaitu b/a :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

tentukan faktor pada sisi kiri dan jumlahkan sisi kanan, sehingga diperoleh:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{a \cdot b^2 - 4a^2c}{4a^3}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$
$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Sehingga nilai $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Maka $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

contoh:

tentukan faktor-faktor dari pernyataan berikut:

$$2x^2 - 3x - 4 = 0$$

Jawab:

Diketahui:

$$a = 2$$

$$b = -3$$

$$c = -4$$

$$\text{Nilai } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} = \frac{3 \pm 6,403}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 + 6,403}{4} = 2,351$$

$$x_2 = \frac{3 - 6,403}{4} = -0,851$$

h. Faktorisasi polinomial kuartik

1) Persamaan kubik

Penyelesaian persamaan kubik yang memiliki sedikitnya satu faktor linier dalam pernyataan aljabar langkah yang perlu dilakukan yaitu:

Contoh:

$$2x^3 - 11x^2 + 18x - 8 = 0$$

Langkah pertama yang perlu dilakukan yaitu menentukan faktor pernyataan kubik tersebut:

$$f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 18x - 8 = 0$$

dengan menggunakan teorima sisa untuk mempermudah dalam perhitungan maka pernyataan ditulis dalam bentuk berkurung seperti berikut:

$$f(x) = [2x^2 - 11x + 18]x - 8$$

$$f(x) = [(2x - 11)x + 18]x - 8$$

langkah selanjutnya mencari suatu nilai untuk x , ($x=k$) yang menghasilkan **sisa nol** pada pembagiannya dengan ($x-k$). Untuk itu perlu ditentukan nilai $f(1)$, $f(-1)$, $f(2)$, $f(3)$ dan seterusnya.

Menentukan nilai $f(x)$:

$$f(1) = [(2 \cdot 1 - 11)1 + 18]1 - 8 = 1 \quad \text{bukan faktor dari } f(x).$$

$$f(-1) = [(2 \cdot -1 - 11)-1 + 18]-1 - 8 = -39 \quad \text{bukan faktor dari } f(x).$$

$$f(2) = [(2 \cdot 2 - 11)2 + 18]2 - 8 = 0 \quad \text{merupakan faktor dari } f(x).$$

$$f(3) = [(2 \cdot 3 - 11)3 + 18]3 - 8 = 1 \quad \text{bukan faktor dari } f(x).$$

Langkah berikutnya yaitu membagi $f(x)$ dengan ($x - 2$) untuk menentukan faktor yang lainnya.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x + 4 \\ (x-2) \overline{) 2x^3 - 11x^2 + 18x - 8} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ -7x^2 + 18x \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 4x - 8 \\ \underline{4x - 8} \\ 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(2x^2 - 7x + 4) \quad \text{sehingga persamaan kubik ditulis}$$

$$(x-2)(2x^2 - 7x + 4) = 0 \quad \text{dan menghasilkan}$$

$$(x - 2) = 0 \quad \Rightarrow x_1 = 2$$

atau

$$(2x^2 - 7x + 4) = 0$$

$$a = 2$$

$$b = -7$$

$$c = 4$$

$$\text{Nilai } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (4)}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 32}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} = \frac{7 \pm 4,123}{4}$$

$$x_2 = \frac{7 + 4,123}{4} = \frac{11,123}{4} = 2,78$$

$$x_3 = \frac{7 - 4,123}{4} = \frac{2,877}{4} = 0,72$$

jadi $2x^3 - 11x^2 + 18x - 8 = 0$ mempunyai penyelesaian

$$x = 2, x = 2,78 \text{ dan } x = 0,72$$

2) Persamaan kuartik

Penyelesaian persamaan kuartik yang memiliki dua faktor linier dalam fungsi aljabar yaitu seperti berikut:

Contoh:

$$4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10 = 0$$

Untuk menentukan faktor dari persamaan tersebut ada beberapa langkah yaitu:

a) Buat pernyataan polinomial dalam tanda kurung

$$f(x) = 4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10$$

$$f(x) = \{4x^3 - 19x^2 + 24x + 1\}x - 10$$

$$f(x) = \{[4x^2 - 19x + 24]x + 1\}x - 10$$

$$f(x) = \{[(4x - 19)x + 24]x + 1\}x - 10$$

b) Tentukan $f(1)$, $f(-1)$, $f(2)$ dan seterusnya.

