

Volume

$V = \pi r^2 t$

$V = p l t$

Perhatikan gambar berikut

Gambar di atas apabila diputar mengelilingi sumbu x akan menjadi

Pendahuluan Volume Benda Putar

Suatu daerah jika di putar mengelilingi garis tertentu sejauh 360° , maka akan terbentuk suatu benda putar. Kegiatan pokok dalam menghitung volume benda putar dengan integral adalah: *partisi, aproksimasi, penjumlahan, pengambilan limit, dan menyatakan dalam integral tentu.*

Copyright 2007, Wanda A. Salsing Gb. 4

Home Back Next

Pendahuluan Volume Benda Putar

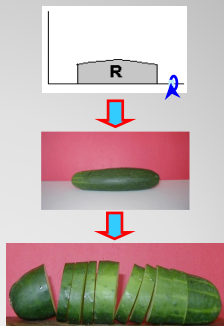
Dalam menentukan volume benda putar yang harus diperhatikan adalah bagaimana bentuk sebuah partisi jika diputar. Berdasarkan bentuk partisi tersebut, maka metode yang digunakan untuk menentukan volume benda putar dibagi menjadi :




1. Metode cakram
2. Metode cincin
3. Metode kulit tabung

Home Back Next

Metode Cakram **Volume Benda Putar**

Metode cakram yang digunakan dalam menentukan volume benda putar dapat dianalogikan seperti menentukan volume mentimun dengan memotong-motongnya sehingga tiap potongan berbentuk cakram.



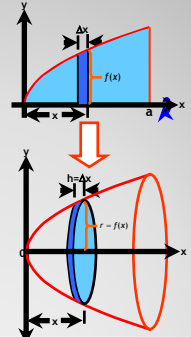
Metode Cakram **Volume Benda Putar**




Bentuk cakram di samping dapat dianggap sebagai tabung dengan jari-jari $r = f(x)$, tinggi $h = \Delta x$. Sehingga volumenya dapat diaproksimasi sebagai $\Delta V \approx \pi r^2 h$ atau $\Delta V \approx \pi f(x)^2 \Delta x$.

Dengan cara jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam integral diperoleh:

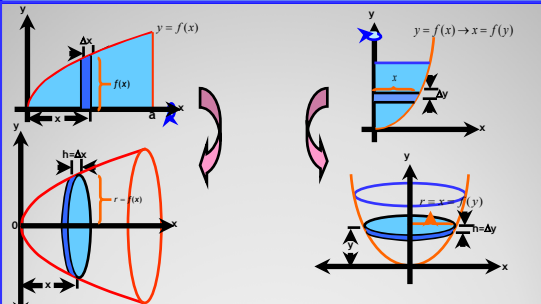
$$V \approx \sum \pi f(x)^2 \Delta x$$

$$V = \lim \sum \pi f(x)^2 \Delta x$$

$$V = \pi \int_0^a [f(x)]^2 dx$$









Metode Cakram **Volume Benda Putar**



$$V = \pi \int_0^a y^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^a x^2 dy$$

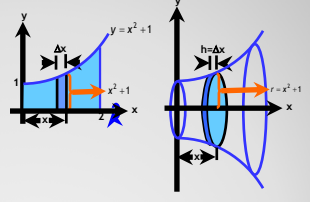
Metode Cakram **Volume Benda Putar**




Contoh 5.
Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi kurva $y = x^2 + 1$, sumbu x, sumbu y, garis $x = 2$ diputar mengelilingi sumbu x sejauh 360° .

Jawab

Langkah penyelesaian:

1. Gambirlah daerahnya
2. Buat sebuah partisi
3. Tentukan ukuran dan bentuk partisi
4. Aproksimasi volume partisi yang diputar, jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam bentuk integral.



Metode Cakram **Volume Benda Putar**

$\Delta V \approx \pi r^2 h$

$\Delta V \approx \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

$V \approx \sum \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

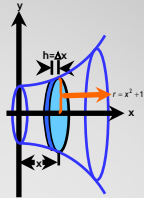
$V = \lim \sum \pi(x^2 + 1)^2 \Delta x$

$V = \int_0^2 \pi(x^2 + 1)^2 dx$

$V = \int_0^2 \pi(x^4 + 2x^2 + 1) dx$

$V = \pi \left[\frac{1}{5} x^5 + \frac{2}{3} x^3 + x \right]_0^2$

$V = \pi \left(\frac{32}{5} + \frac{16}{3} + 2 - 0 \right) = 13\frac{11}{15} \pi$



Home Back Next

Metode Cakram **Volume Benda Putar**

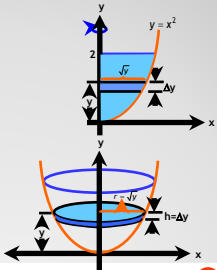
Contoh 6.

Hitunglah volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$, sumbu y, garis $y = 2$ diputar mengelilingi sumbu y sejauh 360° .

Jawab

Langkah penyelesaian:

1. Gambarkan daerahnya
2. Buatlah sebuah partisi
3. Tentukan ukuran dan bentuk partisi
4. Aproximasi volume partisi yang diputar, jumlahkan, ambil limitnya, dan nyatakan dalam bentuk integral.



Home Back Next

Metode Cakram **Volume Benda Putar**

$\Delta V \approx \pi r^2 h$

$\Delta V \approx \pi(\sqrt{y})^2 \Delta y$

$V \approx \sum \pi y \Delta y$

$V = \lim \sum \pi y \Delta y$

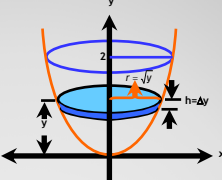
$V = \int_0^2 \pi y dy$

$V = \pi \int_0^2 y dy$

$V = \pi \left[\frac{1}{2} y^2 \right]_0^2$

$V = \pi \left(\frac{1}{2} \times 4 - 0 \right)$

$V = 2\pi$



Home Back Next

$y = x^2$ dan $y = x$

KUIS THT (Take Home Test) Dikumpulkan pada saat UAS

1. Tentukan volume benda pejal yang diperoleh dengan memutar daerah yang berada di bawah kurva $y = \sqrt{x}$ antara 0 sampai 1, diputar terhadap sumbu-x
2. Tentukan volume benda pejal yang diperoleh dengan memutar daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^3, y = 8$ dan $x = 0$ terhadap sumbu-y