$$f(1) = \{[(4 \cdot 1 - 19)1 + 24]1 + 1\}1 - 10$$

$$= 0 \quad \text{merupakan faktor dari } f(x)$$

$$f(-1) = \{[(4 \cdot -1 - 19) -1 + 24] -1 + 1\} -1 - 10$$

$$= 36 \quad \text{bukan merupakan faktor dari } f(x)$$

$$f(2) = \{[(4 \cdot 2 - 19)2 + 24]2 + 1\}2 - 10$$

$$= 0 \quad \text{merupakan faktor dari } f(x)$$

$$f(3) = \{[(4 \cdot 3 - 19)3 + 24]3 + 1\}3 - 10$$

$$= 20 \quad \text{bukan merupakan faktor dari } f(x)$$

Sehingga $(x - 1)$ merupakan faktor dari $f(x) = 4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10$

$$(x - 1) \sqrt{4x^3 - 15x^2 + 9x + 10}$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 4x^3 \\ - 15x^3 + 24x^2 \\ \hline - 15x^3 + 15x^2 \\ \hline 9x^2 + x \\ 9x^2 - 9x \\ \hline 10x - 10 \\ 10x - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

Sehingga,

$$f(x) = (x - 1)(4x^3 - 15x^2 + 9x + 10)$$

selanjutnya mencari faktor untuk persamaan:

$$(4x^3 - 15x^2 + 9x + 10) = 0$$

pernyataan polinomial dalam tanda kurung:

$$f(x) = [4x^2 - 15x + 9]x + 10$$

$$f(x) = [(4x - 15)x + 9]x + 10$$

Tentukan $f(1)$, $f(-1)$, $f(2)$ dan seterusnya.

$$f(1) = [(4 \cdot 1 - 15)1 + 9]1 + 10$$

$$= 8 \quad \text{bukan merupakan faktor dari } f(x)$$

$$f(-1) = [(4 \cdot -1 - 15)-1 + 9]-1 + 10$$

$$= -18 \quad \text{bukan merupakan faktor dari } f(x)$$

$$f(2) = [(4 \cdot 2 - 15)2 + 9]2 + 10$$

$$= 0 \quad \text{merupakan faktor dari } f(x)$$

Sehingga $(x - 2)$ merupakan faktor dari $f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 9x + 10$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 7x - 5 \\ (x - 2) \sqrt{4x^3 - 15x^2 + 9x + 10} \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \\ - 7x^2 + 9x \\ \underline{- 7x^2 + 14x} \\ - 5x + 10 \\ \underline{- 5x + 10} \\ 0 \end{array}$$

Sehingga

$$f(x) = (x - 2)(4x^2 - 7x - 5)$$

selanjutnya mencari faktor untuk pernyataan:

$$4x^2 - 7x - 5 = 0$$

$$a = 4$$

$$b = -7$$

$$c = -5$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} = \frac{7 \pm \sqrt{49+80}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{8} = \frac{7 \pm 11,357}{8} \\ x_2 &= \frac{7 + 11,357}{8} = \frac{18,357}{8} \quad \Rightarrow x_2 = 2,294 \\ x_3 &= \frac{7 - 11,357}{8} = \frac{-4,357}{8} \quad \Rightarrow x_3 = -0,544 \end{aligned}$$

Jadi, $4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10 = 0$ mempunyai penyelesaian
 $x = 1, x = 2, x = 2,294$ dan $x = -0,544$

8. Rangkuman

- Pemfaktoran Bentuk Aljabar atau disebut juga dengan faktorisasi pernyataan aljabar merupakan salah satu bagian dari operasi hitung bentuk Aljabar. Pemfaktoran Aljabar berfungsi untuk membuat suatu persamaan menjadi lebih sederhana dan dapat memudahkan proses perhitungan.
- Bentuk faktorisasi yang paling sederhana adalah pengeluaran faktor-faktor persekutuan terbesar atau yang biasa disebut dengan FPB dari suatu pernyataan ($12x+10$) pernyataan tersebut dapat ditulis dengan $2(6x+5)$.
- Faktor persekutuan dengan pengelompokan $2c(a+3b) + d(a+3b)$
Akhirnya diperoleh faktor-faktor: $(a+3b)(2c+d)$.
- Faktorisasi Pernyataan Kuadrat ax^2+bx+c
Jika $a = 1$, pernyataan kuadrat akan serupa dengan x^2+bx+c . Maka f_1 dan f_2 dalam $(x+f_1)$ dan $(x+f_2)$ sebagai faktor-faktor dari pernyataan kuadrat, akan tergantung pada tanda-tanda b dan c .
Jika $a \neq 1$, faktorisasinya dapat diketahui dengan melakukan langkah-langkah berikut.
 - Kita dapatkan $|ac|$, yaitu nilai numerik dari hasil kali ac dengan mengabaikan tanda dari hasil kali tersebut.
 - Kita tulis semua pasangan faktor yang mungkin untuk $|ac|$,
 - (i) jika c positif, kita pilih kedua faktor dari $|ac|$ yang jumlahnya sama dengan $|b|$: kedua faktor ini memiliki tanda yang sama seperti b .
(ii) jika c negatif, kita pilih kedua faktor $|ac|$ yang memiliki selisih sama dengan $|b|$: faktor yang secara numerik lebih besar dari kedua faktor ini memiliki tanda yang sama dengan tanda b dan faktor lain memiliki tanda yang berlawanan.
(iii) dalam setiap hal, nyatakan kedua faktor yang diperoleh dengan bentuk f_1 dan f_2 .
- Maka $ax^2 + bx + c$ sekarang ditulis sebagai $(ax^2 + f_1x + f_2x + c)$ dan ini difaktorisasi dengan mencari faktor-faktor persekutuan dengan pengelompokan
- Pengujian faktor-faktor sederhana ($b^2 - 4ac$)
- Penyelesaian dengan kuadrat dengan tambahkan pada kedua sisi kuadrat dari setengah koefisien x

- g) Penyelesaian dengan rumus nilai $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
- h) Faktorisasi polinomial kuartik
- 1) Persamaan kubik
 - a. Menentukan faktor pernyataan kubik dalam bentuk berkurung
 - b. Menentukan nilai $f(x)$
 - c. Membagi $f(x)$ dengan $(x - k)$ untuk menentukan faktor yang lainnya.
 - 2) Persamaan kuartik
 - a. Menentukan faktor pernyataan kubik dalam bentuk berkurung
 - b. Menentukan nilai $f(x)$
 - c. Membagi $f(x)$ dengan $(x - k)$ untuk menentukan faktor yang lainnya.

9. Tugas

1. Membuat resume dari video penjelasan sesuai dengan topik bahasan dan jawab pertanyaan berikut.
 - a. Jelaskan sampai dimana tingkat pemahaman anda tentang materi yang diberikan
 - b. Jelaskan menurut pendapat anda pentingnya video penjelasan terhadap proses belajar
 - c. Langkah apa saja yang telah anda lakukan untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang materi yang diberikan
 - d. Berikan contoh penerapan atau aplikasi tentang Faktorisasi Pernyataan Aljabar dalam kehidupan sehari-hari.
2. Membuat makalah (pengembangan materi) tentang Faktorisasi Pernyataan Aljabar dari sumber referensi yang relevan dalam bentuk materi atau contoh-contoh soal.
3. Menyelesaikan tugas mandiri sesuai bahan kajian sebagai berikut:
 - a. Selesaikan persamaan-persamaan berikut menggunakan metode faktor:
 - 1) $x^2 + 3x - 40 = 0$
 - 2) $x^2 - 11x + 28 = 0$
 - b. Selesaikan persamaan berikut:
 - 1) $4x^2 - 5x - 6 = 0$
 - 2) $5x^2 + 8x + 2 = 0$
 - c. Selesaikan persamaan-persamaan kubik berikut:
 - 1) $5x^3 + 14x^2 + 7x - 2 = 0$
 - 2) $4x^3 + 7x^2 - 6x - 5 = 0$
 - d. Selesaikan persamaan-persamaan kuartik berikut:
 - 1) $2x^4 - 4x^3 - 23x^2 - 11x + 6 = 0$
 - 2) $5x^4 + 8x^3 - 8x^2 - 8x + 3 = 0$
4. Membuat resume Qs Ar Rahman :19-21, Hadist: Tirmidzi 2916 dan Abu Daud 1976



10. Daftar pustaka

- a. Al-Quran dan As-Sunnah
- b. K.A Stroud, "*Matematika Teknik*". Edisi 5 Jilid 1. Erlangga. 2003.